ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ

(ΜΕ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΚΥΜΑΤΙΚΗ)

5 - ΠΟΛΩΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

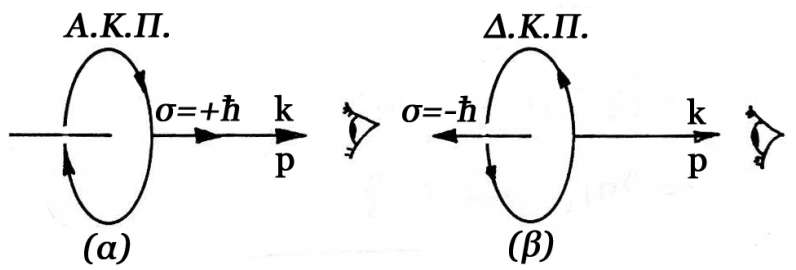
Ε.Δ. ΒΑΝΙΔΗΣ

ΘΕΣ/ΝΙΚΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2022

5 *Πόλωση του φωτός*

Το φαινόμενο της πόλωσης, συνιστά μια ενδογενή ιδιότητα του φωτός που χαρακτηρίζει τον τρόπο παραγωγής του, την διάδοσή του στο κενό καθώς και την αλληλεπίδραση και τη διάδοσή του σε υλικά μέσα, ομογενή ή ανομοιογενή, ισότροπα ή ανισότροπα (κρυστάλλους).

Προκειμένου να κατανοήσουμε τον τρόπο ανάδειξης του φαινομένου, θα στηριχθούμε αρχικά στη ***κβαντική άποψη*** για το φως δηλ. τη φωτονική. Σ' αυτή, για την οποία οι δέσμες φωτός συνίστανται από μεγάλα στατιστικά σύνολα κινούμενων με την ταχύτητα του φωτός σωματιδίων (των φωτονίων). Όμως η κατάσταση ενός μοναδικού φωτονίου θα μπορούσε να περιγραφεί από τέσσερεις παραμέτρους (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.7)). Μία εκδοχή π.χ. είναι: Οι τρείς από αυτές να είναι οι συνιστώσες της ορμής του $\mathbf{p}(p_x, p_y, p_z)$ ή $\mathbf{p}(k_x, k_y, k_z)$ δεδομένου ότι: $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ (σχ. 2.7.2), με $\mathbf{k}$ το διάνυσμα της κυματοκάθετης. Η τέταρτη παράμετρος αφορά τη ***στροφορμή*** σ του φωτονίου που είναι κβαντισμένη με τιμές: $\sigma = \hbar$ ή $\sigma = -\hbar$ όπου $\hbar = h/2\pi$. Το φωτόνιο για το οποίο $\sigma = \hbar$ η στροφορμή είναι αριστερόστροφη καθώς αυτό κινείται προς τα εμάς ($\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}$ της ίδιας φοράς) (Σχ. 5.1α).



(Σχ. 5.1)

Όμως για φωτόνιο που η στροφορμή του είναι δεξιόστροφη καθώς κινείται προς τα εμάς θα είναι $\sigma = -\hbar$ ($\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}$ αντίθετης φοράς) (Σχ. 5.1β). Η εκτέλεση τώρα ενός πειράματος 'μέτρησης' του ποσοστού των φωτονίων με μια συγκεκριμένη τιμή στροφορμής σε σχέση με το σύνολό τους, θα μπορούσε να μας αναδείξει αυτό που ονομάζουμε διαφορετικές ***καταστάσεις πόλωσης***. Π.χ. αν η πιθανότητα είναι $\mathrm{P} = 1$ (των 'μετρούμενων' φωτονίων με $\sigma = -\hbar$ σε σχέση με το σύνολό τους) τότε θα έχουμε όπως λέμε μια δέσμη φωτός ***δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένη***. Αν $\mathrm{P}_+ = 1/2$ (με $\sigma = \hbar$) και $\mathrm{P}_- = 1/2$ (με $\sigma = -\hbar$), τότε η δέσμη φωτός θα είναι όπως λέμε ***γραμμικά πολωμένη***. Αν στη γενικότερη περίπτωση $\mathrm{P}_+ \neq \mathrm{P}_-$ όμως με $\mathrm{P}_+ + \mathrm{P}_- = 1$, τότε η

κατάσταση πόλωσης της δέσμης είναι αυτό που ονομάζουμε ***ελλειπτικά πολωμένη***. Όμως αυτός ο τρόπος μελέτης της πόλωσης απαιτεί τη γνώση της κβαντικής θεωρίας του Η/Μ πεδίου (Κβαντική θεωρία πεδίου), που είναι εκτός των απαιτήσεων του παρόντος βιβλίου.

Για μια τυπική λοιπόν ανάδειξη του φαινομένου της πόλωσης του φωτός, θα χρησιμοποιήσουμε τις γνώσεις μας από την ***κλασσική θεωρία του Η/Μ*** όπως αυτή αναπτύχθηκε στο (Κεφ. 2) (δηλ. του Η/Μ πεδίου διαταραχών απείρου μήκους και διάρκειας). Επίσης στοιχειωδώς θ' αναπτύξουμε την ***ημικλασσική θεωρία του Η/Μ πεδίου*** (αυτή που αφορά πεπερασμένου μήκους και διάρκειας Η/Μ διαταραχές, τους ονομαζόμενους κυματοσυρμούς). Η τελευταία προσιδιάζει περισσότερο όσον αφορά την περιγραφή του φωτός (ορατή περιοχή του Η/Μ φάσματος). Με τη βοήθεια αυτών των θεωριών και με βάση τη διανυσματική φύση της έντασης $\mathbf{E}$ του διαδιδόμενου ηλ. πεδίου, θ' αναδείξουμε στα επόμενα το φαινόμενο της πόλωσης του φωτός.

Η πόλωση του φωτός σχετίζεται άμεσα με επιστημονικά πεδία όπως: Η Φυσική (Οπτική, Φασματοσκοπία, μη γραμμική Οπτική), η Χημεία, η Βιολογία, η Μηχανική κ.ά. Επίσης είναι υπερβολικά μεγάλος ο αριθμός σε τομείς εφαρμογών όπως: Η κλασσική ***πολωσιμετρία (polarimetry)***, η ***ελλειψομετρία (ellipsometry)***, η ***φασματική πολωσιμετρία (spectropolarimetry)***, η ***αστρονομική πολωσιμετρία (astronomical polarimetry)***, η ***πολωτική μετρολογία (polarization metrology)***, η ***πολωτική μικροσκοπία (polarization microscopy)***, η ***οπτική κρυσταλλογραφία (optical crystallography)***, η ***φωτοελαστικότητα (photoelastisity)*** η ***κατόπτευση από απόσταση (remote sensing)*** και πλείστες άλλες.

5.1 *Ο διανυσματικός χαρακτήρας της έντασης* $\mathbf{E}$ *του ηλεκτρικού πεδίου και η ανάδειξη του φαινομένου της πόλωσης του φωτός, με βάση την κλασσική Η/Μ θεωρία*

Μας είναι ήδη γνωστή η διαφορική εξίσωση του Maxwell (Κεφ. 2 (σχ. 2.1.14.6)):

$$\nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.1.1)$$

της οποίας η μορφή ανάγει σε κυματικά φαινόμενα. Δηλ. από την επίλυσή της προκύπτουν χωροχρονικές συναρτήσεις για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}$, οι οποίες στην πραγματικότητα αντιπροσωπεύουν κύματα. Τα γνωστά Η/Μ κύματα. Είναι σαφές βέβαια ότι η φύση της έντασης του ηλ. πεδίου είναι διανυσματική.

Θα επικεντρώσουμε το ενδιαφέρον μας σε λύσεις της (σχ. 5.1.1) που αφορούν τα λεγόμενα επίπεδα Η/Μ μέτωπα κύματος (Κεφ.1: Κύματα (§ 1.7)) και μάλιστα τα διαδιδόμενα προς τη θετική διεύθυνση του άξονα των z (σε τρισορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων x, y, z). Επίσης η συναρτησιακή μορφή τους θα είναι αρμονική (συνημιτονοειδής), ορισμένης συχνότητας ν και ορισμένου μήκους κύματος λ (δηλ. κυκλικής συχνότητας $\omega = 2\pi\nu$ και μέτρου κυματοκαθέτου $k = 2\pi/\lambda$ όπου $\mathbf{k} \parallel +z$). Επιλέγουμε δηλ. μια λύση της μορφής:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz) \tag{5.1.2}$$

όπου $\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} + E_z\mathbf{k}$ με $\mathbf{E}_0 = E_{0x}\mathbf{i} + E_{0y}\mathbf{j} + E_{0z}\mathbf{k}$.
Δηλ. οι συνιστώσες της λύσης είναι: $E_x = E_{0x}\cos(\omega t - kz)$, $E_y = E_{0y}\cos(\omega t - kz)$, $E_x = E_{0x}\cos(\omega t - kz)$, που σημαίνει ότι όλες είναι συναρτήσεις του z επειδή: $E_{0x}, E_{0y}, E_{0z} = \text{σταθ.}$ Αλλά το πεδίο $\mathbf{E}$ υπακούει στη δ.ε. του Maxwell: (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (σχ. 2.1.13.13)):

$$\nabla\mathbf{E} = 0 \tag{5.1.3}$$

της οποίας η αναλυτική μορφή είναι η: $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$. Και επειδή E_x, E_y, E_z είναι συναρτήσεις του z θα έχουμε: $\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$ από την οποία: α) Ή θα είναι $E_z = \text{σταθ.}$ που σημαίνει ότι η συνιστώσα E_z δεν θα συνιστά διαδιδόμενο κύμα, ή β) θα είναι $E_z = 0$. Τότε κάτω από αυτές τις συνθήκες η (σχ. 5.1.2) ανάγεται στην:

$$\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} = E_{0x}\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} + E_{0y}\cos(\omega t - kz)\mathbf{j} \tag{5.1.4}$$

ή σε μιγαδική μορφή:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{E}_x\mathbf{i} + \tilde{E}_y\mathbf{j} = E_{0x}e^{i(\omega t - kz)}\mathbf{i} + E_{0y}e^{i(\omega t - kz)}\mathbf{j} \tag{5.1.5}$$

της οποίας το πραγματικό μέρος είναι η (σχ. 5.1.4).

Δηλ. το ηλ. πεδίο $\mathbf{E}$ διαδιδόμενο στη διεύθυνση $+z$ μπορεί να παρασταθεί από δύο συνιστώσες οι οποίες ταλαντούμενες είναι κάθετες μεταξύ τους και φυσικά κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης $+z$. Θα πρέπει εδώ να ειπωθεί ότι οι E_x, E_y δεν είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες. Αλλά ότι από γενέσεως της πεδιακής διαταραχής

$\mathbf{E}$, βρίσκονται σε πλήρη σύζευξη. Ανεπιτυχώς ονομάζονται και 'σύμφωνες' χωρίς ο όρος να είναι στην περίπτωση αυτή δόκιμος, με την έννοια που χρησιμοποιήθηκε στο κεφάλαιο που αφορούσε τη συμβολή του φωτός, δεδομένου και ότι, οι συνιστώσες E_{0x}, E_{0y} είναι μεταξύ τους ορθογώνιες. Μας ενδιαφέρει λοιπόν να γνωρίζουμε κατά τη διάρκεια της παραγωγής του ηλ. πεδίου $\mathbf{E}$, πως σχετίζονται τα μεγέθη E_{0x}, E_{0y} από απόψεως πλατών των διαταραχών και από την άποψη των φάσεών τους (αν δηλ. υφίσταται διαφορά φάσης μεταξύ τους).

Σημείωση

Οι συνιστώσες E_x, E_y του $\mathbf{E}$ δεν πρέπει να συγχέονται με το ζεύγος $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ δηλ. του διαδιδόμενου (προαναφερόμενου) ηλ. πεδίου $\mathbf{E}$ και του συνοδεύοντος αυτό διαδιδόμενου πεδίου της μαγνητικής επαγωγής $\mathbf{B}$, τα οποία - τουλάχιστον για την περιοχή της ζώνης ακτινοβολίας - είναι κάθετα μεταξύ τους καθώς και κάθετα στην κυματοκάθετη $\mathbf{k}$,με διαφορά φάσης μεταξύ τους ίση με μηδέν (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.1.15)). Για συγκεκριμένους λόγους επιλέγουμε την περιγραφή των φαινομένων της πόλωσης του φωτός το ηλ. πεδίο $\mathbf{E}$, αν και η επιλογή του πεδίου $\mathbf{B}$ οδηγεί σε ισοδύναμα αποτελέσματα.

Ένα ερώτημα το οποίο προκύπτει, είναι με πιο τρόπο μπορούμε να εισάγουμε διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών E_x, E_y του πεδίου $\mathbf{E}$. Η απάντηση ανάγεται στο ερώτημα αν τα πλάτη E_{0x}, E_{0y} των συνιστωσών E_x, E_y είναι πραγματικοί ή μιγαδικοί αριθμοί. Στην πράξη θα πρέπει να τους εκλάβουμε σαν μιγαδικούς. Τότε μπορούμε να γράψουμε:

$$E_{0x} = A_x e^{i\phi_x} \qquad \text{και} \qquad E_{0y} = A_y e^{i\phi_y} \tag{5.1.6}$$

Εδώ τα A_x, A_y είναι πραγματικοί αριθμοί και αντιστοιχούν στα μέγιστα πλάτη των διαταραχών κατά x, y. Όσο για τις ϕ_x, ϕ_y είναι οι προαναφερόμενες φάσεις τους. Οπότε η (σχ. 5.1.5) μπορεί να γραφεί:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{E}_x \mathbf{i} + \tilde{E}_y \mathbf{j} = A_x e^{i(\omega t - kz + \phi_x)} \mathbf{i} + A_y e^{i(\omega t - kz + \phi_y)} \mathbf{j} \tag{5.1.7}$$

και όσον αφορά τη έκφραση του φυσικού μεγέθους της διαταραχής:

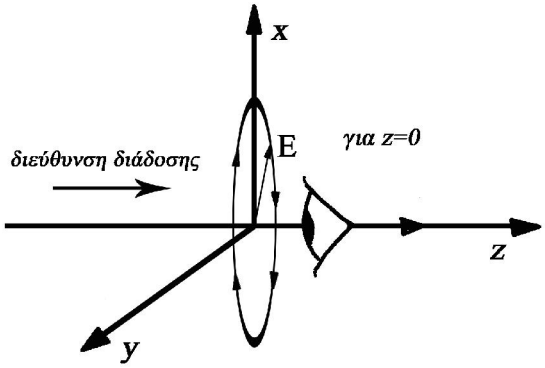
$$\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} = A_x\cos\left(\omega t - kz + \phi_x\right)\mathbf{i} + A_y\cos\left(\omega t - kz + \phi_y\right)\mathbf{j} \qquad (5.1.8)$$

Από την εξίσωση αυτή προκύπτει η ανάδειξη του φαινομένου της πόλωσης του φωτός. Πιο συγκεκριμένα η ανάδειξη των διαφορετικών καταστάσεων πόλωσης. Και αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό με το να προσδιορίσουμε τη θέση του άκρου του διανύσματος **E** χρονικά (για $z = \text{σταθ.}$) δηλ. καθώς μεταβάλλεται ο χρόνος t ή χωρικά (για $t = \text{σταθ.}$) δηλ. καθώς μεταβάλλεται η απόσταση z. Πράγματι είναι αποδεδειγμένο ότι καθώς το **E** μεταβάλλεται χωροχρονικά, παραμένει πάντα κάθετο στη διεύθυνση της διάδοσης z. Το τελευταίο όμως δεν σημαίνει ότι το άκρο του διανύσματος **E** ταλαντεύεται (χωρικά ή χρονικά) π.χ. πάνω σ' ένα επίπεδο. Αυτό θα μπορούσε να συμβεί, αλλά είναι μια ειδική περίπτωση. Πρόκειται για το λεγόμενο γραμμικά πολωμένο φως.

Η θέση του άκρου του διανύσματος (συντεταγμένες E_x, E_y) προσδιορίζεται χωρικά ή χρονικά από τις δύο παραμετρικές εξισώσεις, οι οποίες προκύπτουν από τη (σχ. 5.1.8). Είναι οι:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A_x\cos\left(\omega t - kz + \phi_x\right) \\ E_y &= A_y\cos\left(\omega t - kz + \phi_y\right) \end{aligned}\right\} \qquad (5.1.9)$$

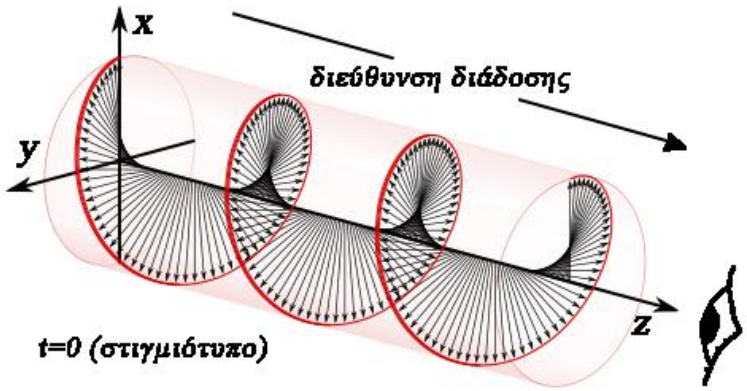
Το τι καμπύλη θα διαγράψει το άκρο του διανύσματος **E** χρονικά (π.χ. για $z = 0$) ή χωρικά (π.χ. για $t = 0$), εξαρτάται από τις τιμές των πλατών A_x, A_y (ή ισοδύναμα



(Σχ. 5.1.1)

του λόγου A_y/A_x) και τη διαφορά φάσης $\phi = \phi_y - \phi_x$ μεταξύ των δύο συνιστωσών. Π.χ. όπως θ' αποδειχθεί στα επόμενα, αν $A_x = A_y = A$ και $\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2$ το επίπεδο μέτωπο κύματος του φωτός, θα χαρακτηρίζεται σαν δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο. Δηλ. για ένα παρατηρητή που βρίσκεται στην αρχή του σ.σ. ($z = 0$) και

'βλέπει' το φως αυτό να διαδίδεται προς το μέρος του (κατεύθυνση $+z$) , το άκρο του διανύσματος $\mathbf{E}$ χρονικά (στη θέση $z=0$ δηλ. στην αρχή του σ.σ.) θα διαγράφει δεξιόστροφη κυκλική τροχιά (Σχ. 5.1.1) με συχνότητα $\nu=\omega/2\pi$. Προκειμένου τώρα να 'δούμε' τις διαφορετικές θέσεις του $\mathbf{E}$ στο χώρο κατά τη διάδοση της διαταραχής (στιγμιότυπο του κύματος), θα πρέπει στις (σχ. 5.1.9) να θέσουμε $t=$ σταθ. (έστω $t=0$). Τότε θα προκύψει στο χώρο (στη διεύθυνση διάδοσης) μια



(Σχ. 5.1.2)

δεξιόστροφη κυκλική έλικα (Σχ. 5.1.2).

Η πλέον γενική κατάσταση πολωμένου φωτός είναι το ***ελλειπτικά πολωμένο*** (δεξιόστροφο ή αριστερόστροφο), υποπεριπτώσεις του οποίου είναι το κυκλικά πολωμένο φως καθώς και το γραμμικά πολωμένο. Φως χωρίς κανένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό πόλωσης, είναι το λεγόμενο ***φυσικό φως***. Τέλος μίξεις φυσικού φωτός και μιας των προαναφερόμενων καταστάσεων πόλωσης, ονομάζεται ***μερικά πολωμένο***. Πλήρης περιγραφή τους θα γίνει στα επόμενα.

5.2 *Κλασσική περιγραφή των καταστάσεων πόλωσης του φωτός*

Στην (§ 5.1) είχαμε αποδείξει ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $\tilde{\mathbf{E}}$ (εδώ σε μιγαδική μορφή) ενός επιπέδου αρμονικού Η/Μ κύματος, το οποίο διαδίδεται προς τη διεύθυνση z, είναι δυνατόν να παρασταθεί από την 'επαλληλία' (ουσιαστικά σύζευξη) δύο αρμονικών συνιστωσών ορθογωνίων μεταξύ τους και καθέτων προς την διεύθυνση διάδοσης z δηλαδή: $\tilde{\mathbf{E}}=\tilde{E}_x\mathbf{i}+\tilde{E}_y\mathbf{j}$ με $\tilde{E}_x=A_x e^{i(\omega t-kz+\phi_x)}$ και $\tilde{E}_y=A_y e^{i(\omega t-kz+\phi_y)}$. Και όσον αφορά τα φυσικά μεγέθη E_x, E_y δίνονται από το ζεύγος των παραμετρικών εξισώσεων (σχ. 5.1.9), οι διαταραχές των οποίων είναι απείρου μήκους και άπειρης διάρκειας:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{aligned}\right\}$$

Στη γενικότερη περίπτωση τα πλάτη των συνιστωσών A_x, A_y – που είναι πραγματικοί αριθμοί – έχουν διαφορετική τιμή όπως και οι φάσεις με τις οποίες εκκινούν οι διαταραχές από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων $z = 0$ στο χρόνο $t = 0$. Οι συνιστώσες E_x, E_y θα έχουν μια σταθερή διαφορά φάσης $\phi = \phi_y - \phi_x$ (πάντα βέβαια στα όρια του χρόνου συμφωνίας, για την οποία θα μιλήσουμε στα επόμενα). Οι δύο δηλαδή αρμονικές συνιστώσες θα είναι κάθετες και σύμφωνες (συζευγμένες) μεταξύ τους, οπότε η 'επαλληλία' τους, ανάλογα με τις τιμές των πλατών (ή πιο συγκεκριμένα του λόγου τους $r = E_y / E_x$) και τη διαφορά φάσης τους $\phi = \phi_y - \phi_x$, θα μας δίνει το συνιστάμενο κύμα. Το τελευταίο θα χαρακτηρίζεται όπως λέμε από μια συγκεκριμένη ***κατάσταση πόλωσης (polarization state)***.

Θα διαπιστώσουμε ότι σε κάθε περίπτωση, το διάνυσμα **E** του ηλεκτρικού πεδίου και αντιπροσωπευτικά το άκρο του, διαγράφει χρονικά (δηλ. για $z = 0$) μια καμπύλη στο επίπεδο ταλάντωσης το κάθετο στον άξονα των z. Στη γενικότερη περίπτωση η καμπύλη αυτή είναι μια έλλειψη (ελλειπτικά πολωμένο φως). Κατά τη χωρική του μεταβολή επίσης (δηλ. για $t = 0$), το άκρο του διανύσματος **E** διαγράφει μια ελλειπτική έλικα στο χώρο κατά τη διεύθυνση του άξονα z. Στα επόμενα περιγράφουμε τις διάφορες καταστάσεις πόλωσης, αρχής γινομένης από την γενικότερη που είναι η ελλειπτική. Για μια πληρέστερη αναλυτική περιγραφή (βλ. ΠΑΡ/ΜΑ 1).

5.2.1 *Ελλειπτικά πολωμένο φως*

Στη γενικότερη περίπτωση το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} \tag{5.2.1.1}$$

με συνιστώσες:

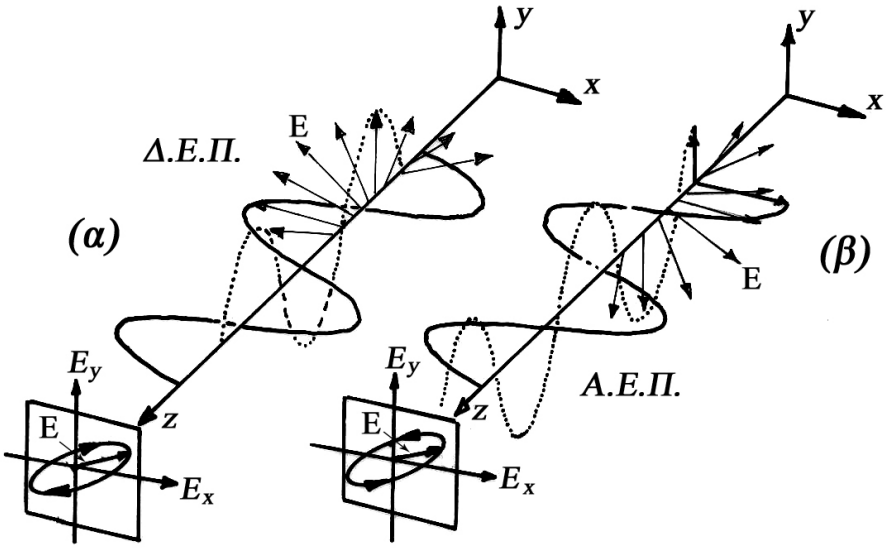
$$\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{aligned} \tag{5.2.1.2}$$

θα έχει: $A_x \neq A_y$ και $\phi = \phi_y - \phi_x$ όπου $0 \leq \phi < 2\pi$. Έχουμε ήδη αναφέρει όμως (§ 5.1) ότι μπορούμε να καθορίσουμε την κατάσταση πόλωσης του Η/Μ κύματος από τη

συμπεριφορά του άκρου του διανύσματος **E** κατά τη χωροχρονική μεταβολή του τελευταίου. Αυτό είναι δυνατόν να το ελέγξουμε παραμετρικά επειδή η θέση του άκρου του **E** καθορίζεται από τις συνιστώσες των E_x, E_y με βάση τις (σχ. 5.2.1.2). Αρκεί λοιπόν από αυτές να απαλείψουμε τον όρο $\omega t - kz$. Μια σειρά τριγωνομετρικών πράξεων (βλ. ΠΑΡ/ΜΑ 1) μας οδηγεί στη σχέση:

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\phi = \sin^2\phi \qquad (5.2.1.3)$$

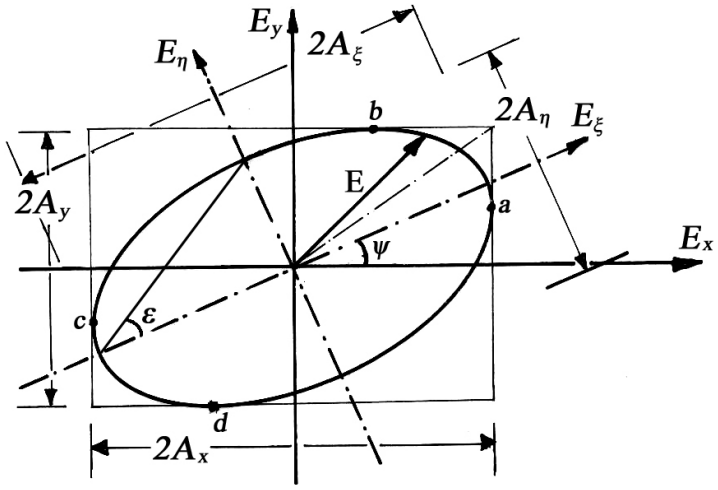
Αποδεικνύεται ότι η τελευταία είναι εξίσωση κωνικής τομής στο επίπεδο E_x, E_y και πιο συγκεκριμένα εξίσωση έλλειψης. Για την περίπτωση λοιπόν όπου $A_x \neq A_y$ ή $\left(A_x = A_y \text{ και } \varphi \neq \pi/2\right)$ το άκρο του διανύσματος **E** διαγράφει για $z = 0$ μια έλλειψη και για $t = 0$ μια ελλειπτική έλικα (Σχ. 5.2.1.1). Το φως με τις παραπάνω ιδι-



(Σχ. 5.2.1.1)

ότητες ονομάζεται ***ελλειπτικά πολωμένο(elliptical polarized)***. Διακρίνουμε ελλειπτικά πολωμένο φως ***δεξιόστροφο(right-circularly)*** (Δ.Ε.Π.) (Σχ. 5.2.1.1α) και ***αριστερόστροφο(left- circularly)*** (Α.Ε.Π.) (Σχ.5.2.1.1β). Τα τελευταία, ανάλογα με το αν καθώς το φως διαδίδεται από την πηγή προς τα εμάς (για $z = 0$) βλέπουμε το άκρο του διανύσματος **E** χρονικά να περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ωρολογίου ή αντίθετα.

Η έλλειψη αυτή (Σχ. 5.2.1.2) είναι εγγεγραμμένη σε ορθογώνιο διαστάσεων $2A_x \times 2A_y$ με πλευρές παράλληλες με τους άξονες E_x, E_y και εφάπτεται στα σημεία: $a\left(A_x, A_y \cos\phi\right), b\left(A_x \cos\phi, A_y\right), c\left(-A_x, -A_y \cos\phi\right), d\left(-A_x \cos\phi, -A_y\right)$. Συνήθως οι κύριοι άξονες της έλλειψης δεν συμπίπτουν με τους άξονες E_x, E_y. Για το λόγο αυτό προσδιορίζουμε τη γωνία ψ που ονομάζεται ***αζιμουθιακή γωνία(azimuthal angle)*** της έλλειψης και είναι αυτή που καθορίζεται από τη γωνία μεταξύ του άξονα E_x και του άξονα E_ξ, ο οποίος ταυτίζεται με τον μεγάλο άξονα της έλλειψης. Υποθέ-



(Σχ. 5.2.1.2)

τουμε ότι οι παραμετρικές εξισώσεις της έλλειψης ως προς το σύστημα συντεταγμένων E_ξ, E_η δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} E_\xi &= A_\xi \cos(\omega t - kz + \phi_0) \\ E_\eta &= \pm A_\eta \sin(\omega t - kz + \phi_0) \end{aligned} \qquad (5.2.1.4)$$

(+) αριστερόστροφη και (-) δεξιόστροφη περιστροφή του άκρου του διανύσματος του πεδίου για φως ερχόμενο προς τον παρατηρητή. Δεδομένων των σχέσεων μετασχηματισμού των δύο συστημάτων συντεταγμένων E_x, E_y και E_ξ, E_η θα έχουμε:

$$\begin{aligned} E_\xi &= E_x \cos\psi + E_y \sin\psi \\ E_\eta &= -E_x \sin\psi + E_y \cos\psi \end{aligned} \qquad (5.2.1.5)$$

όπου $0 \le \psi < \pi$. Τότε με συσχετισμό των (σχ. 5.2.1.2,5) μπορούμε να βρούμε ότι:

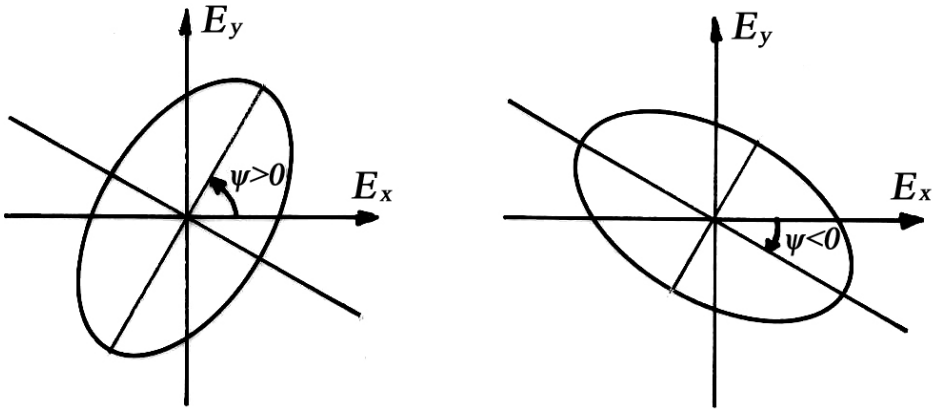
α) $$e = \tan\varepsilon = \frac{\pm A_\eta}{A_\xi} = \frac{A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi} \qquad (5.2.1.6)$$

όπου ο λόγος $e = A_\eta / A_\xi$ μας δίνει την εκκεντρότητα (ή ελλειπτικότητας) της έλλειψης με $-\pi/4 \le \varepsilon \le \pi/4$. Τα πρόσημα στη (σχ. 5.2.1.6) – όπως ήδη αναφέραμε – μας δίνουν τη φορά περιστροφής: (+) αριστερόστροφη και (–) δεξιόστροφη.

β) Η γωνία ψ δίνεται από τη σχέση:

$$\tan 2\psi = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi \qquad (5.2.1.7)$$

όπου $0 \le \psi < \pi$ ή $-\pi/2 \le \psi < \pi/2$. Στο (Σχ.5.2.1.3) βλέπουμε για $\psi > 0$ ή $\psi < 0$ τις



(Σχ. 5.2.1.3)

σχετικές κλίσεις του μεγάλου άξονα της έλλειψης μιας ορισμένης εκκεντρότητας σε σχέση με τον άξονα E_x. Είναι δυνατόν επίσης τη φορά περιστροφής του **E** να την προσδιορίσουμε με τη βοήθεια των (σχ. 5.2.1.2). Πράγματι για $z = 0$ και $t = 0,\ T/4,\ 3T/4$ κ.λ.π. με $\omega = 2\pi/T$, βρίσκουμε κάθε φορά το μέτρο και τη θέση του **E**, εφόσον προσδιορίζουμε τις συνιστώσες του (E_x, E_y). Η φορά περιστροφής του **E** μας δίνει και τη στροφικότητα του πολωμένου φωτός. Επίσης αποδεικνύεται ότι η στροφικότητα εξαρτάται από τις τιμές της διαφοράς φάσης ϕ ως εξής:

$$\begin{aligned} 0 < \phi < \pi \quad &: \quad \text{Δεξιόστροφα πολωμένο φως} \\ \pi < \phi < 2\pi \quad &: \quad \text{Αριστερόστροφα πολωμένο φως} \end{aligned} \qquad (5.2.1.8)$$

Παράδειγμα

Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσης του επιπέδου μετώπου κύματος της μορφής:

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\mathbf{i} + E_0 \cos(\omega t - kz - \pi/4)\ \mathbf{j}$$

- Πράγματι για το κύμα αυτό $A_x = A_y = A$ και $\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/4$ οπότε: α) Από τη (σχ. 5.2.1.8) $\pi < \phi < 2\pi$, άρα το φως είναι αριστερόστροφα ελλειπτικά πολωμένο. β) Από τη (σχ. 5.2.1.7) βρίσκουμε ότι $\tan 2\psi \to \infty$ οπότε $\psi = 45^0$ δηλ. η κλίση του μεγάλου άξονα της έλλειψης είναι στις 45^0 σε σχέση με τον E_x. γ) Από τη (σχ.5.2.1.6) βρίσκουμε ότι $e = A_\eta / A_\xi = +0.4141$. Το θετικό πρόσημο σημαίνει αριστερόστροφα πολωμένο φως, γεγονός το οποίο ήδη έχουμε προβλέψει. Τέλος από το μέγεθος της ελλειπτικότητας συμπεραίνουμε ότι ο μεγάλος άξονας της έλλειψης είναι περίπου διπλάσιος από το μικρό.

5.2.2 *Κυκλικά πολωμένο φως*

Το ***κυκλικά πολωμένο φως(circular polarized light)*** είναι μια ειδική περίπτωση του ελλειπτικά πολωμένου φωτός όπου τώρα:

$$A_x = A_y = A \quad , \quad \phi = \phi_y - \phi_x = \pm\ \pi/2$$

Για τις συνθήκες αυτές από τη (σχ. 5.2.1.3) παίρνουμε:

$$E_x^2 + E_y^2 = A^2 \tag{5.2.2.1}$$

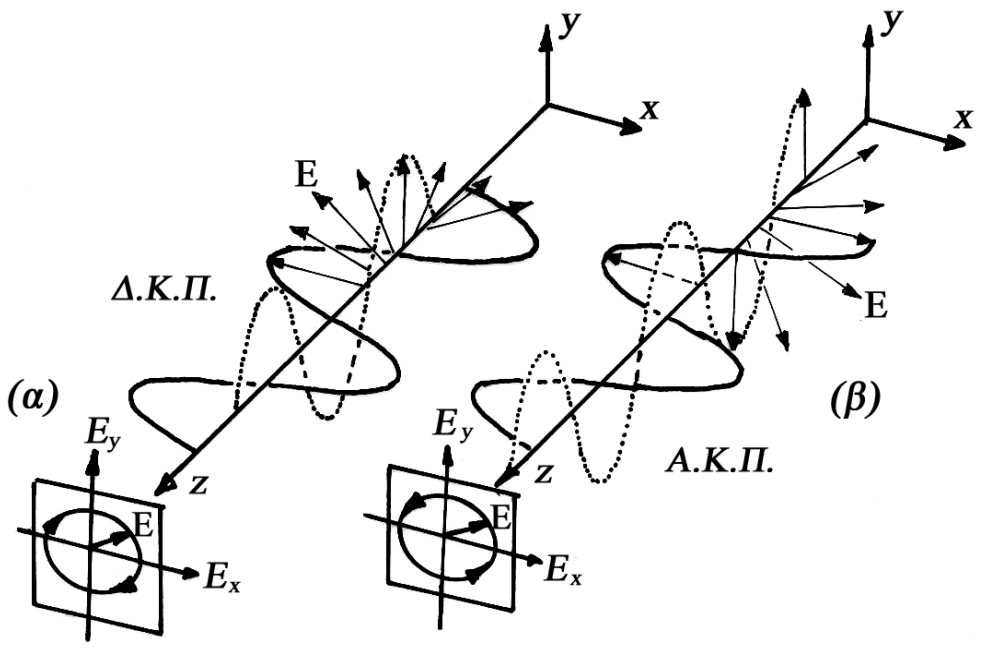
η οποία είναι εξίσωση κύκλου. Άρα στην περίπτωση αυτή το άκρο του διανύσματος $\mathbf{E}$ διαγράφει χρονικά ένα κύκλο ακτίνας A και χωρικά (Σχ. 5.2.2.1) μια κυκλική έλικα. Για $\phi = \pi/2$ έχουμε ***δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως (Δ.Κ.Π.)*** ενώ για $\phi = -\pi/2$ ***αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο φως (Α.Κ.Π.)***. Οι παραμετρικές εξισώσεις για το κυκλικά πολωμένο φως θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} E_x &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A\cos(\omega t - kz \pm \pi/2) \end{aligned} \tag{5.2.2.2}$$

Το διάνυσμα $\mathbf{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου θα έχει τη μορφή:

$$\mathbf{E} = A\cos(\omega t - kz)\,\mathbf{i} \mp A\sin(\omega t - kz)\ \mathbf{j} = A\cos(\omega t - kz)\,\mathbf{i} + A\cos(\omega t - kz \pm \pi/2)\ \mathbf{j} \qquad (5.2.2.3)$$

Όπως αποδεικνύεται, η επαλληλία δύο κυκλικά πολωμένων φώτων της μορφής που μας δίνει η (σχ. 5.2.2.3), με αντίθετη στροφικότητα και διαφορετικά πλάτη, αποτελούν μια βάση για την έκφραση οποιασδήποτε κατάστασης πόλωσης.



(Σχ. 5.2.2.1)

Παράδειγμα

Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσης του επιπέδου μετώπου κύματος:

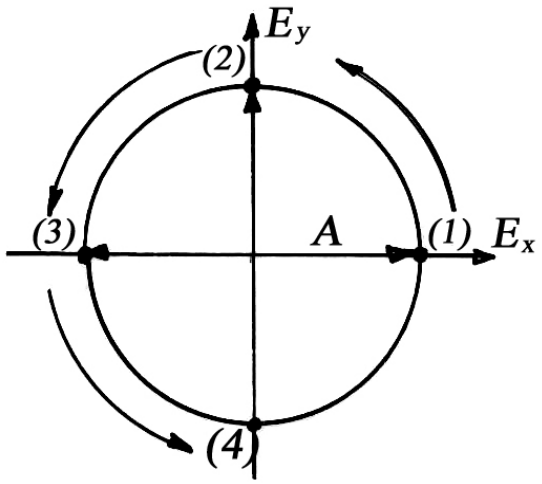
$$\mathbf{E} = A\cos(\omega t - kz)\,\mathbf{i} + A\cos(\omega t - kz + 3\pi/2)\mathbf{j}$$

- Επειδή $\cos(a + 3\pi/2) = \cos(a - \pi/2)$, τότε θα έχουμε:

$$\mathbf{E} = A\cos(\omega t - kz)\,\mathbf{i} + A\cos(\omega t - kz - \pi/2)\mathbf{j}$$

Οι συνιστώσες λοιπόν του $\mathbf{E}$ έχουν ίσα πλάτη $A_x = A_y = A$ και η διαφορά φάσης τους είναι $\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/2$. Άρα πρόκειται για κυκλικά πολωμένο επίπεδο μέτωπο κύματος. Θα έχουμε για $z = 0$:

$$t=0 \quad \rightarrow \quad E_x = A \quad , \quad E_y = 0 \quad \rightarrow \quad \text{θέση} \quad (1)$$
$$t=T/4 \quad \rightarrow \quad E_x = 0 \quad , \quad E_y = A \quad \rightarrow \quad -//- \quad (2)$$
$$t=T/2 \quad \rightarrow \quad E_x = -A \quad , \quad E_y = 0 \quad \rightarrow \quad -//- \quad (3)$$
$$t=3T/4 \quad \rightarrow \quad E_x = 0 \quad , \quad E_y = -A \quad \rightarrow \quad -//- \quad (4)$$



(Σχ. 5.2.2.2)

Επομένως η φορά περιστροφής του **E** (Σχ. 5.2.2.2), είναι αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Άρα το φως θα είναι αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο.

5.2.3 *Γραμμικά πολωμένο φως*

Για την περίπτωση του ***γραμμικά πολωμένου φωτός (linearly polarized light)***, το διάνυσμα **E** που είναι πάντα κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης, ταλαντεύεται χρονικά και χωρικά σ' ένα σταθερό επίπεδο, αυτό που ονομάζουμε ***επίπεδο πόλωσης***. Το προαναφερόμενο επίπεδο, ορίζεται από τη διεύθυνση του **E** και τη διεύθυνση διάδοσης (Σχ. 5.2.3.1). Γραμμικά πολωμένο φως παίρνουμε όταν:

$$A_x = A_y \;\; \text{ή} \;\; A_x \neq A_y \;\; \text{και} \;\; \phi = \phi_y - \phi_x = 0 \;\; \text{ή} \;\; \pi$$

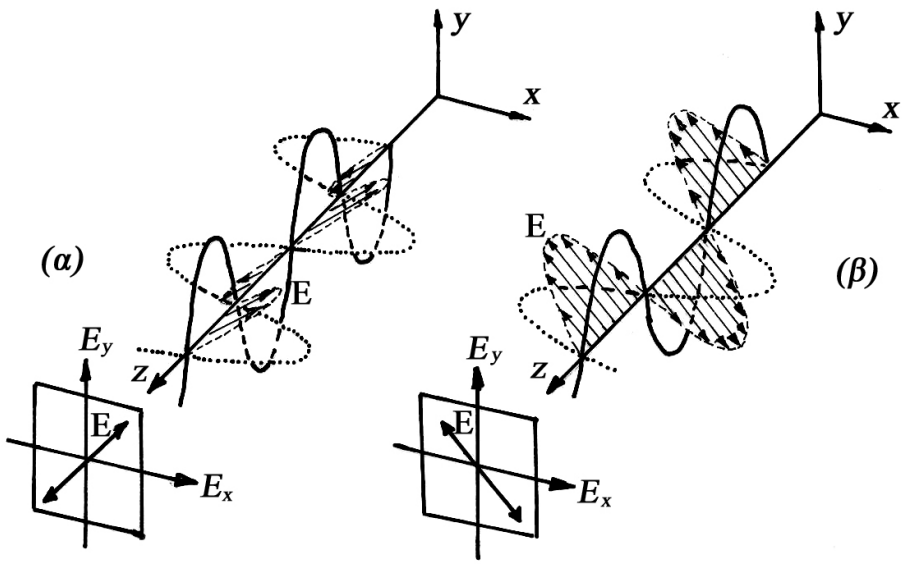
Πράγματι από τη (σχ. 5.2.1.3) για $A_x \neq A_y$ και $\phi = 0$ θα έχουμε:

$$E_y = \frac{A_y}{A_x} E_x \qquad (5.2.3.1)$$

και για $A_x \neq A_y$ και $\phi = \pi$:

$$E_y = -\frac{A_y}{A_x} E_x \qquad (5.2.3.2)$$

Οι δυο αυτές σχέσεις καθορίζουν και τα επίπεδα ταλάντωσης του **E** όπως φαίνεται στο (Σχ. 5.2.3.1).



(Σχ. 5.2.3.1)

5.2.4 *Φυσικό φως και μερικά πολωμένο φως*

Φυσικό φως

Στην Η/Μ θεωρία η περιγραφή του λεγόμενου φυσικού φωτός θα μπορούσε να γίνει από δύο 'ασύμφωνες' (ασύζευκτες), κάθετες μεταξύ τους γραμμικά πολωμένες συνιστώσες $E_x(t)$ και $E_y(t)$:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= A_x(t)\cos\left[\omega t - kz + \phi_x(t)\right] \\ E_y(t) &= A_y(t)\cos\left[\omega t - kz + \phi_y(t)\right] \end{aligned} \qquad (5.2.4.1)$$

Δηλ. για τις συνιστώσες αυτές τα πλάτη $A_x(t), A_y(t)$ καθώς και οι φάσεις τους $\phi_x(t), \phi_y(t)$ είναι συναρτήσεις του χρόνου, οι οποίες μεταβάλλονται ταχύτατα και με εντελώς τυχαίο τρόπο. Που σημαίνει ότι και η κατάσταση πόλωσης μεταβάλλεται με εντελώς τυχαίο τρόπο. Δηλ. το άκρο τού διανύσματος του ηλ. πεδίου ανά πάσα

στιγμή βρίσκεται σε τυχαία θέση στο επίπεδο x, y το κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης.

Ένα δεύτερο που δεν έχουμε κανένα λόγο να υποθέσουμε ότι δεν μπορεί να συμβαίνει είναι ότι:

$$\left\langle E_x(t)^2 \right\rangle = \left\langle E_y(t)^2 \right\rangle \tag{5.2.4.2}$$

όπου το σύμβολο $\langle\ \rangle$ δηλώνει μέση χρονική τιμή. Επειδή όμως η ένταση του φωτός για την ασύμφωνη επαλληλία δύο δεσμών είναι ίση με το άθροισμα των επί μέρους εντάσεων δηλ. $I = \left\langle E_x(t)^2 \right\rangle + \left\langle E_y(t)^2 \right\rangle$ θα έχουμε:

$$\left\langle E_x(t)^2 \right\rangle = \left\langle E_y(t)^2 \right\rangle = I/2 \tag{5.2.4.3}$$

Άρα το φυσικό φως είναι τελείως συμμετρικό. Δηλ. όπως και να επιλέξουμε το σύστημα συντεταγμένων x, y η ενέργεια θα κατανέμεται εξ ίσου στις δύο συνιστώσες διευθύνσεις, αρκεί οι τελευταίες να είναι ορθογώνιες

Το φως που εκπέμπεται από τις λεγόμενες χαοτικές πηγές φωτός όπως είναι οι λυχνίες πυράκτωσης (π.χ. μια λυχνία αλογόνου) ή οι φασματικές λυχνίες (π.χ. μια λυχνία Na) ακόμη και ένα κοινό Laser He-Ne, εκπέμπουν φυσικό φως.

Μερικά πολωμένο φως

Σαν ***μερικά πολωμένο φως (partial polarized light)*** μπορούμε να θεωρήσουμε την ασύμφωνη επαλληλία (μίγμα) φυσικού φωτός και φωτός που η κατάσταση πόλωσής του είναι μια από τις γνωστές: γραμμική, κυκλική ή ελλειπτική. Η παράμετρος που συνήθως χαρακτηρίζει το προαναφερόμενο φως είναι ο ***βαθμός πόλωσης(degree of polarization)*** P και δίνεται από το λόγο της έντασης του φωτός της πολωμένης συνιστώσας του I_p προς τη συνολική ένταση $I_{tot} = I_p + I_u$ της δέσμης, όπου I_u η ένταση του φυσικού φωτός:

$$P = \frac{I_p}{I_{tot}} = \frac{I_p}{I_p + I_u} \tag{5.2.4.4}$$

Για να μετρήσουμε τον παράγοντα αυτό θα πρέπει αρχικά (εφόσον το φως είναι μερικά κυκλικά πολωμένο ή μερικά ελλειπτικά πολωμένο), με τη βοήθεια ενός πλακιδίου καθυστέρησης $\lambda/4$ (βλ. (§ 5.7) και (ΠΑΡ/ΜΑ 3)) να το μετατρέψουμε σε μίγ-

μα φυσικού και γραμμικά πολωμένου φωτός. Κατόπιν με τη βοήθεια ενός αναλυτή (γραμμικός πολωτής) (βλ.§ 5.5), να μετρήσουμε τις εντάσεις $I_{\max}$ και $I_{\min}$ που προκύπτουν μετά το πλακίδιο $\lambda/4$. Τότε ο βαθμός πόλωσης θα δίνεται από τη σχέση:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \qquad (5.2.4.5)$$

όπου $I_{\max}$, $I_{\min}$ η μέγιστη και η ελάχιστη από τις εντάσεις που μετράμε με τον αναλυτή σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους. Πράγματι επειδή: $I_{\max} = I_p + (1/2)I_u$ και $I_{\min} = (1/2)I_u$ η (σχ. 5.2.4.5) καταλήγει στη (σχ. 5.2.4.4).

5.3 *Τρόπος παραγωγής και ημικλασσική περιγραφή του φωτός. Εύρος ζώνης συχνοτήτων, χρόνος συμφωνίας και διάρκεια των ημικλασσικά περιγραφόμενων καταστάσεων πόλωσης*

Το φως όπως γνωρίζουμε, χαρακτηρίζει την ορατή περιοχή του Η/Μ φάσματος. Δηλ. μια περιοχή μεταξύ των συχνοτήτων $\left(3.84 - 7.69 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}\right)$. Η παραγωγή του οφείλεται ως επί το πλείστον στους ατομικούς εκπομπούς: Δηλ. την προσρόφηση ενέργειας από άτομα ή μόρια, την μετάβαση των ηλεκτρονίων των εξώτερων στοιβάδων τους σε μεγαλύτερη ενεργειακή στάθμη και στην αποδιέγερσή τους, με συνέπεια την εκπομπή φωτονίων (***κβαντική*** άποψη για το φως).

Όσον αφορά τώρα την ***ημικλασσική*** άποψη για το φως, στο χρονικό διάστημα της προαναφερόμενης διαδικασίας (διέγερσης – αποδιέγερσης του ατόμου), δεχόμαστε ότι το κέντρο βάρος του ηλεκτρονικού νέφους (χώρος πιθανότητας κίνησης των ηλεκτρονίων) που περιβάλλει τον πυρήνα, υπόκειται σε ταλάντωση. Με δεδομένο ότι η ταλάντωση του φορτίου είναι επιταχυνόμενη κίνηση, θα έχουμε εκπομπή Η/Μ ακτινοβολίας (εκπομπή ηλ. διπόλου πυρήνα-ηλεκτρονικού νέφους) (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.2)).

Όμως ο χρόνος αυτής της εκπομπής είναι πεπερασμένος, επομένως είναι πεπερασμένη και η εκπεμπόμενη Η/Μ διαταραχή χωρικά και χρονικά. Μια τυπική χρονική διάρκεια του φαινομένου μπορούμε να εκλάβουμε τα $10^{-8}\,\mathrm{s}$. Έχουμε λοιπόν την εκπομπή Η/Μ διαταραχών όχι απείρου μήκους και διάρκειας (***κλασσική*** άποψη για το φως) αλλά πεπερασμένες. Πρόκειται για τους λεγόμενους ***κυματοσυρμούς (wave-trains)***. Είναι συνήθως αρμονικής μορφής με περιβάλλουσα γκαουσιανή όπως αποδεικνύεται και πειραματικά. Κάθε κυματοσυρμός περιλαμβάνει μερικές χιλιάδες περιόδους.

Οι κυματοσυρμοί κατ' αρχή θα μπορούσαν να θεωρηθούν ότι έχουν σχεδόν σταθερό πλάτος. Με δεδομένη τη χρονική τους διάρκεια και με βάση την χρονική τους ανάλυση κατά Fourier (βλ. Κέφ. 4: Συμβολή του φωτός (§6.1.2)), αποδεικνύεται ότι δεν είναι μονοχρωματικοί αλλά διακρίνονται από ένα εύρος συχνοτήτων $\Delta\nu$. Για ένα κυματοσυρμό που εκπέμπεται στο χρονικό διάστημα Δt, τον οποίο ονομάζουμε ***χρόνο εξασθένισης (decay time-mean life)*** (όπου βασικά τα όριά του συμπίπτουν με το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η ενέργεια του αποδιεγειρόμενου ατόμου έχει σχεδόν εκπεμφθεί) και το εύρος συχνοτήτων του είναι $\Delta\nu$, ισχύει η γνωστή σχέση:

$$\Delta t \approx 1/\Delta\nu \qquad (5.3.1)$$

Υπάρχουν όμως και δύο άλλοι παράγοντες (βλ. Κέφ. 4: Διασκεδασμός του φωτός (ΘΕΜΑ 3)) κατά τη διαδικασία της ατομικής εκπομπής, που επηρεάζουν το μήκος και τη μορφή των κυματοσυρμών, αυξάνοντας το εύρος των συχνοτήτων τους. Ο πρώτος είναι η αυξημένη πιθανότητα σύγκρουσης μεταξύ των ατόμων (π.χ. αέριο υπό πίεση σε μια φασματική λυχνία), γεγονός που έχει σαν αποτέλεσμα την απότομη ελάττωση του μήκους τους. Ο δεύτερος παράγοντας είναι η μεγάλη ταχύτητα με την οποία κινούνται τα άτομα σε σχέση με τον παρατηρητή (θερμική κίνηση των ατόμων). Πρόκειται για το φαινόμενο Doppler. Το πραγματικό λοιπόν εύρος συχνοτήτων τους $\Delta\nu'$ συνδέεται μέσω μιας παρόμοιας με τη (σχ. 5.3.1) μ' ένα χρόνο $\Delta t'$ ο οποίος είναι σαφώς μικρότερος του μέσου χρόνου εξασθένισης Δt. Ο $\Delta t'$ ονομάζεται ***χρόνος συμφωνίας(coherent time)*** τ_c και κατά τα γνωστά για την ορατή περιοχή του Η/Μ φάσματος είναι της τάξης των 10^{-8}s. Επομένως θα ισχύει:

$$\tau_c \approx 1/\Delta\nu' \qquad (5.3.2)$$

Ο χρόνος τ_c, θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι αυτός κατά τη διάρκεια του οποίου θα έχουμε ομαλή (και όχι απότομη) μεταβολή στη φάση, σε ένα τυχαίο σημείο στο χώρο διάδοσης του κυματοσυρμού.

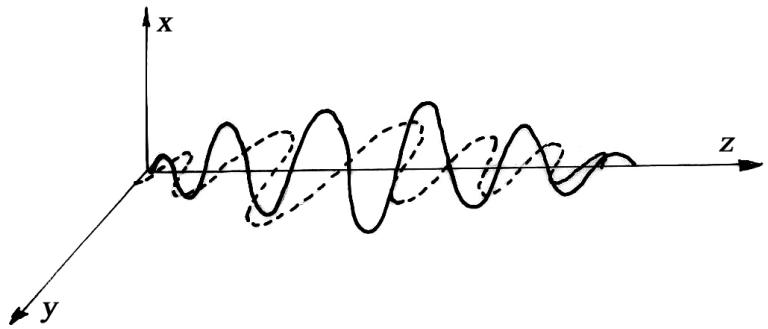
Στην προαναφερόμενη περιγραφή των κυματοσυρμών δεν αναφέρθηκε οτιδήποτε αφορά την κατάσταση πόλωσής τους, βέβαια μέσα στα όρια του χρόνου (και κατά προέκταση του μήκους) συμφωνίας τους, λόγω της πεπερασμένης χωροχρονικής τους διάρκειας. Για το σκοπό αυτό επανερχόμαστε στο συμβάν της κρούσης ενός ηλεκτρονίου (το οποίο προήλθε π.χ. από τον ιονισμό ενός ουδετέρου ατόμου) με ένα εξωτερικό ηλεκτρόνιο (το ηλεκτρονικό του νέφος) ενός άλλου ατόμου. Θεωρούμε την κρούση πλαστική, η οποία θα έχει σαν συνέπεια την πλήρη απορρόφηση της ενέργειας του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου. Το γεγονός αυτό θα έχει σαν

αποτέλεσμα την προτροπή του κέντρου βάρους του ηλεκτρονικού νέφους σε ταλάντωση, το οποίο με τη σειρά του θα προκαλέσει την εκπομπή κυματοσυρμού.

Το κέντρο βάρος όμως του ηλ. νέφους δεν εκτελεί αποκλειστικά γραμμική ταλάντωση αλλά εν γένει ελλειπτική, που οι παράμετροί της καθορίζονται από τις συνθήκες πρόσπτωσης του ηλεκτρονίου*. Συνέπεια του τελευταίου είναι να μπορούμε να υποθέσουμε ότι το εκπεμπόμενο πεδίο του κυματοσυρμού είναι σαν να προέρχεται από δύο ταλαντωτές οι οποίοι ταλαντώνονται κάθετα μεταξύ τους όμως είναι αδιαχώρητα συζευγμένοι. Κατά προέκταση και το εκπεμπόμενο πεδίο τους συνίσταται από δύο ορθογώνιες μεταξύ τους συνιστώσες E_x, E_y (Σχ. 5.3.1) οι οποίες δονούνται κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης. Όμως εν γένει, οι αρχικές τους φάσεις καθώς και τα πλάτη τους δεν είναι ίδια.

Το γεγονός αυτό μας οδηγεί (με βάση και τ' αναφερόμενα στις (§ 5.1,2) να υποθέσουμε ότι έκαστος κυματοσυρμός διακρίνεται από μια συγκεκριμένη κατάσταση πόλωσης που εξαρτάται από τα πλάτη (ή το λόγο των πλατών τους) και τη διαφορά φάσης μεταξύ τους. Σ' ένα όμως σημείο μιας δέσμης φωτός που προέρχεται από μια χαοτική πηγή, θα έχουμε την επαλληλία μεγάλου πλήθους κυματοσυρμών διαφορετικών καταστάσεων πόλωσης η οποία οδηγεί σε μια τελική που διατηρείται για χρονικό διάστημα όσο και ο χρόνος συμφωνίας (ο χρόνος κατά τη διάρκεια του οποίου έχουμε μια σχετική σταθερότητα στις φάσεις). Από στιγμή σε στιγμή όμως μεταβάλλεται ταχύτατα και με εντελώς τυχαίο τρόπο. Το φως αυτής της δέσμης είναι που ονομάζουμε φυσικό.

Το πρόβλημα το οποίο τίθεται τώρα είναι με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να δημιουργήσουμε μια δέσμη φωτός η οποία να χαρακτηρίζεται από μια συγκεκριμένη κατάσταση πόλωσης για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Όπως θα δούμε στα ε-



(Σχ. 5.3.1)

* Μία πλήρη περιγραφή της ελλειπτικής εν γένει ταλάντωσης του κέντρου βάρους του ηλεκτρονικού νέφους ουδετέρου ατόμου κατά την ανελαστική πρόσκρουση σ' αυτό άλλου ηλεκτρονίου, δίνεται στο βιβλίο: 'J.M.Stone “Radiation and Optics” Ch.12: Radiation from Lorentz atoms'

πόμενα με τη βοήθεια ενός παραδείγματος, το ζήτημα αφορά τον τρόπο με τον οποίο διάφορα οπτικά στοιχεία οδηγούν σε διαδικασίες επιλεκτικότητας κυματοσυρμών συγκεκριμένης κατάστασης πόλωσης. Το προσπίπτον φως – ορισμένης κατάστασης πόλωσης – μετά την έξοδό του από τα προαναφερόμενα στοιχεία, χαρακτηρίζεται από μια άλλη κατάσταση πόλωσης. Ακριβέστερα θ' αναφερθούμε στη δημιουργία μιας δέσμης γραμμικά πολωμένου φωτός, όταν φυσικό φως προσπέσει στην είσοδο ενός πολωτή Polaroid (βλ. § 5.5).

5.4 *Μια απλοποιημένη φωτονική περιγραφή των καταστάσεων πόλωσης του φωτός.*

Η φωτονική περιγραφή του φωτός, στοιχειωδώς εκτίθεται στο κεφάλαιο των Ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων (Κεφ. 2) και πιο συγκεκριμένα στην (§ 2.7) με τον τίτλο: 'Φωτονική εικόνα για το φως'. Εκεί περιγράφονται και οι διάφορες καταστάσεις πόλωσης από φωτονική άποψη. Στοιχεία επίσης αυτής της άποψης δώσαμε και στην εισαγωγή του παρόντος κεφαλαίου.

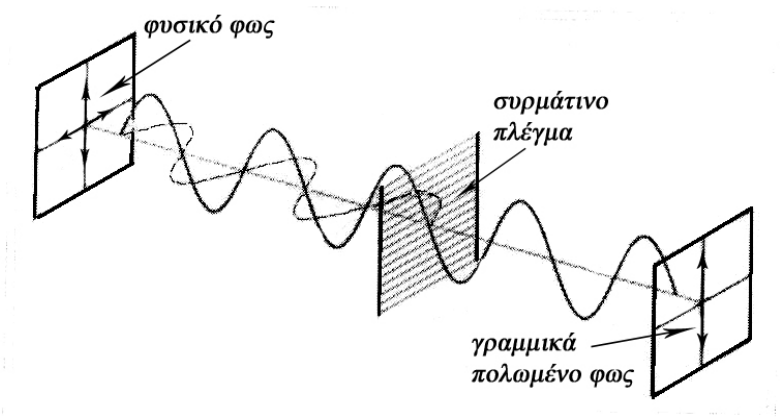
5.5 *Πολωτές*

Πολωτές (polarizers), είναι τα οπτικά στοιχεία ή τεχνήματα για τα οποία όταν στην είσοδό τους προσπέσει φυσικό φως από την έξοδό τους προκύπτει πολωμένο. Πρόκειται δηλ. για συστήματα τα οποία με τη βοήθεια ορισμένων φυσικών διαδικασιών, έχουν τη δυνατότητα να επιλέγουν μια συγκεκριμένη κατάσταση πόλωσης απορρίπτοντας όλες τις άλλες. Από τις φυσικές αυτές διαδικασίες αναφέρουμε τις εξής: ***διχρωϊσμός (dichroism)*** ή επιλεκτική απορρόφηση, ***ανάκλαση (reflection)*** και ***διάθλαση (refraction)***, ***σκέδαση (scattering)*** και ***διπλή διάθλαση (double refraction)***. Με βάση το φαινόμενο της επιλεκτικής απορρόφησης θα μελετήσουμε το είδος των γραμμικών πολωτών με την πολύ γνωστή ονομασία ***Polaroid***. Για την πόλωση μέσω διπλής διάθλασης θ' αναφερθούμε στο (§ 5.7) και στοιχειωδώς στο (§ 5.8.1) θα συζητήσουμε την πόλωση του φωτός από ανάκλαση και διάθλαση στα διηλεκτρικά υλικά. Όσο για τον διχρωϊσμό γίνεται μνεία στο (§ 5.8.2) και για την πόλωση από σκέδαση στην (§ 5.8.3). Όλες οι παραπάνω διαδικασίες ενέχουν την έννοια της ασύμμετρης συμπεριφοράς μεταξύ των συνιστωσών του πεδίου, κατά τη διάδοση του φωτός μέσω αυτών των συστημάτων στα πλαίσια της αλληλεπίδρασης μεταξύ του φωτός και της ύλης. Το γεγονός αυτό αποτελεί στην πραγματικότητα, την αιτία της επιλεκτικής τους ικανότητας όσον αφορά την ανάδειξη μιας συγκεκριμένης κατάστασης πόλωσης.

5.5.1 *Γραμμικοί πολωτές. Πολωτές Polaroid*

Γραμμικός πολωτής (linear polarizer) είναι αυτός που αν στην είσοδό του προσπέσει φυσικό φως, από την έξοδό του θα διαδοθεί γραμμικά πολωμένο. Το επίπεδο πόλωσης του φωτός στην έξοδο του, ορίζεται από τη διεύθυνση διάδοσης του φωτός και τη διεύθυνση ταλάντωσης του ηλεκτρικού του πεδίου. Αυτή διεύθυνση ταλάντωσης για τον πολωτή, ονομάζεται ***άξονας διέλευσης(transmission axis)***.

Ένα κλασσικό παράδειγμα γραμμικού πολωτή είναι ο ***πολωτής συρμάτινου πλέγματος(wire-grid polarizer)***. Συνίσταται (Σχ. 5.5.1.1) από ένα πολύ πυκνό πλέγμα λεπτών παραλλήλων συρμάτων. Κάθετα στο προαναφερόμενο, αφήνουμε να προσπέσει έστω μια δέσμη φυσικού φωτός. Την τελευταία έχουμε τη δυνατότητα (λόγω της πλήρους συμμετρίας του φυσικού φωτός) ν' αναλύσουμε σε δύο συνιστώσες: α) Την παράλληλη και β) την κάθετη προς τη διεύθυνση των συρμάτων. Η παράλληλη συνιστώσα του πεδίου δρα στα ελεύθερα ηλεκτρόνια των αγώγιμων συρμάτων, θέτοντάς τα σε κίνηση. Όμως είναι γνωστό (Κεφ. 4: Διασκεδασμός του φωτός (ΘΕΜΑ 1 - Οπτικές ιδιότητες των αγωγών)) στην περίπτωση αυτή, ένα πο-



(Σχ. 5.5.1.1)

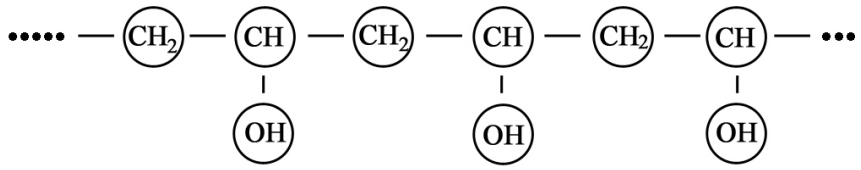
σοστό της ακτινοβολίας απορροφάται ταχύτατα και μετατρέπεται σε θερμότητας Joule. Το υπόλοιπο ανακλάται προς διεύθυνση αντίθετη της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και για τη συνιστώσα του πεδίου την κάθετη προς τη διεύθυνση των συρμάτων. Η δράση της εξαναγκάζει τα ηλεκτρόνια σε μικρές σχετικά μετατοπίσεις (λόγω του μικρού πλάτους του σύρματος) με συνέπεια μικρό ποσοστό της να δαπανάται σε απορρόφηση και ανάκλαση. Επομένως είναι η μόνη τελικά που εξέρχεται από το συρμάτινο πλέγμα ενώ η παράλληλη συνιστώσα όπως αποδείξαμε προηγουμένως απορροφάται πλήρως.

Στην πράξη για να λειτουργήσει το σύστημα σαν γραμμικός πολωτής, θα πρέπει η απόσταση των συρμάτων να είναι μικρότερη του μ.κ. της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και το πλάτος των συρμάτων, κλάσμα της προηγούμενης. Με βάση την υπάρχουσα τεχνολογία, πολωτές συρμάτινου πλέγματος χρησιμοποιούνται μόνο στην περιοχή των μικροκυμάτων και της μέσης και μακράς περιοχής του υπερύθρου φάσματος της Η/Μ ακτινοβολίας.

Θα περιγράψουμε στα επόμενα τον πλέον συνήθη γραμμικό πολωτή που χρησιμοποιείται για την ορατή περιοχή του Η/Μ φάσματος. Ονομάζεται ***φύλλο-Η (H-sheet)*** ή ***Polaroid*** και αναπτύχθηκε από τον Edwin H. Land*. Το υπόβαθρο αυτού του πολωτή είναι η ***πολυβινυλική αλκοόλη (polyvinyl alcohol)*** (PVOH, PVA ή PVAL). Πρόκειται για ένα συνθετικό πολυμερές το οποίο είναι διαλυτό στο νερό (Σχ. 5.5.1.2). Αν μια ράβδος του υλικού κατόπιν επεξεργασίας τανυστεί κατά πλάτος προς μια διεύθυνση, προκύπτει ένα διαφανές φύλλο ορισμένου πάχους. Τότε και τα μακρομόρια του υλικού βρίσκονται προσανατολισμένα προς την ίδια διεύθυνση. Το φύλλο καθίσταται πολωτής όταν εμβαπτιστεί σε κατάλληλο διάλυμα Ιωδίου. Τότε τα μόρια του Ιωδίου εγκαθίστανται στα υδροκαρβονικά μακρομόρια, με συνέπεια να τα καθιστούν αγώγιμα.(Σχ. 5.5.1.3α).

Ας υποθέσουμε ότι κάθετα σ' αυτό το φύλλο (Σχ. 5.5.1.3β) πέφτει μια δέσμη φυσικού φωτός. Τότε λόγω της πλήρους συμμετρίας του μπορούμε να το αναλύ-

PVA ***(Πολυβινυλική Αλκοόλη)***

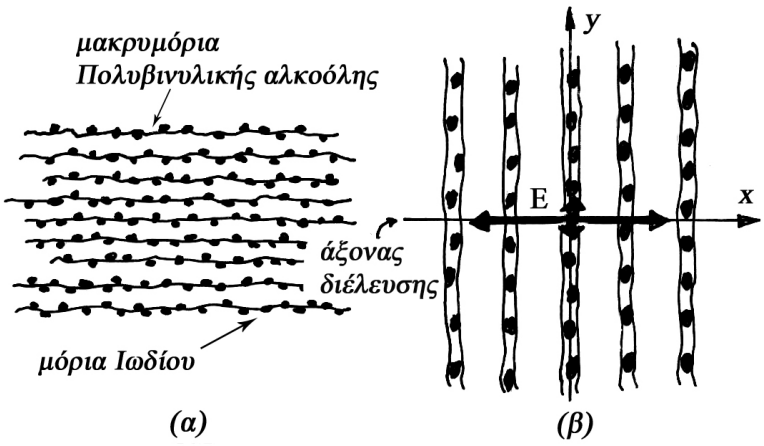


(Σχ. 5.5.1.2)

σουμε σε δύο συνιστώσες κατά x και y. Η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου κατά y που είναι παράλληλη με τα μακρομόρια, θέτει σε κίνηση τα ηλεκτρόνια των ατόμων του Ιωδίου, εκτελεί έργο πάνω τους και κατά τα γνωστά μερικώς απορροφάται ισχυρά και η υπόλοιπη ανακλάται. Το έργο αυτό μετατρέπεται σε θερμότητα Joule. Η συνιστώσα του **E** κατά x, δεν έχει την δυνατότητα να μετακινήσει κατά πολύ τα ηλεκτρόνια, με συνέπεια να διέρχεται από το φύλλο πρακτικά χωρίς ν' απορ-

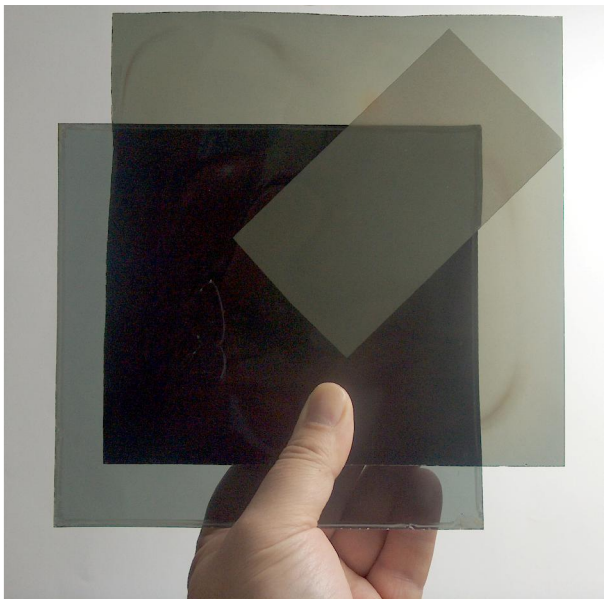
*E. H. Land (1951) "Some aspects on the development of sheet Polarizers". *J.Optical Society of America* **41** (12), 957-963.

ροφηθεί. Άρα η κατάσταση πόλωσης του εξερχόμενου φωτός είναι γραμμική. Η διεύθυνση x θα είναι και ο άξονας διέλευσης του πολωτή.



(Σχ. 5.5.1.3)

Στο εμπόριο τα φύλλα των πολωτών εμφανίζονται με κωδικές ονομασίες όπως: HN-46 ,HN-32 κ.λ.π. όπου το Η σημαίνει το είδος του πολωτή που περιγράψαμε προηγουμένως. Το N (Neutral) σημαίνει ότι ο πολωτής είναι ουδέτερος, δηλ. δια μέσου του περνάει όλο το ορατό Η/Μ φάσμα. Οι αριθμοί 46 , 32 κ.λ.π. σημαί-



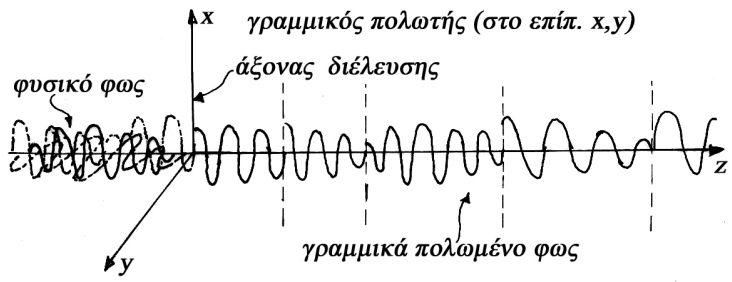
(Εικ. 5.5.1.4)

νουν το ποσοστό του φωτός (από το συνολικά προσπίπτον) που περνάει από το πολωτή, αφού λάβουμε υπόψη μας τις απώλειες λόγω ανακλάσεων και απορροφήσεων. Για δύο τελικά πολωτές Polaroid (φύλλα-Η) των οποίων οι άξονες διέλευσης

είναι παράλληλοι, θα έχουμε τη μέγιστη διέλευση φωτός μιας προσπίπτουσας. Όταν όμως είναι κάθετοι μεταξύ τους (διασταυρωμένοι πολωτές) πρακτικά δεν θα περνάει φως. Τότε λέμε ότι έχουμε ***κατάσβεση(extinction)*** (βλ. (§ 5.5.3: Νόμος του Malus)). Στην (Εικ. 5.5.1.4) μπορούμε να δούμε σε επαφή, δύο διασταυρωμένα τετράγωνα φύλλα πολωτή Polaroid. Από την περιοχή επικάλυψής τους δεν περνάει καθόλου φως. Σε διαγώνια θέση ανάμεσά τους, έχει τοποθετηθεί ένα φύλλο ριζόχαρτου. Το φως που περνάει από τον πρώτο πολωτή είναι γραμμικά πολωμένο. Προσπίπτοντας όμως στο ριζόχαρτο το φως αποπολώνεται και καθίσταται σχεδόν φυσικό. Αυτός είναι ο λόγος που από την περιοχή αυτή διέρχεται φως, επειδή ο αναλυτής δεν μπορεί να το αποκόψει.

5.5.2 *Ημικλασσική μελέτη του μηχανισμού επιλεκτικότητας ενός πολωτή Polaroid*

Έστω ότι στην είσοδο ενός γραμμικού πολωτή του οποίου τη δομή περιγράψαμε στην (§ 5.5.1) πέφτει φυσικό φως. Δηλ. ένα τεράστιο πλήθος κυματοσυρμών διαφορετικών καταστάσεων πόλωσης οι οποίες όμως διατηρούνται για ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα, όσο ο χρόνος συμφωνίας τους. Μέσα σ' αυτό το διάστημα ο πολωτής από κάθε κυματοσυρμό που αλληλεπιδρά μαζί του, επιτρέπει (επιλέγει) τη διέλευση εκείνων που είναι γραμμικά πολωμένοι παράλληλα προς τον άξονα διέλευσης του πολωτή (Όσον αφορά την κλασσική άποψη για το φως, από τις δύο συνιστώσες του φυσικού φωτός απορροφιέται η κάθετη προς τον άξονα διέλευσης). Τότε από την έξοδο του πολωτή αναδύεται μια διαταραχή με τη μορφή της ακολουθίας πολλών ασύμφωνων κυματοσυρμών γραμμικά πλέον πολωμένων στο ίδιο επίπεδο x, z (Σχ. 5.5.2.1). Το ηλεκτρικό τους πεδίο πάλλετε παράλληλα με



(Σχ. 5.5.2.1)

τον άξονα διέλευσης x. Δηλ. ο καθένας από τους προαναφερμένους κυματοσυρμούς θα διατηρεί τη σταθερότητα της φάσης του για χρονικό διάστημα όσο και ο χρόνος συμφωνίας. Ταχύτατα όμως (έξω από τα προαναφερόμενα χρονικά όρια)

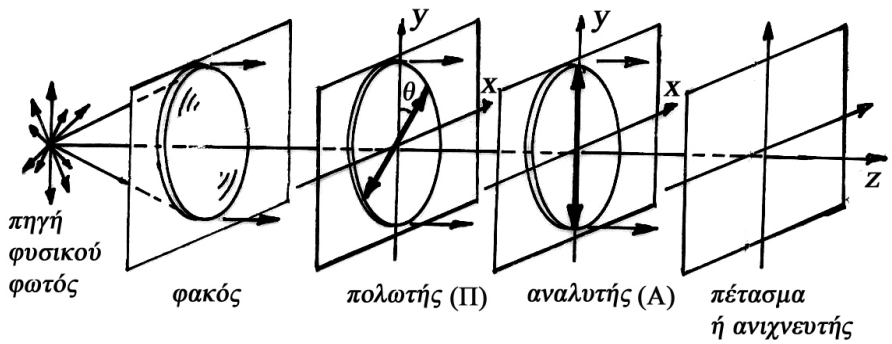
και με εντελώς τυχαίο τρόπο θ' ακολουθείται από άλλον με άλλη φάση στο ίδιο πάντα επίπεδο πόλωσης x, z. Η όλη διαδικασία οδηγεί στη διάδοση μετά τον πολωτή Polaroid μιας δέσμης γραμμικά πολωμένου φωτός.

Η ασύμφωνη διαδοχή των κυματοσυρμών μετά τον πολωτή δεν συνιστά κάποια διαφορετική κατάσταση πόλωσης από ότι αυτή της γραμμικής. Πράγματι στην (Άσκ.1 – Λυμένη) αποδεικνύεται ότι για την κλασσική προσέγγιση του Η/Μ πεδίου, η επαλληλία πολλών ασύμφωνων δεσμών της ίδιας όμως κατάστασης πόλωσης, οδηγεί σε μια τελική δέσμη με κατάσταση πόλωσης όπως και οι προηγούμενες.

Στη γενικότερη περίπτωση με βάσει φαινόμενα όπως: Η διπλή διάθλαση, ο διχρωϊσμός , η ανάκλαση και η διάθλαση κ.λ.π. και τη χρησιμοποίηση εξαρτημάτων όπως: Πολωτών, πλακιδίων καθυστέρησης κ.λ.π. οδηγούμαστε μέσω διαδικασιών επιλογής – που επιβάλλονται από την ιδιαίτερη δομή των προαναφερόμενων συστημάτων – σε δέσμες φωτός που χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένες καταστάσεις πόλωσης. Στην πραγματικότητα όλες αυτές οι διαδικασίες, αφορούν φαινόμενα αλληλεπίδρασης του φωτός με την ύλη.

5.4.3 *Νόμος του Malus*

Η διάταξη του (Σχ. 5.5.3.1) περιλαμβάνει κατ' αρχή μια σχεδόν σημειακή πηγή φυσικού φωτός, τοποθετημένη στο εμπρός εστιακό επίπεδο συγκλίνοντος φακού. Τότε από τον φακό αναδύεται κατά τα γνωστά ένα επίπεδο μέτωπο κύματος.



(Σχ. 5.5.3.1)

Το τελευταίο προσπίπτει σ' ένα πολωτή (Π) που ο άξονας διέλευσής του βρίσκεται σε γωνία θ σε σχέση με τον κατακόρυφο άξονα y. Μετά τον πολωτή (Π) θα διαδίδεται ένα γραμμικά πολωμένο μέτωπο κύματος του οποίου το επίπεδο πόλωσης καθορίζεται από τη διεύθυνση του άξονα διέλευσης και τον άξονα διάδοσης z. Έστω ότι το πλάτος του κύματος αυτού είναι E_0. Τότε η ένταση του φωτός που θ' ανιχνεύσουμε μετά τον (Π) θα δίνεται από τη γνωστή σχέση:

$$I = I_0 = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \qquad (5.5.3.1)$$

ανάλογη δηλ. του τετραγώνου του πλάτους E_0. Έστω τώρα ότι μετά τον πολωτή (Π) τοποθετούμε ένα δεύτερο γραμμικό πολωτή (Α) που συνηθίζεται να τον αποκαλούμε ***αναλυτή (analyzer)***, με άξονα διέλευσης παράλληλο με τον άξονα y. Είναι εύκολο να κατανοήσουμε ότι από τον (Α) θα περάσει γραμμικά πολωμένο φως που το πλάτος του θα είναι η συνιστώσα του E_0 κατά τη διεύθυνση του άξονα διέλευσης δηλ. η $E_0 \cos\theta$. Τότε η ένταση του φωτός που θ' ανιχνεύσουμε μετά τον (Α) θα είναι:

$$I(\theta) = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \cos^2\theta \qquad (5.5.3.2)$$

και επειδή $I(0) = c\varepsilon_0 E_0^2/2$ τελικά:

$$I(\theta) = I(0)\cos^2\theta \qquad (5.5.3.3)$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει το νόμο του Malus. Για $\theta = 90^0$ από τη (σχ. 5.5.3.3) θα έχουμε: $I(90^0) = 0$, άρα από τον αναλυτή (Α) δεν θα περάσει καθόλου φως. Θα έχουμε δηλ. κατάσβεση και οι πολωτές ονομάζονται ***διασταυρωμένοι (crossed)*** (Εικ. 5.5.1.4). Υποτίθεται ότι κατά τη διέλευση του φωτός από πολωτή και αναλυτή δεν έχουμε απορρόφηση.

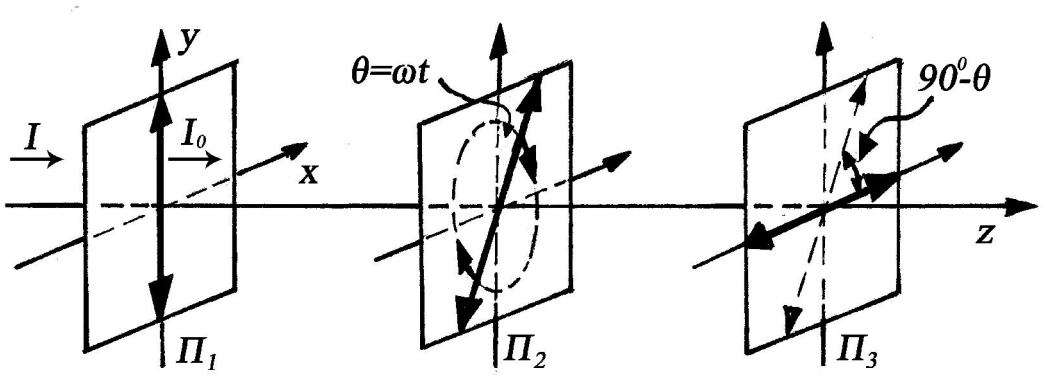
Παράδειγμα

Θεωρούμε ότι ένας ιδανικός γραμμικός πολωτής Π_2 (Σχ. 5.5.3.2), περιστρέφεται με κυκλική συχνότητα ω μεταξύ ενός ζεύγους παρομοίων πολωτών Π_1, Π_3 που είναι μεταξύ τους διασταυρωμένοι. Ν' αποδειχθεί ότι η ένταση του φωτός στην έξοδο, διαμορφώνεται από το σύστημα αρμονικά με συχνότητα $\omega' = 4\omega$. Ακριβέστερα η ένταση θα δίνεται από τη σχέση:

$$I' = \frac{I_0}{8}\left(1 - \cos 4\omega t\right)$$

Στην είσοδο της διάταξης προσπίπτει φυσικό φως και η ένταση που διέρχεται από τον πρώτο πολωτή είναι I_0.

● Έστω ότι E_0 το πλάτος της έντασης του ηλ. πεδίου που διέρχεται από τον πρώτο (κατακόρυφο) πολωτή Π_1 και έστω $\theta = \omega t$ η γωνία που σχηματίζει ο δεύτε-



(Σχ. 5.5.3.2)

ρος (περιστρεφόμενος) πολωτής Π_2 με τον πρώτο. Επομένως η συνιστώσα της έντασης του ηλ. πεδίου του αναδυόμενου γραμμικά πολωμένου φωτός θα είναι η $E_0 \cos\theta$. Κατά προέκταση, η συνιστώσα της έντασης του ηλ. πεδίου του αναδυόμενου γραμμικά πολωμένου φωτός από τον τελευταίο (οριζόντιο) πολωτή Π_3 θα είναι: $E_0 \cos\theta \cos\left(90^0 - \theta\right) = E_0 \cos\theta \sin\theta$.

Τέλος η αναδυόμενη ένταση του φωτός I' με τη βοήθεια των σχέσεων: $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a = 2\cos^2 a - 1$ θα είναι:

$$I' = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \sin^2\theta \cos^2\theta = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \left(1 - \cos 2\theta\right)\left(1 + \cos 2\theta\right) =$$

$$= \frac{c\varepsilon_0}{8} E_0^2 \left(1 - \cos^2 2\theta\right) = \frac{c\varepsilon_0}{8} E_0^2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\cos 4\theta + \frac{1}{2}\right)\right] =$$

$$= \frac{c\varepsilon_0}{16} E_0^2 \left(1 - \cos 4\theta\right) \Rightarrow I' = \frac{I_0}{8}\left(1 - \cos 4\theta\right)$$

Με $I_0 = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2$ και $\theta = \omega t$.

Το φυσικό αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι ότι παρατηρώντας από την έξοδο της διάταξης, α την αυξομείωση της έντασης του φωτός να συμβαίνει με συχνότητα τέσσερεις φορές μεγαλύτερη από ότι η συχνότητα περιστροφής του πολωτή Π_2.

5.6 *Το μοντέλο του μηχανικού ταλαντωτή του Lorentz. Διάδοση των Η/Μ κυμάτων σε ισότροπα και ανισότροπα υλικά*

Είναι βασικής σημασίας η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο τα Η/Μ κύματα διαδίδονται στην ύλη και ειδικότερα στην περίπτωσή μας στα διηλεκτρικά στερεά, ομογενή ισότροπα και ανισότροπα (κρύσταλλοι), τα υγρά και τα αέρια. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται τα διάφορα είδη των γυαλιών, κρυσταλλικά υλικά, το νερό και άλλα υγρά, ο αέρας όπως και πολλά είδη αερίων. Για την ορατή περιοχή του φάσματος των ακτινοβολιών, τα προαναφερόμενα μέσα ενδιαφερόμαστε να είναι ως επί το πλείστον διαφανή δηλ. να μην εμφανίζουν απορρόφηση.

Σε γενικές γραμμές η διάδοση του φωτός στα διαφανή υλικά γίνεται μέσω της ταλάντωσης των ατομικών (ή μοριακών) διπόλων, το σύνολο των οποίων θεωρούμε ότι συνθέτουν το μέσο διάδοσης (βλ. Κεφ.2: Η/Μ Κύματα (§ 2.2.2)) και (Κεφ.4: Διασκεδασμός του φωτός (§ 4.1.2)). Η ταλάντωση προκαλείται από τις δυνάμεις που ασκούνται στα ηλεκτρόνια από το πεδίο **E** της προσπίπτουσας Η/Μ ακτινοβολίας. Τα ατομικά δίπολα επανεκπέμπουν ταλαντούμενα όπως θα δούμε την ακτινοβολία με τη μορφή κυματίων, των οποίων η σύνθεση αποτελεί το διαδιδόμενο (διαθλώμενο) με μια ορισμένη ταχύτητα μέσα στο υλικό μέτωπο κύματος. Σαν ***δείκτη διάθλασης(refraction index)*** n ενός διαφανούς μέσου, ονομάζουμε – κατά τα γνωστά – τον λόγο της ταχύτητας διάδοσης του φωτός στο κενό προς αυτήν της διάδοσής του στο μέσο:

$$n = c/\upsilon \tag{5.6.1}$$

Επίσης με βάση τις προβλέψεις της θεωρίας του ***διασκεδασμού του φωτός(dispersion of light)***, ο δείκτης διάθλασης (δ.δ.) θα δίνεται από τη σχέση (σχ. 4.1.2.9):

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{\varepsilon_0 m_e}\left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \tag{5.6.2}$$

Δηλαδή εξαρτάται αντιστρόφως ανάλογα από τη διαφορά των τετραγώνων της φυσικής συχνότητας ταλάντωσης ω_0 των ηλεκτρονίων των ατόμων και των συχνοτήτων ταλάντωσης ω του προσπίπτοντος Η/Μ πεδίου. q_e, m_e είναι το φορτίο και η μάζα αντίστοιχα του ηλεκτρονίου και N ο αριθμός των ατόμων ανά μονάδα όγκου στο υλικό. Η (σχ. 5.6.2) είναι ενδεικτικά μια απλοποιημένη και ισχύει ακριβώς μόνο για πολύ αραιά αέρια που διαθέτουν μόνο μια συχνότητα συντονισμού ω_0. Θα

τη χρησιμοποιήσουμε αν και με όχι αυστηρό τρόπο για να εξάγουμε συμπεράσματα όσον αφορά τη διάδοση στο εσωτερικό στερεών ισοτρόπων και ανισοτρόπων υλικών. Συγκεκριμένα θα συσχετίσουμε τις αναδεικνυόμενες συχνότητες συντονισμού στο εσωτερικό των υλικών με τους αντίστοιχους δ.δ. που προκύπτουν από τη (σχ. 5.6.2). Οι δ.δ. βέβαια με βάση τη (σχ. 5.6.1) σχετίζονται με τις αντίστοιχες ταχύτητες φάσης υ δηλ. με τις ταχύτητες διάδοσης των μετώπων κύματος στο εσωτερικό των υλικών. Τέλος ο τρόπος με τον οποίο απορροφούν ή σκεδανύουν τα άτομα ενός διηλεκτρικού την Η/Μ ακτινοβολία ανάγεται απλουστευτικά σε δύο κατηγορίες:

α) Σκέδαση συντονισμού (inelastic (resonant) scattering)

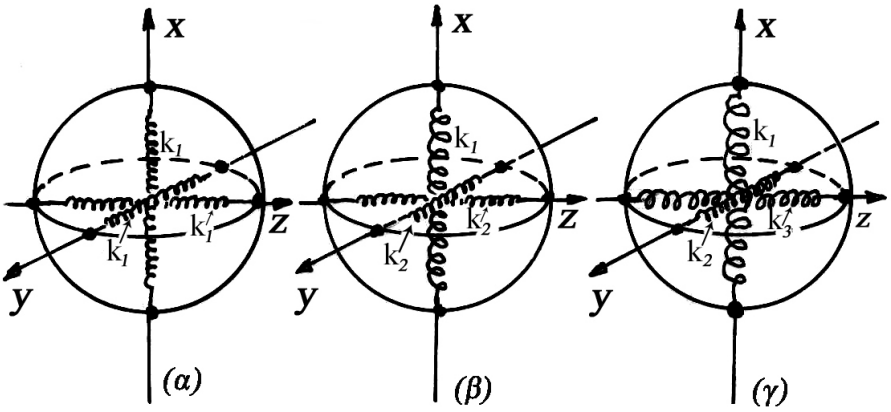
Συμβαίνει όταν η συχνότητα του προσπίπτοντος Η/Μ κύματος ταυτίζεται με τη φυσική συχνότητα συντονισμού ω_0 των ηλεκτρονίων των ατόμων του υλικού. Τότε θα έχουμε πρόσληψη της ενέργειας της ακτινοβολίας και μετάβαση των ηλεκτρονίων από τη θεμελιώδη τους στάθμη σε μία ανώτερη ενεργειακά. Είναι όμως σχεδόν βέβαιο ότι η συγκεκριμένη ενέργεια (που δεν επανεκπέμπεται με τη μορφή ακτινοβολίας) οδηγεί (μέσω των κρούσεων μεταξύ των ατόμων) σε αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του υλικού δηλ. στη θέρμανσή του. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται γενικά ***απορρόφηση(absorption)***.

β) Ελαστική σκέδαση

Όταν η συχνότητα του προσπίπτοντος Η/Μ κύματος διαφέρει από αυτήν της συχνότητας συντονισμού των ηλεκτρονίων των ατόμων του υλικού, δεν υφίσταται μετάβαση τους σε ανώτερη ενεργειακή στάθμη. Μας είναι όμως ήδη γνωστό ότι τα άτομα σαν συστήματα (θετικών πυρήνων – αρνητικών ηλεκτρονίων) μπορούν να συμπεριφερθούν σαν ηλεκτρικά δίπολα. Τότε το προσπίπτον Η/Μ κύμα μέσω του μεταβαλλόμενου ηλεκτρικού του πεδίου ασκεί δυνάμεις και οδηγεί σε ταλάντωση το ηλεκτρόνιο σε σχέση με τον πυρήνα του. Η ταλάντωση αυτή οδηγεί στην επανεκπομπή της προσλαμβανόμενης ενέργειας με τη μορφή Η/Μ ακτινοβολίας. Η συχνότητα της εκπομπής θα είναι αυτή της προσπίπτουσας. Το προαναφερόμενο φαινόμενο ανήκει στην περιοχή της μη συντονισμένης σκέδασης και ονομάζεται ***ελαστική σκέδαση(elastic scattering)***. Μπορούμε τελικά να θεωρήσουμε ότι τα άτομα ενός οπτικού μέσου (π.χ. ενός διηλεκτρικού) που φωτίζεται με ακτινοβολία εκτός της περιοχής των συχνοτήτων συντονισμού του (δηλ. διαφανούς), αποτελούν κατά προσέγγιση 'σημειακές' πηγές εκπομπής σφαιρικών κυματίων. Η επαλληλία των τελευταίων συγκροτεί το διαδιδόμενο (διαθλώμενο) μέσα στο υλικό μέτωπο κύματος.

5.6.1 *Το μοντέλο του μηχανικού ταλαντωτή του Lorentz*

Από όσα έχουμε αναφέρει μέχρις εδώ, βγαίνει το συμπέρασμα ότι κοινή συνιστώσα φαινόμενων όπως: Της διάδοσης του φωτός στην ύλη ή της απορρόφησής του καθώς και του τρόπου παραγωγής του φωτός (βλ. § 5.3), είναι τα ταλαντούμενα ατομικά ηλεκτρικά δίπολα. Μας είναι επίσης γνωστή (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα) η Η/Μ θεωρία του Maxwell για τη διάδοση του φωτός στο κενό. Ο Lorentz προκειμένου να επεκτείνει την προαναφερόμενη θεωρία με κλασσικό τρόπο για τη διάδοση στην ύλη, έκανε τις εξής υποθέσεις: α) την ήδη γνωστή σ' εμάς ότι το φορτίο του ηλεκτρονίου περιβάλλει τον θετικό πυρήνα με τη μορφή ηλεκτρονικού νέφους και β) ότι το νέφος αυτό 'υποβαστάζεται' από τον πυρήνα μέσω 'ελατηρίων' (Σχ. 5.6.1.1) των οποίων η σταθερή (σταθερή ελατηρίου) είναι η κ. Η ταλάντωση λοι-



(Σχ. 5.6.1.1)

πόν του ηλεκτρονικού νέφους σε σχέση με τον πυρήνα γίνεται με τη διαμεσολάβηση του 'ελατηρίου' όπου από τη γνωστή σχέση $\omega_0 = \sqrt{\kappa / m_e}$ προκύπτει η συχνότητα συντονισμού του συστήματος. m_e κατά τα γνωστά είναι η μάζα του ηλεκτρονίου.

Για τα ισότροπα υλικά (π.χ. γυαλί, νερό, αέρας) οι ιδιότητές τους είναι οι ίδιες προς οποιαδήποτε διεύθυνση. Τότε τα 'ελατήρια' έχουν όλα την ίδια σταθερή στις διευθύνσεις ενός τυχαία επιλεγμένου - στο εσωτερικό του οπτικού μέσου - τρισορθογωνίου συστήματος συντεταγμένων (Σχ. 5.6.1.1α). Το γεγονός σημαίνει ότι οι ασκούμενες στο δίπολο δυνάμεις επαναφοράς σε κάθε κατεύθυνση στο εσωτερικό του υλικού θα είναι ίδιες (σχ. 4.1.2.1). Ας υποθέσουμε τώρα ότι στο δίπολο ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις εξαιτίας μιας προσπίπτουσας Η/Μ διαταραχής. Πράγματι το μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο της τελευταίας - αν θεωρήσουμε ότι πρόκειται π.χ. για ένα αρμονικό γραμμικά πολωμένο επίπεδο μέτωπο κύματος συχνότητας ω δρα πάνω στα ηλεκτρόνια των ατόμων με την υπόθεση ότι οι πυρήνες

παραμένουν ακίνητοι. Οι δυνάμεις αυτές επειδή είναι $\omega_0 = \text{σταθ.}$, θα δονούν το δίπολο με τον ίδιο ακριβώς τρόπο προς οποιαδήποτε διεύθυνση ασκούνται. Το γεγονός συνεπάγεται ότι με βάση τη (σχ. 5.6.2) ο δείκτης διάθλασης του υλικού θα είναι ο ίδιος προς κάθε κατεύθυνση στο εσωτερικό του όπως ίδια θα είναι και η ταχύτητα διάδοσης του φωτός (σχ. 5.6.1).

Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και για τα ***ανισότροπα*** υλικά δηλ. τους κρυστάλλους. Οι κρύσταλλοι είναι συνήθως στερεά που η εσωτερική τους δομή συνίσταται από διαδοχικές περιοδικές κατατάξεις ατόμων (οι μορίων) σε ευθείες, επίπεδα ή στο χώρο (βλ. Σχ. 5.7.3.11α). Σε αντίθεση, τα μόρια των ***ισότροπων*** υλικών δεν είναι διευθετημένα με ομαλό τρόπο (βλ. Σχ. 5.7.3.11β). Για την γενικότερη λοιπόν περίπτωση των ανισότροπων υλικών, στο μοντέλο του Lorentz θεωρούμε ότι το ηλεκτρονικό νέφος 'υποβαστάζεται' από τον πυρήνα με 'ελατήρια' που έχουν διαφορετικές σταθερές μεταξύ τους (Σχ. 5.6.1.1γ) για τις τρεις διευθύνσεις που σχηματίζουν τρισορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων. Οι διευθύνσεις αυτές είναι χαρακτηριστικές της δομής του εκάστοτε κρυστάλλου.

Θεωρούμε τώρα το γραμμικά πολωμένο φως, να διαδίδεται κάθετα (και το $\mathbf{E}$ να δονείται παράλληλα αντίστοιχα) προς τον καθένα από τους τρεις άξονες των 'ελατηρίων' μέσα στον κρύσταλλο. Γι' αυτές τις διευθύνσεις, επειδή οι ιδιοσυχνότητες ταλάντωσης είναι διαφορετικές (διαφορετικές σταθερές των 'ελατηρίων') έχουμε με βάση τη (σχ. 5.6.2) διαφορετικούς δείκτες διάθλασης άρα και διαφορετικές ταχύτητες διάδοσης του φωτός (σχ. 5.6.1). Σε διευθύνσεις διάδοσης που δεν ταυτίζονται με τους τρεις άξονες, προκύπτουν ενδιάμεσοι δ.δ. όπως και αντίστοιχες ταχύτητες διάδοσης. Βλέπουμε τελικά λοιπόν ότι ο συγκεκριμένος τρόπος διάταξης των μορίων στους κρυστάλλους οδηγεί σε ανάπτυξη δυνάμεων επαναφοράς μεταξύ των πυρήνων και των ηλεκτρονίων, διαφορετικών σε διαφορετικές διευθύνσεις με συνέπεια την προαναφερόμενη διαφοροποίηση των δ.δ. και των ταχυτήτων διάδοσης του φωτός στο εσωτερικό τους.

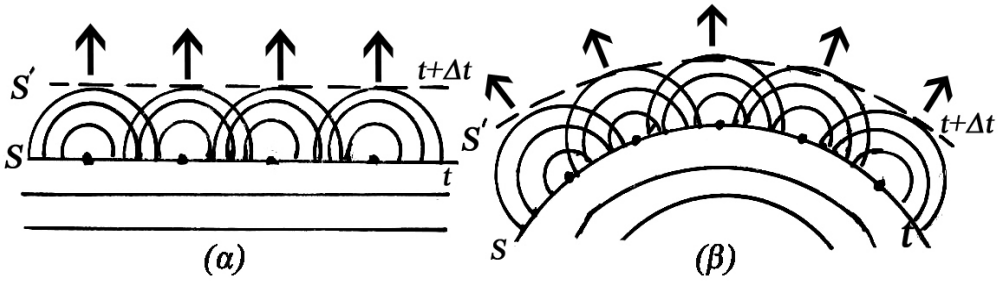
Στην προκειμένη περίπτωση, μας ενδιαφέρουν ανισότροπα υλικά των οποίων η προσομοίωση των ατόμων τους με το μοντέλο του Lorentz δίνει δύο διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους που έχουν την ίδια σταθερή 'ελατηρίου'. Όχι όμως και η τρίτη διεύθυνση (Σχ. 5.6.1.1β). Τότε για διάδοση του φωτός κάθετη (και ταλάντωση του πεδίου παράλληλη) ως προς τους άξονες y και z, οι δ.δ. άρα και οι ταχύτητες διάδοσης είναι ίδιες ενώ για τον άξονα x διαφορετική. Δηλ. $n_y = n_z \neq n_x$ και ($\upsilon_y = \upsilon_z \neq \upsilon_x$). Ο άξονας x ονομάζεται ***οπτικός άξονας(optic axis)***. Οι άξονες y και z λόγω της συγκεκριμένης συμμετρίας αυτών των κρυστάλλων μπορούν να ληφθούν με οποιονδήποτε προσανατολισμό πάνω στο επίπεδο y,z αρκεί μεταξύ τους να είναι κάθετοι όπως και κάθετοι ως προς τον άξονα x.

Θα πρέπει επίσης να πούμε ότι ο οπτικός άξονας είναι μια συγκεκριμένη διεύθυνση στον κρύσταλλο και όχι μια αυστηρά οριοθετημένη γραμμή. Κρύσταλλοι με $n_y = n_z \neq n_x$ διαθέτουν έναν οπτικό άξονα και ονομάζονται ***μονοάξονες κρύσταλλοι(uniaxial crystals)***. Αυτοί για τους οποίους $n_y \neq n_z \neq n_x$ διαθέτουν δύο οπτικούς άξονες και ονομάζονται ***διάξονες κρύσταλλοι (biaxial crystals)***. Με βάση την κατάταξη των κρυστάλλων από απόψεως συμμετρίας, οι μονοάξονες ανήκουν στα κρυσταλλικά συστήματα: Τριγωνικό, Εξαγωνικό και Τετραγωνικό. Οι διάξονες ανήκουν στο: Ορθορομβικό, Μονοκλινές και Τρικλινές. Οι κρύσταλλοι του Κυβικού συστήματος συμπεριφέρονται ισότροπα.

5.6.2 *Εφαρμογή της αρχής του Huygens, για τη διάδοση των μετώπων κύματος σε ισότροπα και ανισότροπα υλικά*

α) Η αρχή του Huygens για ισότροπα υλικά

Η συγκεκριμένη αρχή εφαρμόζεται για τον προσδιορισμό της μορφής ενός μετώπου κύματος σε μια ορισμένη χρονική στιγμή, όταν μας είναι γνωστή η μορφή του σε μια προηγούμενη. Στο (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (ΠΑΡ/ΜΑ 2)) είχαμε αναφέρει ότι το μέτωπο κύματος στο χώρο (για μια ορισμένη χρονική στιγμή) είναι μια νοητή επιφάνεια της διαδιδόμενης Η/Μ διαταραχής της οποίας τα σημεία έχουν την ίδια φάση. Οι νοητές γραμμές που ενώνουν αντίστοιχα σημεία στις διαδοχικές επι-



(Σχ. 5.6.2.1)

φάνειες των μετώπων κύματος και είναι κάθετες σ' αυτές ονομάζονται ακτίνες. Η ορθογωνιότητα μεταξύ ισοφασικών επιφανειών και ακτίνων, ισχύει μόνο για τα ισότροπα υλικά.

Σύμφωνα με την αρχή του Huygens, κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος αποτελεί πηγή εκπομπής ενός σφαιρικού ***κυματιδίου(wavelet)*** της ίδιας συχνότητας. Η περιβάλλουσα αυτών των κυματιδίων μετά από ένα χρονικό διάστημα θ' αποτε-

λεί το νέο μέτωπο κύματος. Στα (Σχ. 5.6.2.1) επιδεικνύεται η εφαρμογή της αρχής για ένα επίπεδο και ένα σφαιρικό μέτωπο κύματος, που διαδίδονται σ' ένα ομογενές και ισότροπο μέσο με ταχύτητα υ. Σε χρόνο t τα αρχικά μέτωπα κύματος είναι οι επιφάνειες S. Σε χρόνο $t+\Delta t$ τα νέα μέτωπα κύματος (επιφάνειες S') προσδιορίζονται από την περιβάλλουσα των σφαιρικών κυματιδίων που γράφονται με κέντρα τα σημεία του μετώπου κύματος σε χρόνο t και ακτίνες $\upsilon\Delta t$.

Εδώ δεν μας ενδιαφέρει η διάδοση των κυματιδίων προς την αντίθετη διεύθυνση της κίνησης των μετώπων κύματος, γεγονός που αποτελεί αντικείμενο εξέτασης στην θεωρία της περίθλασης του φωτός (Κεφ. 7: Περίθλαση του φωτός (§ 7.8.1)). Τέλος η αρχή του Huygens θα πρέπει να ξέρουμε ότι εφαρμόζεται για την ερμηνεία φαινομένων όπως είναι: Η ευθύγραμμη διάδοση του φωτός σε ομογενή και ισότροπα μέσα, η ανάκλαση, η διάθλαση όπως και η ολική εσωτερική ανάκλαση, καθώς και για τη μη ευθύγραμμη διάδοση σε ανομοιογενή οπτικά μέσα (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (ΠΑΡ/ΜΑ 2)).

β) Η αρχή του Huygens για ανισότροπα υλικά

Στα ανισότροπα υλικά κατά τα γνωστά, οι ιδιότητές τους είναι διαφορετικές σε διαφορετικές διευθύνσεις στο εσωτερικό τους. Η ιδιότητα η οποία μας ενδιαφέρει εδώ είναι η ταχύτητα διάδοσης του φωτός και πιο συγκεκριμένα για κρυστάλλους που χαρακτηρίζονται από ένα οπτικό άξονα (μονοάξονες κρύσταλλοι). Το πρόβλημα της διάδοσης του φωτός σε οποιαδήποτε διεύθυνση μέσα σ' ένα τέτοιο κρύσταλλο είναι μια αρκετά πολύπλοκη διαδικασία (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4)*.

Σημείωση

Υπάρχουν μεγέθη τα οποία περιγράφουν τις φυσικές ιδιότητες των διαφόρων υλικών. Όπως π.χ. η ηλεκτρική διαπερατότητα του μέσου (ε) (ή οποία καθορίζει την ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο εσωτερικό του). Επίσης ένα άλλο παράδειγμα είναι ή ηλ. αγωγιμότητα (σ) (που μας καθορίζει την πυκνότητα του ηλ. ρεύματος στο εσωτερικό ενός αγωγού). Όμως τα μεγέθη ε και σ έχουν όπως και πολλά άλλα βαθμωτό χαρακτήρα, μόνον για τις περιπτώσεις των ισοτρόπων υλικών (γυαλιά, αέρας, υγρά, αγωγοί κ.τ.λ.) Στην περίπτωση αυτή η ηλ. μετατόπιση D και το ηλ. πεδίο E συνδέονται με τη γνωστή σχέση: $D=\varepsilon E$. Επίσης η πυκνότητα του ηλ. ρεύματος και το ηλ. πεδίο E συνδέονται με την: $J=\sigma E$, όπου εδώ τα ε,σ εί-

* Ε.Δ. Βανίδη: 'Πόλωση του Φωτός στο Κενό και την Ύλη' . Δεύτερη (αυτό)έκδοση, Θεσσαλονίκη 2017. Μπορούμε να το βρούμε στο διαδίκτυο σε μορφή PDF: users.auth.gr/vanidhis/books (Συγγραφικό έργο). Στο βιβλίο αυτό θα γίνουν στα επόμενα αρκετές διευκρινιστικές αναφορές. Με τη συντομογραφία: (Π.Φ.Κ.Υ…..). Π.χ. (Π.Φ.Κ.Υ. (ΠΑΡ/ΜΑ 4).

ναι μονόμετρα μεγέθη. Στην περίπτωση όμως των κρυστάλλων (ανισότροπα υλικά), η ηλ. διαπερατότητα καθώς και η ηλ. αγωγιμότητα είναι ***τανυστές (tensors)***. Και οι σχέσεις με τις οποίες περιγράφονται πλέον τα προαναφερόμενα παραδείγματα είναι οι εξής:

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j \quad (1) \qquad \text{και} \qquad J_i = \sigma_{ij} E_j \quad (2)$$

όπου ε_{ij} (ηλεκ. διαπερατότητα του μέσου) και σ_{ij} (αγωγιμότητα του μέσου) είναι τανυστές δεύτερης τάξης που ο καθένας ορίζεται από εννέα στοιχεία.

Πράγματι π.χ. η (σχ.1) σε αναλυτική μορφή γράφεται:

$$\left.\begin{aligned} D_1 &= \varepsilon_{11}E_1 + \varepsilon_{12}E_2 + \varepsilon_{13}E_3 \\ D_2 &= \varepsilon_{21}E_1 + \varepsilon_{22}E_2 + \varepsilon_{23}E_3 \\ D_3 &= \varepsilon_{31}E_1 + \varepsilon_{32}E_2 + \varepsilon_{33}E_3 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Βλέπουμε δηλ. χαρακτηριστικά ότι η κάθε συνιστώσα D_i $(i = 1,2,3)$ του διανύσματος **D** (τανυστής πρώτης τάξης) της ηλεκτρικής μετατόπισης (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.1.5)) δεν εξαρτάται από μια συνιστώσα E_i $(i = 1,2,3)$ της έντασης **E** του ηλεκτρικού πεδίου (τανυστής πρώτης τάξης) στο εσωτερικό του κρυστάλλου αλλά και από τις τρεις. Στο γεγονός αυτό οφείλεται και η πολυπλοκότητα υπολογισμού των ε_{ij} και κατά προέκταση των δ.δ. καθώς και των ταχυτήτων διάδοσης του φωτός σε διαφορετικές διευθύνσεις στο εσωτερικό των κρυστάλλων.

Στην περίπτωση όμως ενός ομογενούς ισοτρόπου μέσου (όπως π.χ. το γυαλί) θα ισχύει: $D = \varepsilon E$. Όπου τώρα η ηλεκτρ. διαπερατότητα ε του μέσου είναι μονόμετρο μέγεθος και σταθερό προς οποιαδήποτε κατεύθυνση στο εσωτερικό του γυαλιού. Επειδή όμως κατά τα γνωστά $k_e = \varepsilon/\varepsilon_0$ (k_e η διηλεκτρική σταθερή) και $n = \sqrt{k_e}$ όπως και $\upsilon = c/n$, διαπιστώνουμε ότι και η ταχύτητα υ του φωτός, θα είναι η ίδια προς οποιαδήποτε κατεύθυνση.

Ίδιοι περίπου συλλογισμοί μας οδηγούν στο να διαπιστώσουμε ότι η αγωγιμότητα του ηλ. ρεύματος δεν είναι η ίδια σε διαφορετικές διευθύνσεις στο εσωτερικό ενός κρυστάλλου. Σ' έναν όμως ομογενή και ισότροπο αγωγό (π.χ. από Χαλκό) η αγωγιμότητα θα είναι η ίδια.

Για το λόγο αυτό θα επιλέξουμε συγκεκριμένες διευθύνσεις διάδοσης, που με τη βοήθεια της αρχής του Huygens θα μπορούσαν να μελετηθούν με σχετική ευκολία. Θεωρούμε λοιπόν την κάθετη πρόσπτωση ενός επιπέδου γραμμικά πολωμένου μετώπου κύματος πάνω σε μια φυσική επιφάνεια ενός μονοάξονα κρυστάλλου. Η

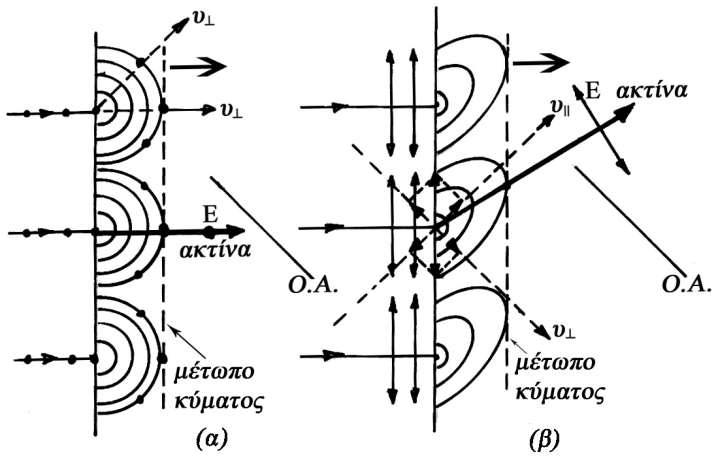
διεύθυνση της πρόσπτωσης, είναι ταυτόχρονα παράλληλη με το επίπεδο που περιλαμβάνει τον οπτικό άξονα. Θα προσπαθήσουμε λοιπόν να ερμηνεύσουμε την ανάπτυξη των μετώπων κύματος σ' αυτό το επίπεδο (είναι το επίπεδο που βρίσκονται τα (Σχ. 5.6.2.2)). Την τυχαία διεύθυνση πόλωσης του προσπίπτοντος γραμμικά πολωμένου φωτός μπορούμε να την αναλύσουμε σε δύο συνιστώσες: Μία κάθετη προς τον οπτικό άξονα (•) (Σχ. 5.6.2.2α) και μια παράλληλη προς το επίπεδο που περιλαμβάνει τον οπτικό άξονα (↔) (Σχ. 5.6.2.2β).

Γνωρίζουμε από την (§ 5.6.1) ότι για μονοάξονα κρύσταλλο και για διάδοση που αντιστοιχεί σε ταλάντωση του **E** κάθετα στον οπτικό άξονα (Σχ. 5.6.2.2α), η ταχύτητα διάδοσης είναι η ίδια προς οποιαδήποτε διεύθυνση. Άρα με βάση την αρχή του Huygens, τα δευτερεύοντα κυματίδια που διαδίδονται μέσα στον κρύσταλλο είναι σφαιρικές επιφάνειες που κινούνται με ταχύτητα $\upsilon_{\perp}$. Πράγματι επειδή η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης των ηλεκτρονίων για τις διευθύνσεις αυτές είναι η ίδια, θα έχουμε και τον ίδιο δ.δ. άρα και την ίδια ταχύτητα διάδοσης. Τελικά η περιβάλλουσα αυτών των κυματίων θα είναι ένα επίπεδο μέτωπο κύματος το οποίο θα διαδίδεται μέσα στον κρύσταλλο στην ίδια διεύθυνση με την προσπίπτουσα και θα είναι γραμμικά πολωμένο κάθετα προς τον οπτικό άξονα.

Θα εξετάσουμε τώρα τι ακριβώς θα συμβεί όταν η προσπίπτουσα στον κρύσταλλο διαταραχή είναι παράλληλη προς το επίπεδο που περιλαμβάνει τον οπτικό άξονα (Σχ. 5.6.2.2β). Στην προκειμένη περίπτωση αυτή αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη και μία παράλληλη σε σχέση με τον οπτικό άξονα. Η κάθετα ταλαντούμενη κατά τα γνωστά διαδίδεται με ταχύτητα $\upsilon_{\perp}$. Η παράλληλη προς τον οπτικό άξονα συνιστώσα, δονεί τα ηλεκτρόνια σ' αυτή τη διεύθυνση. Τα τελευταία όμως για την περίπτωση αυτή έχουν διαφορετική ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης. Άρα με βάση τη (σχ. 5.6.2) σ' αυτή τη διεύθυνση διάδοσης θα έχουμε και διαφορετικό δ.δ. άρα και διαφορετική ταχύτητα διάδοσης (ίση με $\upsilon_{\parallel}$).Έστω ότι $\upsilon_{\parallel} > \upsilon_{\perp}$. Μένει να δούμε τώρα ποια θα είναι η μορφή των δευτερευόντων κυματιδίων με βάση την αρχή του Huygens.

Κατ' αρχή (Σχ. 5.6.2.2β) υποθέτουμε ότι μόλις τα κυματίδια αρχίσουν να διαδίδονται στον κρύσταλλο είναι σφαιρικές επιφάνειες. Σε μια μεταγενέστερη όμως χρονική στιγμή, λόγω της διαφορετικής ταχύτητας διάδοσης σε διευθύνσεις κάθετα και παράλληλα ως προς τον οπτικό άξονα, τα κυματίδια χάνουν τη σφαιρικότητά τους και επιμηκύνονται προς τη διεύθυνση εκεί που η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη. Το γεγονός θα έχει σαν συνέπεια να καθίστανται ελλειψοειδή εκ περιστροφής σε σχέση με τον οπτικό άξονα. Το διαδιδόμενο μέτωπο κύματος μέσα στον κρύσταλλο για την περίπτωση αυτή βρίσκεται αν κατά τα γνωστά φέρουμε την περιβάλλουσα των ελλειψοειδών κυματιδίων. Πρόκειται για ένα επίπεδο μέτωπο κύματος γραμμικά πολωμένο παράλληλα με το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται ο οπτικός άξονας, με

το **E** να ταλαντεύεται κάθετα στην ***ακτίνα διάδοσης(ray direction)***. Πρόκειται για ένα επίπεδο μέτωπο κύματος παράλληλο με το προσπίπτον στον κρύσταλλο, αλλά με διεύθυνση διάδοσης προς τα πάνω και δεξιά. Η διεύθυνση αυτή καθορίζεται από την ευθεία που ενώνει το σημείο εκπομπής ενός κυματίου στην επιφάνεια του κρυστάλλου, με το αντίστοιχο σημείο στο οποίο εφάπτεται το ελλειψοειδές με την περιβάλλουσα (δηλ. το μέτωπο κύματος). Είναι η διεύθυνση της ακτίνας διάδοσης και όπως αποδεικνύεται είναι η διεύθυνση στην οποία διαδίδεται η ενέργεια της διαταραχής. Άρα για διάδοση γενικά του φωτός σε ανισότροπα υλικά και ειδικότερα για την περίπτωση που εξετάζουμε εδώ, οι ακτίνες φωτός δεν είναι κάθετες στα μέτωπα κύματος.



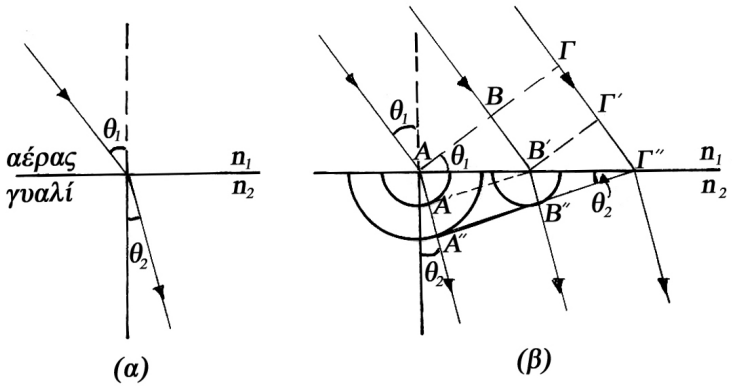
(Σχ. 5.6.2.2)

Συμπεραίνουμε τελικά ότι, όταν γενικά πάνω σε μια επιφάνεια ενός μονοάξονα κρυστάλλου προσπέσει κάθετα ένα επίπεδο γραμμικά πολωμένο μέτωπο κύματος το οποίο αναλυόμενο θα μας δώσει δυο συνιστώσες - μια κάθετη προς τον οπτικό άξονα και μια παράλληλη προς το επίπεδο που τον περιέχει - θα συμβεί το εξής: Μέσα στον κρύσταλλο θ' αναπτυχθούν δύο επίπεδα μέτωπα κύματος. Θα είναι γραμμικά πολωμένα και ορθογώνια μεταξύ τους με διευθύνσεις διάδοσης της ενέργειας (των ακτίνων τους) διαφορετικές. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται διπλή διάθλαση του φωτός και θα είναι το αντικείμενο μελέτης της (§ 5.7). Αναφέρουμε τέλος ότι για τις περιπτώσεις που το προσπίπτον μέτωπο κύματος είναι πολωμένο αποκλειστικά κάθετα ή παράλληλα με το επίπεδο που βρίσκεται ο οπτικός άξονας, τότε στον κρύσταλλο θα διαδοθεί μόνο το αντίστοιχο μέτωπο κύματος. Επίσης η προσπίπτουσα στον κρύσταλλο διαταραχή θα μπορούσε να είναι φυσικό φως, από τις συνιστώσες του οποίου η μία κάθετος προς τον οπτικό άξονα και η άλλη παράλληλη με το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται ο οπτικός άξονας.

5.7 *Διπλή διάθλαση του φωτός*

5.7.1 *Διάθλαση του φωτός από ομογενή και ισότροπα υλικά. Νόμος του Snell*

Θεωρούμε ένα ομογενές και ισότροπο διαφανές μέσο, που διαχωρίζεται από άλλο, μέσω μιας επίπεδης επιφάνειας. Π.χ. το σύστημα αέρας – γυαλί του (Σχ. 5.7.1.1α). Η προσπίπτουσα ακτίνα φωτός (από τον αέρα στο γυαλί) με γωνία θ_1 ως προς την κάθετη στην επιφάνεια (θ_1: γωνία πρόσπτωσης), θα οδεύσει στο δεύτε-



(Σχ. 5.7.1.1)

ρο μέσο με γωνία θ_2 (θ_2: γωνία διάθλασης). Προσπίπτουσα, διαθλώμενη και κάθετη στην επιφάνεια βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο (επίπεδο πρόσπτωσης). Ο νόμος που συσχετίζει τις γωνίες θ_1, θ_2 και τις ταχύτητες διάδοσης του φωτός υ_1, υ_2 στα δύο μέσα, είναι δυνατόν ν' αναδειχθεί με τη βοήθεια της αρχής του Huygens.

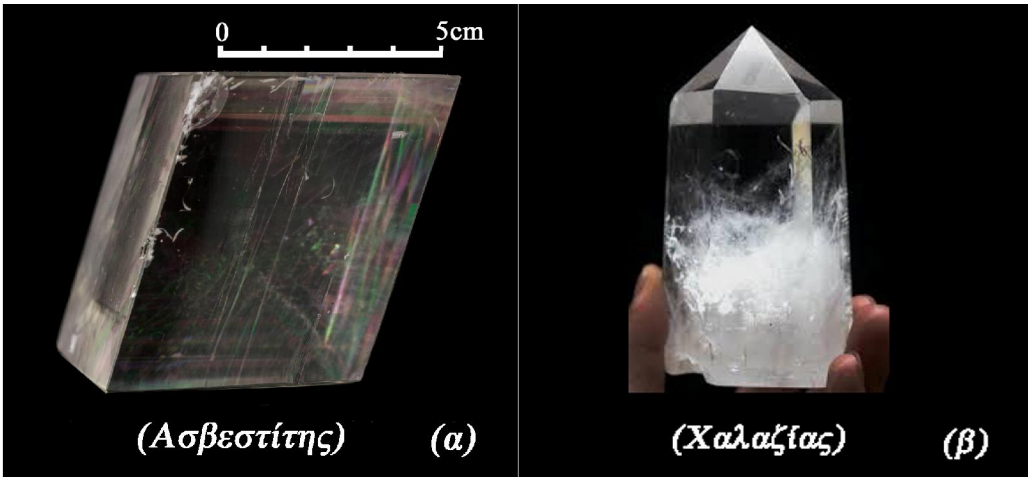
Για το λόγο αυτό θεωρούμε (Σχ. 5.7.1.1β) την πρόσπτωση ενός επιπέδου μετώπου κύματος $AB\Gamma$ στη διαχωριστική επιφάνεια των δυο μέσων με γωνία θ_1. (Το σημείο B είναι το μέσον της απόστασης $A\Gamma$). Η ταχύτητα του φωτός στο μέσο αυτό είναι υ_1 ενώ στο δεύτερο υ_2. Σε χρόνο π.χ. $t = t_1$, το αρχικό μέτωπο κύματος διαδόθηκε κατά $BB' = \Gamma\Gamma' = \upsilon_1 t_1$ στο πρώτο μέσο ενώ στο δεύτερο κατά $AA' = \upsilon_2 t_1$. Αν θεωρήσουμε τη διάδοση και για ένα επόμενο χρονικό διάστημα t_1 τότε: $\Gamma\Gamma'' = 2\upsilon_1 t_1$ $B'B'' = \upsilon_2 t_1$ και $AA'' = 2\upsilon_2 t_1$. Από τα ορθογώνια τρίγωνα $A\Gamma\Gamma''$ και $A\Gamma''A''$ θα έχουμε: $\Gamma\Gamma''/AA'' = \sin\theta_1/\sin\theta_2$ και επειδή $\Gamma\Gamma'' = 2\upsilon_1 t_1$, $AA'' = 2\upsilon_2 t_1$ τότε:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{c/\upsilon_2}{c/\upsilon_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad (5.7.1.1)$$

Η τελευταία σχέση ονομάζεται ***νόμος του Snell***. n_1 , n_2 με βάση τη (σχ. 5.6.1) είναι οι δείκτες διάθλασης των δύο μέσων.

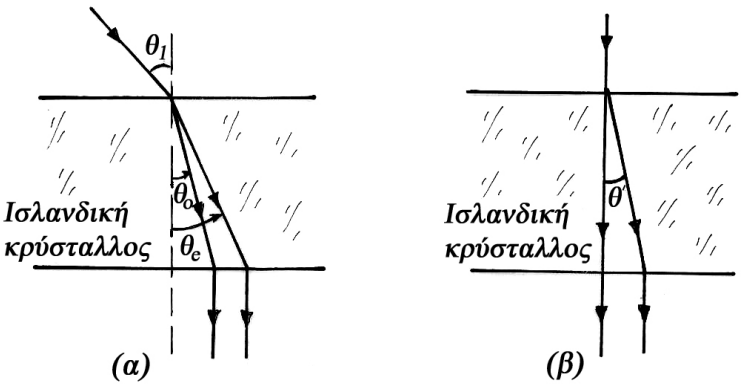
5.7.2 *Διάθλαση του φωτός από ανισότροπα υλικά. Η ανάδειξη του φαινομένου της διπλής διάθλασης στην Ισλανδική κρύσταλλο*

Η ***Ισλανδική κρύσταλλος*** είναι ένας ρομβοεδρικής μορφής (πλάγιο παραλληλεπίπεδο) διαφανής κρύσταλλος που τον συναντούμε στη φύση σαν ορυκτό (Εικ. 5.7.2.1α). Κόβουμε από αυτόν τον κρύσταλλο κατά τυχαίο τρόπο ένα τμήμα του ορισμένου πάχους με παράλληλες έδρες και τον λειαίνουμε. Κατόπιν αφήνουμε



(Εικ. 5.7.2.1)

να προσπέσει μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός με γωνία θ_1 σε σχέση με την κάθετη στην επιφάνειά του (Σχ. 5.7.2.2α). Τότε βλέπουμε ότι αντί μέσα στο υλικό να



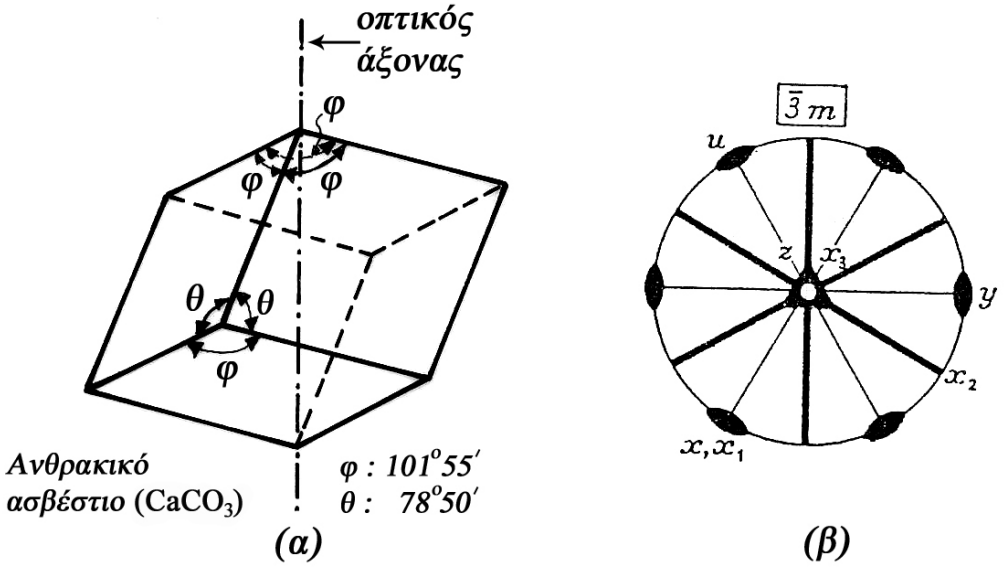
(Σχ. 5.7.2.2)

οδεύσει μια ακτίνα, οδεύουν δύο. Το φαινόμενο ονομάζεται ***διπλή διάθλαση (double refraction)***. Για την ακτίνα που διαθλάται με γωνία θ_0 ο λόγος $\sin\theta_1/\sin\theta_0$ είναι σταθερός ($\simeq 5/3$), υπακούει δηλ. στο γνωστό νόμο του Snell και ονομάζεται ***τακτική ακτίνα(ordinary ray*** ή ***o-ray)***. Η άλλη που διαθλάται με γωνία θ_e, δεν παρουσιάζει σταθερό λόγο ημιτόνων και ονομάζεται ***έκτακτη ακτίνα (extraordinary ray*** ή ***e-ray)***. Επίσης μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι διπλή διάθλαση εμφανίζεται και κατά την κάθετη πρόσπτωση στην επιφάνεια του κρυστάλλου (Σχ. 5.7.2.2β). Στην περίπτωση αυτή η τακτική ακτίνα ακολουθεί τη διεύθυνση της προσπίπτουσας, ενώ η έκτακτη σχηματίζει γωνία θ' με την πρώτη. Κατά την έξοδό τους από την άλλη επιφάνεια του κρυστάλλου οι ακτίνες είναι παράλληλες. Τέλος μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι υπάρχει μόνο μία χαρακτηριστική διεύθυνση του κρυστάλλου, κατά την οποία δεν εμφανίζεται το φαινόμενο της διπλής διάθλασης. Πρόκειται για τη διεύθυνση του λεγόμενου ***οπτικού άξονα(optical axis)***. Η ερμηνεία του φαινομένου της διπλής διάθλασης δίνεται στην (§ 5.7.5) και θα στηριχθεί στις γνώσεις που αποκομίσαμε στις (§ 5.6.1,2) κατά την περιγραφή του μοντέλου του μηχανικού ταλαντωτή του Lorentz και την αρχή του Huygens όπως αυτή εφαρμόζεται στα ανισότροπα υλικά (ταύτιση των ελλειψοειδών κυματιδίων με τις ***επιφάνειες κύματος*** (§ 5.7.4) στον κρύσταλλο).

5.7.3 *Η δομή των μονοαξόνων διπλοθλαστικών κρυστάλλων Ασβεστίτη και α-Χαλαζία*

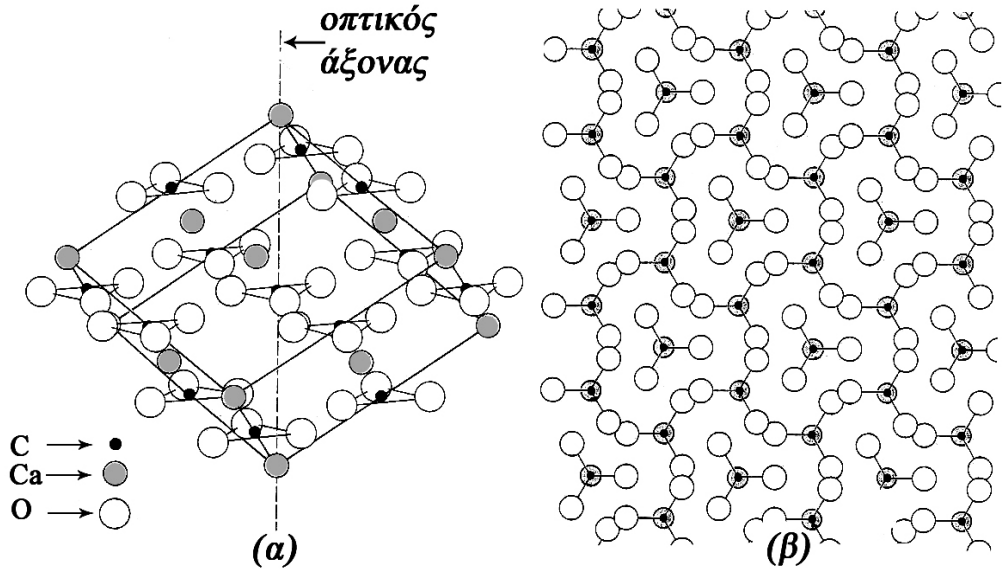
Ασβεστίτης ή Ισλανδική κρύσταλλος (Calcite)

Η χημική του σύσταση είναι: $CaCO_3$ (ανθρακικό ασβέστιο). Έχει ειδικό βάρος $\rho = 2.6 - 2.8\,\mathrm{gr/cm^3}$ και θερμοκρασία τήξης $\theta_m = 1339\,^0C$ (στις 102.5atm). Ανήκει στο Τριγωνικό σύστημα και ειδικότερα στην ομάδα συμμετρίας σημείου ($\bar{3}m$) (Σχ. 5.7.3.1β). Δηλ. διαθέτει ένα άξονα συμμετρίας τρίτης τάξης (πρόκειται για τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου), κέντρο συμμετρίας, τρεις άξονες δεύτερης τάξης και τρία επίπεδα συμμετρίας. Τα στοιχεία αυτά είναι δυνατόν να γίνουν εμφανή όταν έχουμε τον κρύσταλλο στη φυσική ρομβοεδρική του μορφή (Σχ. 5.7.3.1α), (Εικ. 5.7.2.1α) και πιο συγκεκριμένα όταν οι ακμές των εδρών του είναι ίσες μεταξύ τους. Τότε ο οπτικός άξονας θα περνά από τις κορυφές δύο απέναντι τριέδρων στερεών γωνιών που συντίθενται η κάθε μια τους από τρεις αμβλείες γωνίες των $101^0 55'$. Παράλληλα με τις έδρες του ρομβοέδρου είναι εύκολο ν' απομακρυνθούν τμήματα του κρυστάλλου. Δηλ. ο κρύσταλλος εμφανίζει ***σχισμό(cleavage)*** και τις περισσότερες φορές η εξωτερική του εμφάνιση είναι η σχισμογενής.



(Σχ. 5.7.3.1)

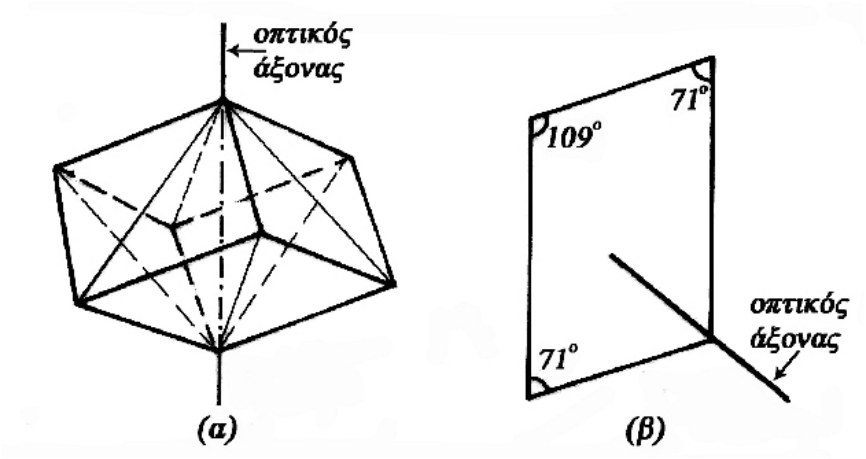
Ο Ασβεστίτης εμφανίζει επίσης ισχυρή ***διπλοθλαστικότητα(birefringence)*** δηλ. μεγάλη διαφορά στις ταχύτητες διάδοσης του φωτός (άρα και στους δείκτες διάθλασης) για προσπίπτον φως που είναι γραμμικά πολωμένο παράλληλα και κάθετα με τον οπτικό του άξονα ($n_o = 1.6584, n_e = 1.4864$ (ακραίοι δ.δ.) για $\lambda = 589.3$nm που είναι το φως της λυχνίας του Na). Το γεγονός αυτό γίνεται φανερό αν εξετάσουμε τη διάταξη των μορίων του κρυστάλλου στο χώρο (Σχ. 5.7.3.2α). Εκεί



(Σχ.5.7.3.2)

βλέπουμε ότι οι ομάδες CO_3 σχηματίζουν ένα τρίγωνο (με τον άνθρακα στο κέντρο των τριών οξυγόνων), που το επίπεδό του είναι κάθετο στον οπτικό άξονα. Μπορούμε εύκολα να κατανοήσουμε ότι η συμπεριφορά των ταλαντούμενων μοριακών διπόλων για τις περιπτώσεις που το προσπίπτον στον κρύσταλλο πεδίο **E** είναι κάθετο σ' αυτά ή παράλληλο, θα είναι εντελώς διαφορετική. Στο (Σχ. 5.7.3.2β) βλέπουμε την ορθή προβολή των μορίων του $CaCO_3$ σ' ένα επίπεδο κάθετο στον οπτικό άξονα. Είναι φανερό ότι ο άξονας αυτός είναι τρίτης τάξης δηλ. το διάγραμμα περιστρεφόμενο ανά 120° ταυτίζεται με το αρχικό.

Για το ρομβόεδρο του Ασβεστίτη διακρίνουμε τρία επίπεδα (Σχ. 5.7.3.3α)

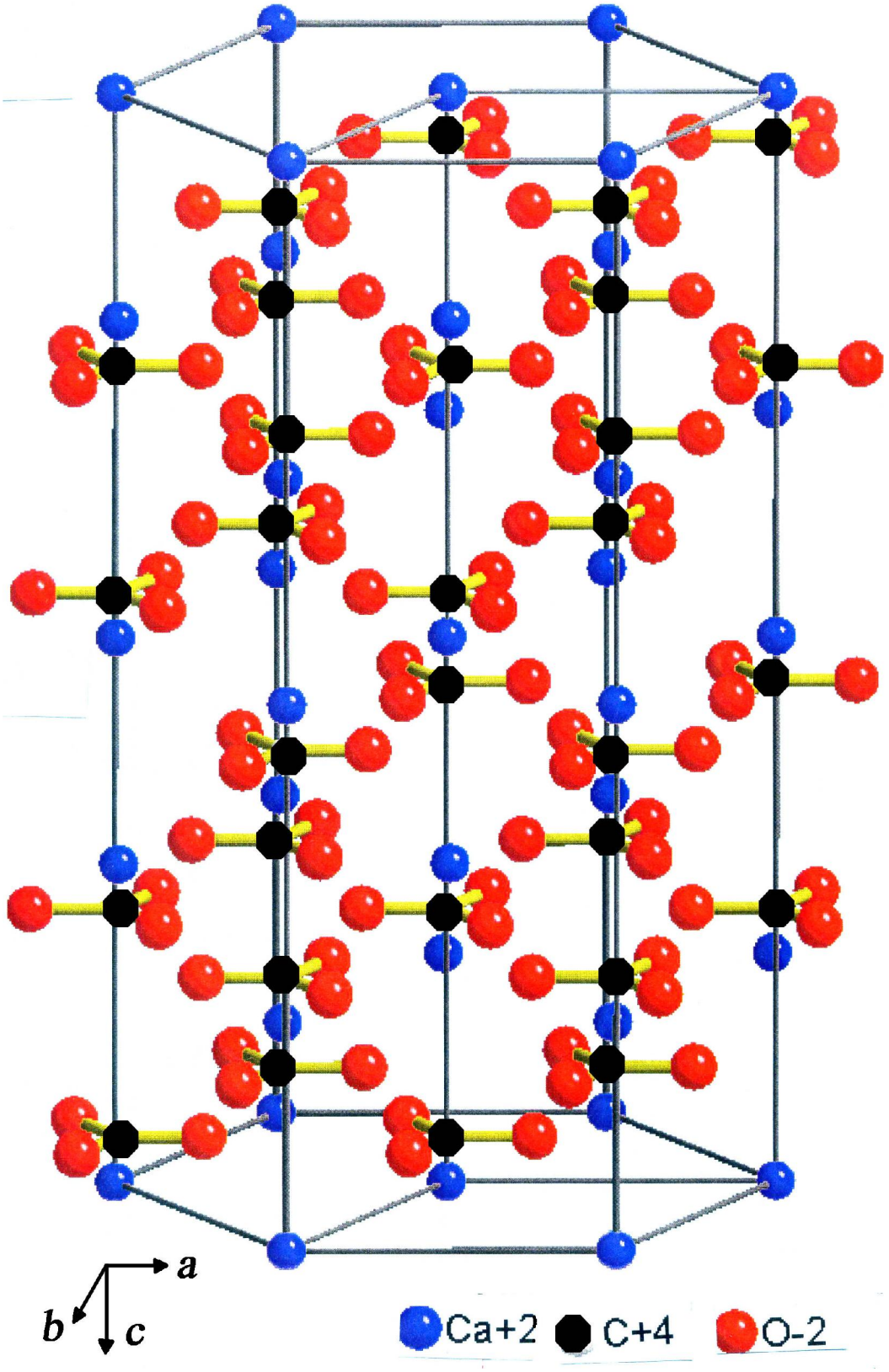


(Σχ. 5.7.3.3)

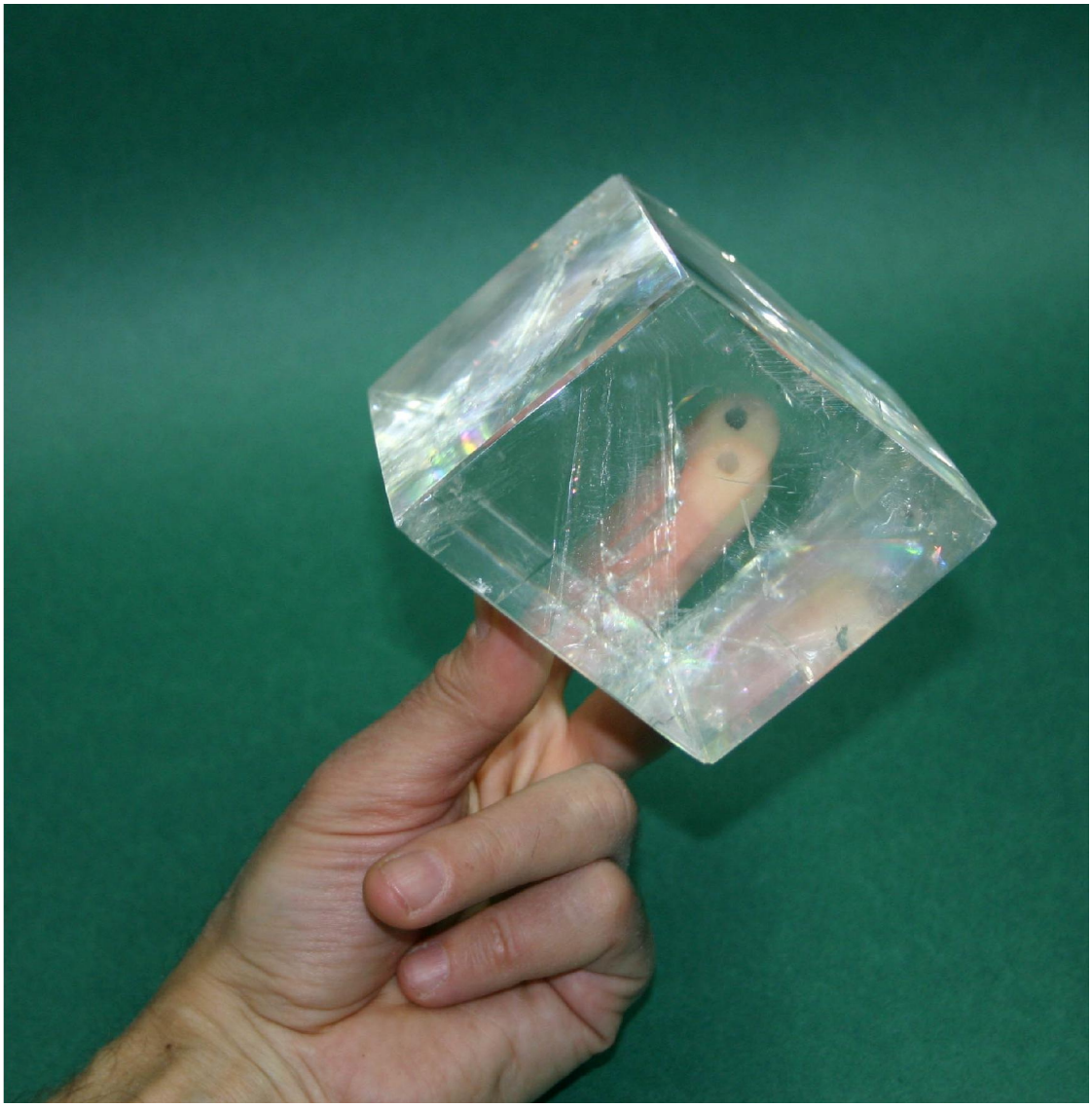
τα οποία περιλαμβάνουν τον οπτικό άξονα και είναι κάθετα στις απέναντι έδρες του. Ονομάζονται ***κύριες τομές(principal sections)*** του κρυστάλλου. Επίπεδα που περιλαμβάνουν τον οπτικό άξονα αλλά δεν είναι κάθετα σε απέναντι έδρες, ονομάζονται ***κύρια επίπεδα(principal planes)***. Στο (Σχ. 5.7.3.3β) φαίνονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας κύριας τομής.

Στην (Εικ. 5.7.3.4) βλέπουμε τη δομή της κυψελίδας του $CaCO_3$ καθώς και τη διευθέτηση των ατόμων Ca, C και O σ' αυτήν. Επίσης στην (Εικ. 5.7.3.5) μπορούμε να δούμε ένα ευμεγέθη κρύσταλλο $CaCO_3$ στη σχισμογενή του μορφή με προέλευση από περιοχή της Βραζιλίας. Λόγο του μεγάλου πάχους του, είναι εμφανέστατο το φαινόμενο της διπλής διάθλασης του φωτός, του δείκτη του αριστερού χεριού (που είναι σημαδεμένος με μια μαύρη βούλα), αυτού που συγκρατεί τον κρύσταλλο.

Κτυσταλλική δομή της κυψελίδας του **$CaCO_3$**



(Εικ. 5.7.3.4)

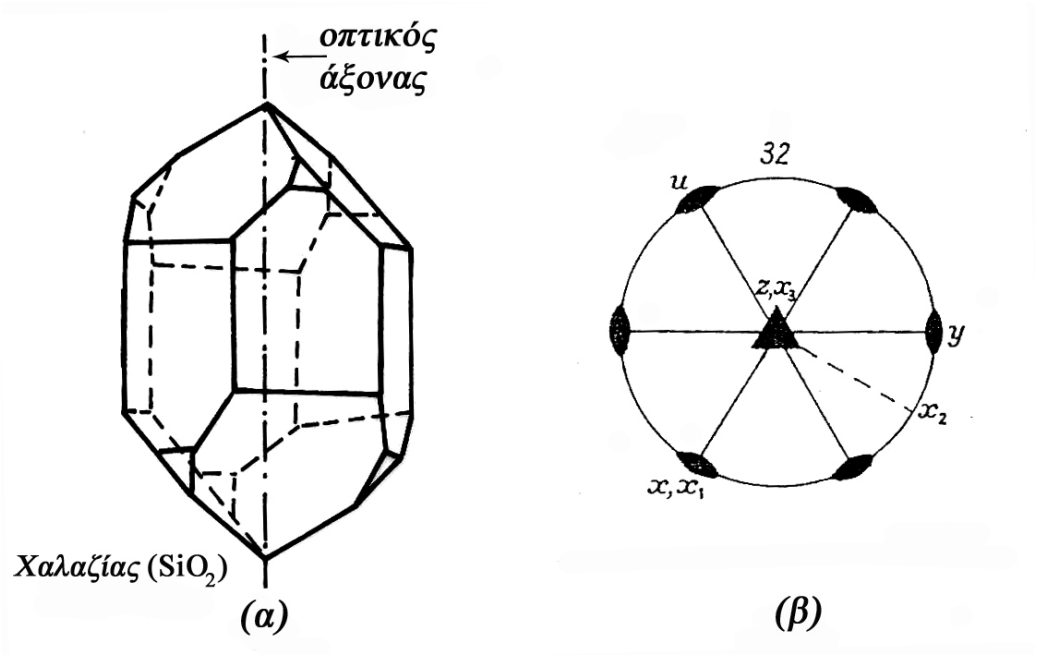


(Εικ. 5.7.3.5)

Κρύσταλλος Χαλαζία (Quartz)

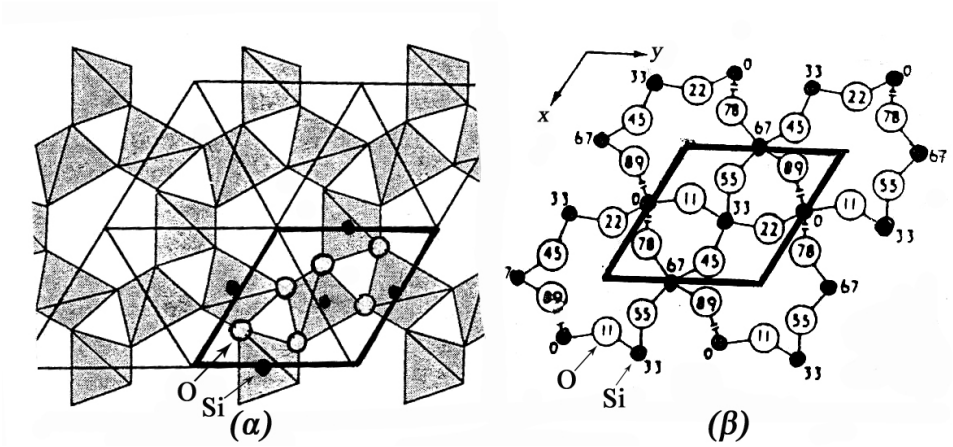
Η χημική του σύσταση είναι: SiO_2 (διοξείδιο του πυριτίου). Έχει ειδικό βάρος περίπου $\rho = 2.648\,\mathrm{gr/cm^3}$ και θερμοκρασία τήξης $\theta_m = 1710\,^0C$. Εδώ θα περιγράψουμε τον λεγόμενο χαμηλής θερμοκρασιακής σύνθεσης ή α-Χαλαζία $\left(< 573^0\mathrm{C}\right)\left(\mathrm{P3_221}\right)\left(32\right)$. Αυτή είναι μια από τις πολλές παραλλαγές που συναντούμε στη φύση ή παρασκευάζουμε τεχνικά. Ο συγκεκριμένος κρύσταλλος (Εικ. 5.7.2.1β) και (Σχ. 5.7.3.6α) ανήκει στο τριγωνικό σύστημα και ειδικότερα στην ομάδα συμμετρίας σημείου (32) (Σχ. 5.7.3.6β). Δηλ. διαθέτει ένα άξονα συμμετρίας τρίτης τάξης (οπτικός άξονας του κρυστάλλου) και τρεις άξονες δεύτερης τάξης καθέτους σ' αυτόν. Η διάταξη των μορίων της παραλλαγής αυτής του Χαλαζία στο χώρο, αποτελεί-

ται από ικριώματα – σχηματισμούς τετραέδρων (SiO_4^{4-}), τα οποία ανά δύο μοιράζονται ένα κοινό άτομο οξυγόνου (Σχ.5.7.3.7α και Σχ. 5.7.3.8) και τα οποία διευθε-



(Σχ.5.7.3.6)

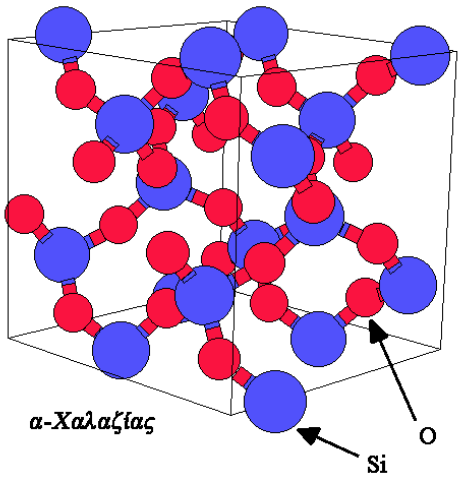
τούνται με κανονικό τρόπο στο χώρο. Στο (Σχ. 5.7.3.7β) φαίνεται η ορθή προβολή της δομής του α-Χαλαζία στο επίπεδο που είναι κάθετο στον οπτικό άξονα του κρυ-



(Σχ. 5.7.3.7)

στάλλου. Η περιστροφή αυτού του διαγράμματος ανά 120° το ταυτίζει με τον εαυτό του γεγονός που αποδεικνύει ότι ο οπτικός άξονας είναι ο άξονας συμμετρίας τρίτης τάξης. Ο Χαλαζίας δεν εμφανίζει μεγάλη διπλοθλαστικότητα. Πράγματι οι κύριοι

δ.δ. της τακτικής και της έκτακτης ακτίνας είναι: ($n_o = 1.5443, n_e = 1.5534$ -ακραίοι δ.δ.- για $\lambda = 589.3\text{nm}$ που είναι το φως της λυχνίας του Na).



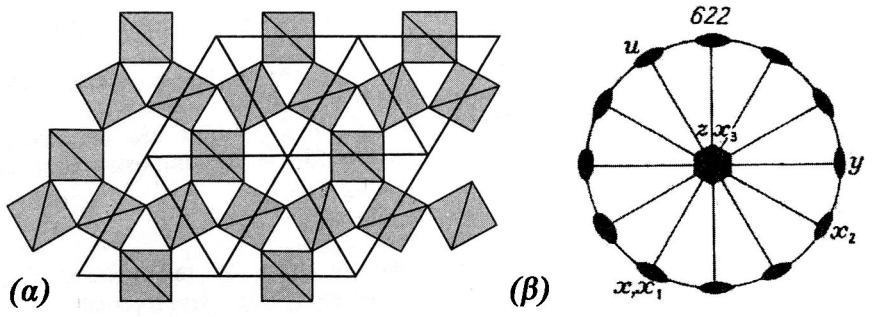
(Εικ. 5.7.3.8)

Στην (Εικ. 5.7.3.8) βλέπουμε τη δομή της κυψελίδας του α-Χαλαζία (SiO_2) καθώς και τη διευθέτηση των ατόμων Si και O σ' αυτήν. Επίσης στην (Εικ. 5.7.3.9) μπορούμε να δούμε μια συστάδα κρυστάλλων α-Χαλαζία όπως αυτοί αναπτυχθήκαν από το υπόβαθρό τους προς διάφορες διευθύνσεις.

(Εικ. 5.7.3.9)

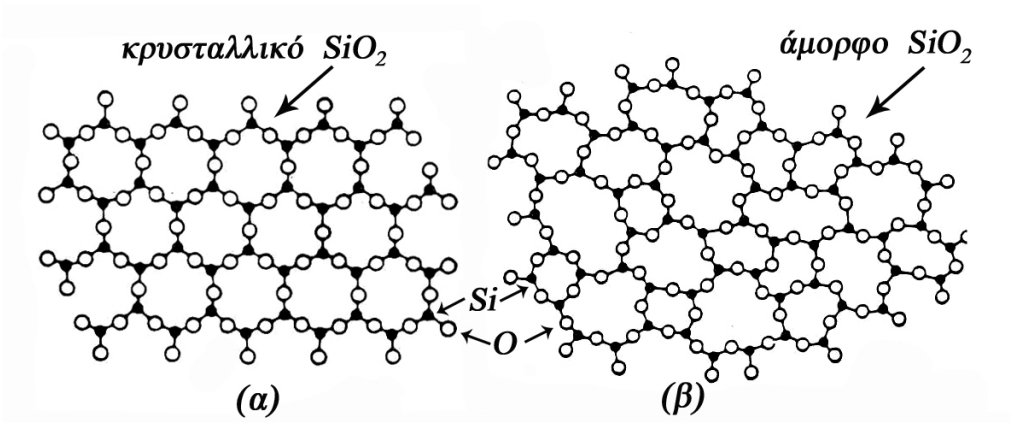
Σημείωση

Θα ήταν χρήσιμο εδώ ν' αναφέρουμε τη διαφορά ενός κρυσταλλικού υλικού και ενός ισοτρόπου όσον αφορά τη μικροσκοπική τους δομή. Σαν άμεσο παράδειγμα μπορούμε να θεωρήσουμε τον κρύσταλλο του β-Χαλαζία (υψηλής θερμοκρασιακής σύνθεσης) $\left(575-870^{0}\mathrm{C}\right)$ που κρυσταλλώνεται στο εξαγωνικό σύστημα στην τάξη (622) (Σχ. 5.7.3.10β) (ένας άξονας έκτης τάξης και κάθετα σ' αυτόν έξη άξονες δεύτερης τάξης). Η διάταξη των μορίων του σε τετράεδρα φαίνεται στο (Σχ. 5.7.3.10α).



(Σχ. 5.7.3.10)

Στο σχήμα (Σχ. 5.3.11α) φαίνεται η ορθή προβολή των μορίων του β-Χαλαζία (SiO_2) σε επίπεδο κάθετα στον οπτικό του άξονα, που είναι άξονας συμμετρίας



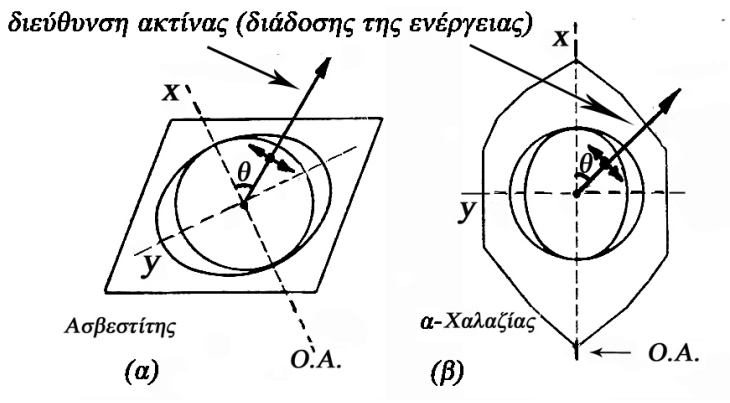
(Σχ. 5.7.3.11)

έκτης τάξης (εξαγωνικό σύστημα). Αν τώρα ένα κομμάτι αυτού του κρυσταλλικού υλικού το υποβάλλουμε σε ανόπτηση (το ξανά ψήσουμε) ή το λιώσουμε (τετηγμένος Χαλαζίας) και το επαναφέρουμε στην αρχική του θερμοκρασία θα συμβεί το εξής: Καταστρέφεται η εσωτερική συμμετρική δομή του κρυστάλλου (Σχ. 5.7.3.11β), με

συνέπεια οι ενδοατομικές γωνίες των δεσμών να μην είναι όπως πριν οι ίδιες. Τότε το πλέγμα του δεν παρουσιάζει σταθερή πολυγωνική μορφή, αλλά καθίσταται μια ανώμαλη πλεγματική δομή. Το γεγονός θα έχει σαν αποτέλεσμα, το κρυσταλλικό υλικό να μετατραπεί σε ομογενές ισότροπο με συνέπεια οι οπτικές του ιδιότητες να είναι οι ίδιες σε οποιαδήποτε κατεύθυνση (π.χ. η ταχύτητα διάδοσης του φωτός).

5.7.4 *Επιφάνειες κύματος (ή επιφάνειες ταχύτητας ακτίνας) σε μονοάξονες διπλοθλαστικούς κρυστάλλους*

Οι ***επιφάνειες κύματος(wave surfaces)*** ταυτίζονται σε γενικές γραμμές με τη μορφή των ελλειψοειδών κυματιδίων της αρχής του Huygens, τα οποία χρησιμοποιήσαμε στην (§ 5.6.2) προκειμένου να ερμηνεύσουμε τη διάδοση της Η/Μ ακτινοβολίας σε κρυστάλλους δηλ. σε ανισότροπα υλικά. Εδώ θα προσπαθήσουμε ν' αποδώσουμε μια περισσότερο φυσική υπόσταση στα κυματίδια, στηριζόμενοι στη διάδοση των διαταραχών του πεδίου στο εσωτερικό των ανισοτρόπων υλικών όπως αυτές προκύπτουν σαν λύσεις της διαφορικής εξίσωσης του Maxwell. Τα συμπεράσματά μας θ' αφορούν μόνο μονοάξονες διπλοθλαστικούς κρυστάλλους αρνητικούς ή θετικούς.



(Σχ. 5.7.4.1)

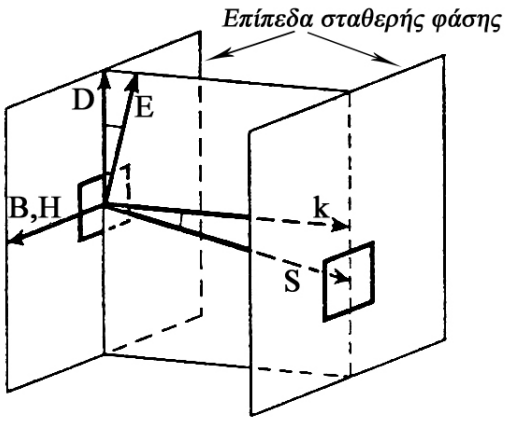
Ξεκινούμε κατ' αρχή θεωρώντας (Σχ. 5.7.4.1α,β) ότι στο εσωτερικό του κρυστάλλου π.χ. του Ασβεστίτη ή του Χαλαζία υπάρχει μια σημειακή πηγή που εκπέμπει φυσικό φως το οποίο επιπλέον υποθέτουμε ότι είναι σχεδόν μονοχρωματικό. Το σημαντικό ερώτημα το οποίο τίθεται είναι: Τι ακριβώς θα διαδοθεί, με ποιο τρόπο και προς ποια διεύθυνση; Το πρόβλημα είναι αρκετά περίπλοκο και η πλήρης απάντηση μπορεί να δοθεί όπως προαναφέραμε από τη λύση της διαφορικής εξίσωσης του Maxwell στα όρια του ανισοτρόπου υλικού. Όμως η διαδικασία αυτή προϋποθέτει τη χρησιμοποίηση μεγεθών όπως είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}$, η η-

λεκτρική μετατόπιση $\mathbf{D}$, η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\mathbf{H}$, και η μαγνητική επαγωγή $\mathbf{B}$ (βλ.Κεφ.2: Η/Μ Κύματα). Επειδή το σύνολο σχεδόν της βιβλιογραφίας στο επίπεδο των προπτυχιακών γνώσεων αναφέρεται μόνο στις διαταραχές του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}$ – προκειμένου να περιγράψει τη διάδοση του φωτός στους κρυστάλλους – θα περιγράψουμε μόνο το αποτέλεσμα της θεωρίας, με τη βοήθεια αυτού του πεδιακού μεγέθους.

Έτσι λοιπόν, με τη βοήθεια των συμπερασμάτων που προκύπτουν από διαδικασία αυτή, στο εσωτερικό του κρυστάλλου και για μια διεύθυνση που σχηματίζει έστω γωνία θ με τον οπτικό άξονα (για μονοάξονες κρυστάλλους), διαδίδονται εν γένει δύο Η/Μ διαταραχές. Τις δύο αυτές διαταραχές τις περιγράφουμε με τη βοήθεια της έντασης $\mathbf{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου. Διαδίδονται με διαφορετικές ταχύτητες $u_o, u_e(\theta)$ (με εξαίρεση κατά μήκος του οπτικού άξονα) για μια ορισμένη διεύθυνση, που ονομάζεται ***διεύθυνση ακτίνας (ray direction)***. Οι ταχύτητες αυτές, δεν είναι οι γνωστές ***ταχύτητες φάσης (phase velocities)*** $\upsilon_o, \upsilon_e(\theta)$ δηλ. οι ταχύτητες διάδοσης των μετώπων κύματος κατά τη διεύθυνση $\mathbf{k}$ της κυματοκαθέτου σ' αυτά. Αλλά είναι οι ταχύτητες κατά τη διεύθυνση του διανύσματος Poynting $\mathbf{S}$, κάθετα στο οποίο πάλλεται το διάνυσμα $\mathbf{E}$ της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Για το λόγο αυτό ονομάζονται ***ταχύτητες ακτίνας (ray velocities)***. Όπως αποδεικνύεται, κατά μήκος της ακτίνας διαδίδεται η ενέργεια των Η/Μ διαταραχών (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4-Ε).

Σημείωση

Μια γραφική παράσταση του προσανατολισμού των διανυσμάτων $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$ σε σχέση με την κυματοκάθετο $\mathbf{k}$ (μεταξύ δυο επιφανειών σταθερής φάσης) και τη διεύθυνση του διανύσματος Poynting $\mathbf{S}$ δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Φαίνεται χαρακτηριστικά ότι η καθετότητα ισχύει μεταξύ των $\mathbf{E}, \mathbf{S}$ και $\mathbf{D}, \mathbf{k}$ και τα διανύσματα $\mathbf{D}, \mathbf{E}$ σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία. Τα προαναφερόμενα βρί-

σκονται στο ίδιο επίπεδο που είναι κάθετο μεταξύ δύο ισοφασικών επιφανειών. Στο επίπεδο αυτό είναι κάθετα τα διανύσματα $\mathbf{H},\mathbf{B}$. Η ιδιομορφία αυτή είναι συνέπεια του τρόπου διάδοσης των Η/Μ κυμάτων στο εσωτερικό των ανισοτρόπων υλικών.

Οι συγκεκριμένες διαταραχές του $\mathbf{E}$ (δύο τον αριθμό) κατά μήκος της ακτίνας, είναι ορθογώνιες μεταξύ τους και γραμμικά πολωμένες. Η ορθογωνιότητα μεταξύ των πεδίων $\mathbf{E}$ ισχύει μόνο για μονοάξονες και όχι για τους διάξονες κρυστάλλους. Για την περίπτωση των (Σχ. 5.7.4.1α,β) όπου βλέπουμε μια τομή του κρυστάλλου του Ασβεστίτη (και του α-Χαλαζία αντίστοιχα) που περιλαμβάνει τον οπτικό του άξονα, η μια διαταραχή, είναι πάντοτε κάθετη προς τον οπτικό άξονα και ονομάζεται ***τακτική(ordinary)*** (•). Η άλλη είναι παράλληλη πάνω στο επίπεδο που ορίζουν η διεύθυνση της ακτίνας και ο οπτικός άξονας. Είναι κάθετη επίσης στη διεύθυνση της ακτίνας. Ονομάζεται ***έκτακτη (extra-ordinary)*** ($\leftrightarrow$).

Η ταχύτητα διάδοσης της τακτικής διαταραχής του $\mathbf{E}$ είναι η ίδια προς κάθε κατεύθυνση και δίνεται από τη σχέση:

$$u_o(\theta) = \upsilon_o \tag{5.7.4.1}$$

όπου υ_o ταχύτητα φάσης της τακτικής διαταραχής. Η ταχύτητα διάδοσης του $\mathbf{E}$ της έκτακτης όμως είναι διαφορετική για διαφορετικές γωνίες θ και αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$\frac{1}{u_e(\theta)^2} = \frac{\sin^2\theta}{\upsilon_e^2} + \frac{\cos^2\theta}{\upsilon_o^2} \tag{5.7.4.2}$$

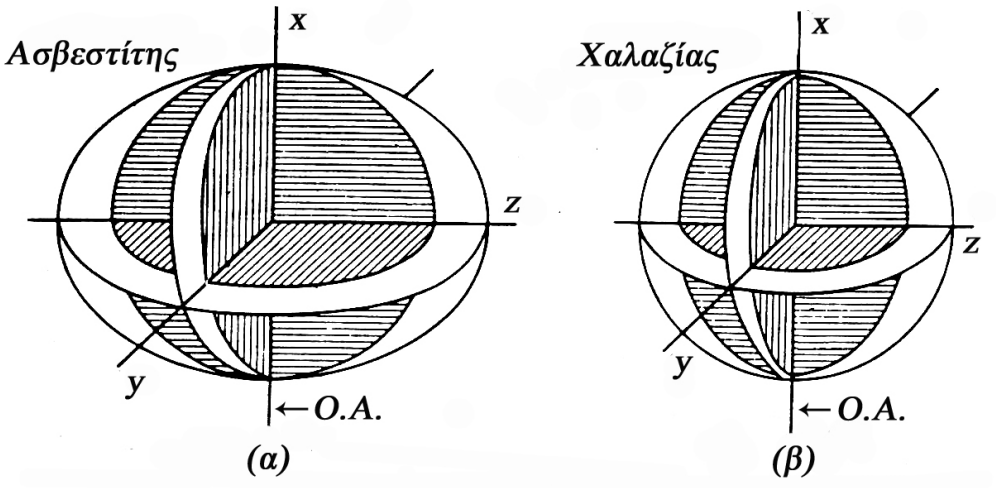
όπου υ_e η ταχύτητα φάσης της έκτακτης διαταραχής και υ_o αυτή που δίνεται από τη (σχ. 5.7.4.1) δηλ. η ταχύτητα της τακτικής. Διαπιστώνουμε επίσης (σχ. 5.7.4.2) ότι για διάδοση κατά μήκος του οπτικού άξονα όπου $\theta = 0^0$, $u_e(0^0) = u_o = \upsilon_o$ δηλ. έχουμε σύμπτωση των δύο ταχυτήτων. Επίσης όταν $\theta = 90^0$ $u_e(90^0) = \upsilon_e$. Δηλ. όπως ήδη αναφέραμε κατά τη διεύθυνση του οπτικού άξονα και κάθετα σ' αυτόν οι ταχύτητες ακτίνας u και οι ταχύτητες φάσης υ συμπίπτουν.

Μετά από ένα ορισμένο χρονικό διάστημα t από το σημείο O του κρυστάλλου, οι διαταραχές των $\mathbf{E}$ κατά μήκος της ακτίνας θα βρίσκονται σε αποστάσεις:

$$l_o = u_o(\theta)t = \upsilon_o t \quad \text{και} \quad l_e = u_e(\theta)t \tag{5.7.4.3}$$

Οι περιβάλλουσες αυτών των διαταραχών είναι αντίστοιχα οι γεωμετρικοί τόποι ενός κύκλου και μιας έλλειψης όπως φαίνονται στα (Σχ. 5.7.4.1α,β), οι οποίες όμως

εφάπτονται σε διεύθυνση κατά μήκος του οπτικού άξονα. Για να έχουμε τελικά μια άποψη της μορφής αυτών των επιφανειών για τη διάδοση του φωτός σ' όλο τον όγκο του κρυστάλλου, αρκεί να περιστρέψουμε τον κύκλο και την έλλειψη κατά 360^0 γύρο από τον οπτικό άξονα. Τότε οι επιφάνειες που θα προκύψουν είναι μια σφαίρα και ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής που θα εφάπτονται σε δυο σημεία του οπτικού άξονα (Σχ. 5.7.4.2). Η σφαιρική επιφάνεια ονομάζεται ***τακτική επιφάνεια κύματος (ordinary wave surface)*** και θ' αφορά κατά τα γνωστά διαταραχές του πεδίου **E** που είναι κατά τη διάδοσή τους πολωμένες κάθετα προς τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου. Η άλλη επιφάνεια θ αφορά διαταραχές του **E** που είναι πολωμένες παράλληλα προς το επίπεδο του κρυστάλλου που εξετάζουμε κάθε φορά(δηλ. το επίπεδο που σχηματίζουν ο οπτικός άξονας και η ακτίνα διάδοσης) και συγχρόνως

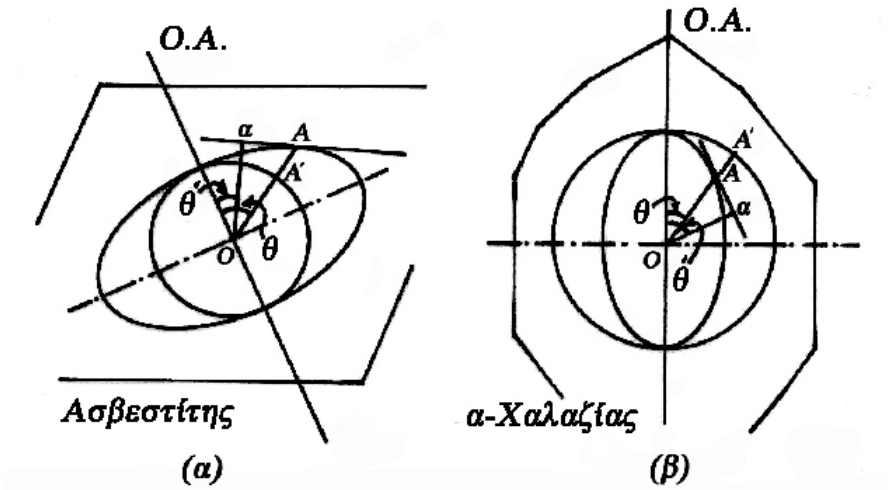


(Σχ. 5.7.4.2)

κάθετες στη διεύθυνση της ακτίνας του φωτός. Ονομάζεται ***έκτακτη επιφάνεια κύματος (extra-ordinary wave surface)*** (Σχ. 5.7.4.2α,β).

Θα πρέπει εδώ να διευκρινίσουμε οπωσδήποτε ξανά, ότι οι ταχύτητα διάδοσης της έκτακτης διαταραχής (ταχύτητα ακτίνας), δεν συμπίπτει με την ταχύτητα διάδοσης του αντιστοίχου μετώπου κύματος (ταχύτητα φάσης). Το γεγονός φαίνεται χαρακτηριστικά στα (Σχ. 5.7.4.3α,β). Πράγματι έστω ότι για μια ορισμένη διεύθυνση διάδοσης θ (ως προς τον οπτικό άξονα) η ακτίνα συναντά την έλλειψη στο σημείο A ($OA \sim u_e(\theta)$). Στο σημείο A φέρνουμε την εφαπτόμενη της έλλειψης (στο χώρο πρόκειται για εφαπτόμενο επίπεδο), η οποία συμπίπτει με το δημιουργούμενο μέτωπο κύματος διάδοσης της έκτακτης διαταραχής. Κατόπιν φέρνουμε την $O\alpha$ που είναι κάθετη στην εφαπτόμενη. Τότε η διεύθυνση της $O\alpha$ θα είναι αυτή της ***κυματοκάθετης (wave normal)*** **k** και κατά συνέπεια το μέτρο του $O\alpha$ θα είναι ανάλογο με την ταχύτητα φάσης του κύματος Μεταξύ των u και υ

αποδεικνύεται ότι υφίσταται η σχέση $u = \upsilon/\cos\phi$ όπου $\phi = \theta - \theta'$ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων **k** και **S** (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4-Ε (σχ. Ε-14)). Η διεύθυνση της κυματοκάθετης βλέπουμε ότι σχηματίζει γωνία θ' με τον οπτικό άξονα. Όσον αφορά τη διάδοση της τακτικής διαταραχής γίνεται φανερό από το (Σχ. 5.7.4.3) ότι η διεύθυνση της ταχύτητας ακτίνας και της ταχύτητας φάσης συμπίπτουν και αυτό για κάθε γωνία διάδοσης θ, όπως συμπίπτουν και τα μέτρα τους. Επίσης βλέπουμε ότι



(Σχ.5.7.4.3)

για $\theta = 90^0$ οι ταχύτητες ακτίνας και φάσης συμπίπτουν και για την έκτακτη διαταραχή. Τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τους δείκτες διάθλασης για τη συγκεκριμένη διεύθυνση ($\theta = 90^0$) της τακτικής και της έκτακτης διαταραχής από τους γνωστούς τύπους:

$$n_o = \frac{c}{\upsilon_o} \quad \text{και} \quad n_e = \frac{c}{\upsilon_e} \tag{5.7.4.4}$$

Οι παραπάνω ονομάζονται ***κύριοι δείκτες διάθλασης(main refractive indexes)*** και οι τιμές τους αντιπροσωπεύουν ακραίες τιμές για τον συγκεκριμένο κρύσταλλο.

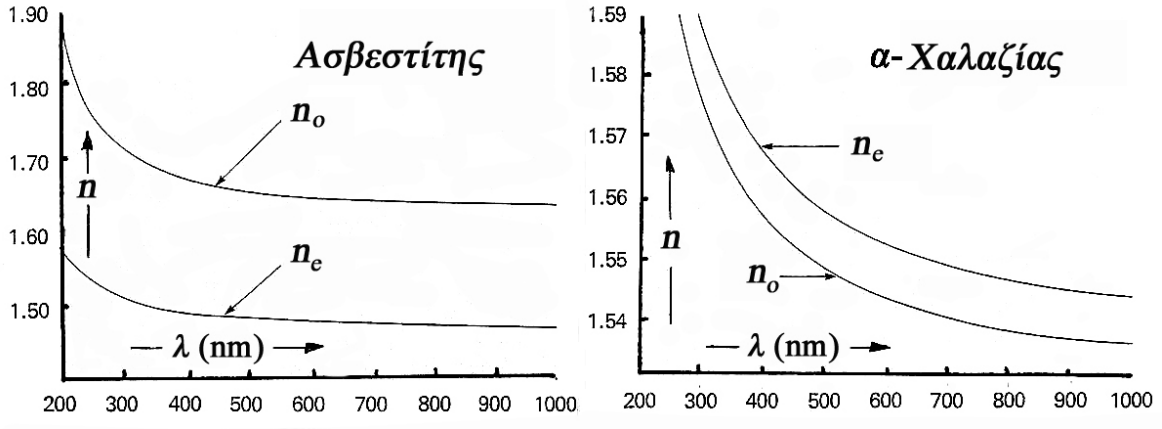
Ανάλογα με τις τιμές των δ.δ., τους μονοάξονες κρυστάλλους τους διακρίνουμε σε ***αρνητικούς(negative)*** όταν $n_e < n_o$ και θετικούς ***(positive)*** όταν $n_e > n_o$. Κλασσικό παράδειγμα αρνητικού κρυστάλλου είναι ο Ασβεστίτης και θετικού ο α-Χαλαζίας. Στην περίπτωση αρνητικού κρυστάλλου η έκτακτη επιφάνεια κύματος (ελλειψοειδές) περιβάλλει την τακτική(σφαίρα). Το αντίθετο συμβαίνει για τους θετικούς κρυστάλλους. Στον (Πιν. 5.7.4.4) δίνονται οι τιμές των n_e, n_o για τον Ασβεστίτη και τον Χαλαζία σε μ.κ. που αντιστοιχούν στις γραμμές εκπομπής διαφόρων

Κύριοι Δείκτες Διάθλασης Ασβεστίτη και Χαλαζία στους 18° C

Πηγή	Μήκος κύματος Å	Ασβεστίτης n_o	Ασβεστίτης n_e	Χαλαζίας n_o	Χαλαζίας n_e	Τετηγμένος Χαλαζίας
Au	2000.60	1.90302	1.57663	1.64927	1.66227	
Cd	2265.03	1.81300	1.54914	1.61818	1.62992	1.52308
Cd	2573.04	1.76048	1.53013	1.59622	1.60714	1.50379
Cd	2748.67	1.74147	1.52267	1.58752	1.59813	1.49617
Sn	3034.12	1.71956	1.51366	1.57695	1.58720	1.48594
Cd	3403.65	1.70080	1.50561	1.56747	1.57738	1.47867
Hg	4046.56	1.68134	1.49694	1.55716	1.56671	1.46968
H_γ	4340.47	1.67552	1.49552	1.55396	1.56340	1.46690
H_β	4861.33	1.66785	1.49076	1.54968	1.55898	1.46318
Hg	5460.72	1.66168	1.48792	1.54617	1.55535	1.46013
Hg	5790.66	1.65906	1.48674	1.54467	1.55379	
Na	5892.90	1.65836	1.48641	1.54425	1.55336	1.45845
H_α	6562.78	1.65438	1.48461	1.54190	1.55093	1.45640
He	7065.20	1.65207	1.48359	1.54049	1.54947	1.45517
K	7664.94			1.53907	1.54800	
Rb	7947.63			1.53848	1.54739	1.45340
	8007.00	1.64867	1.48212			
O	8446.70			1.53752	1.54640	
	9047.0	1.64579	1.48095			
Hg	10140.6			1.53483	1.54360	
	10417.0	1.64276	1.47982			
Ar^+ Laser	4880	1.66775	1.49084	1.54957	1.55886	
Ar^+ Laser	5145	1.66465	1.48931	1.54789	1.55712	
He-Ne Laser	6328	1.65556	1.48508	1.54266	1.55171	

(Πιν.5.7.4.4)

στοιχείων. Στον ίδιο πίνακα δίνονται και οι τιμές των δ.δ. του ισοτρόπου τετηγμένου Χαλαζία. Στο (Σχ. 5.7.4.5) παρουσιάζονται οι καμπύλες διασκεδασμού (δ.δ. συ-



(Σχ.5.7.4.5)

ναρτήσει του μ.κ.) για τον Ασβεστίτη και τον α-Χαλαζία μεταξύ $(200-1000\text{nm})$ του Η/Μ φάσματος.

Οι επιφάνειες κύματος όπως προαναφέραμε, ονομάζονται και επιφάνειες ταχύτητας ακτίνας. Πράγματι οι αποστάσεις από το κέντρο των διαταραχών Ο (σημειακή πηγή) στο εσωτερικό του κρυστάλλου έως τις δύο επιφάνειες είναι ανάλογες των ταχυτήτων διάδοσης της ενέργειας του Η/Μ πεδίου στις διευθύνσεις αυτές. Παράλληλα και κάθετα προς τον οπτικό άξονα (όπου διεύθυνση ακτίνας και κυματοκαθέτου συμπίπτουν) θα έχουμε: $n = c/\upsilon = c/u$ οπότε $\upsilon = u \sim 1/n$. Άρα τα μήκη των ημιαξόνων των ελλείψεων θα είναι αντιστρόφως ανάλογα των δ.δ. όπως φαίνεται στα (Σχ. 5.7.4.6) για αρνητικό και θετικό αντίστοιχα κρύσταλλο. Επίσης λόγω του φαινομένου του διασκεδασμού, το μέγεθος των επιφανειών κύματος θα είναι διαφορετικό για κάθε μ.κ. Η εξίσωση του ελλειψοειδούς της επιφάνειας κύματος στο χώρο δίνεται από τη σχέση:

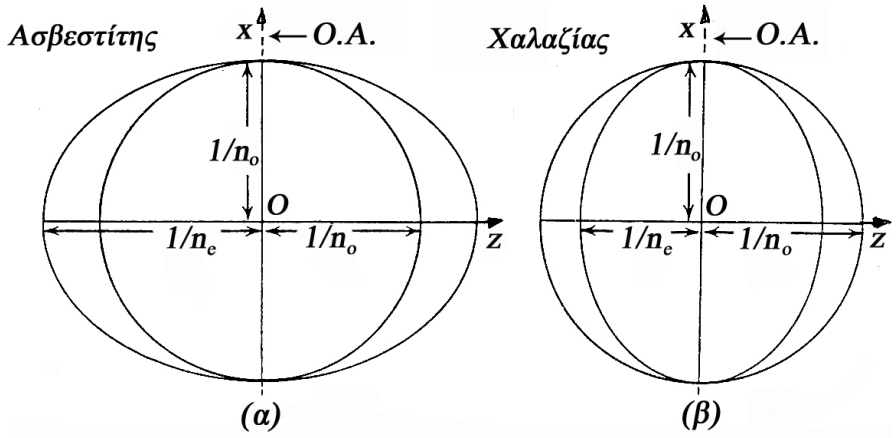
$$\frac{x^2}{(1/n_o)^2} + \frac{y^2 + z^2}{(1/n_e)^2} = 1 \qquad (5.7.4.5)$$

ενώ της έλλειψης σε ένα κύριο επίπεδο που περιλαμβάνει τον οπτικό άξονα από την:

$$\frac{x^2}{(1/n_o)^2} + \frac{z^2}{(1/n_e)^2} = 1 \qquad (y = 0) \qquad (5.7.4.6)$$

Για τη σφαιρική επιφάνεια κύματος καθώς και τον κύκλο στο κύριο επίπεδο θα πρέπει απλά ν' αντικαταστήσουμε στις (σχ. 5.7.4.5,6) όπου $n_e = n_o$.

Θα πρέπει ν' αναφέρουμε ότι στα σχήματα αυτού του κεφαλαίου, η διαφορά μεταξύ κύκλων(σφαιρών) και ελλείψεων (ελλειψοειδών) υπερτονίζονται για εποπτικούς λόγους. Η ελλειπτικότητα της έλλειψης για τον Ασβεστίτη στην πραγματικότητα είναι 11% ενώ για τον Χαλαζία 0.6%. Το γεγονός από φυσική άποψη σημαίνει

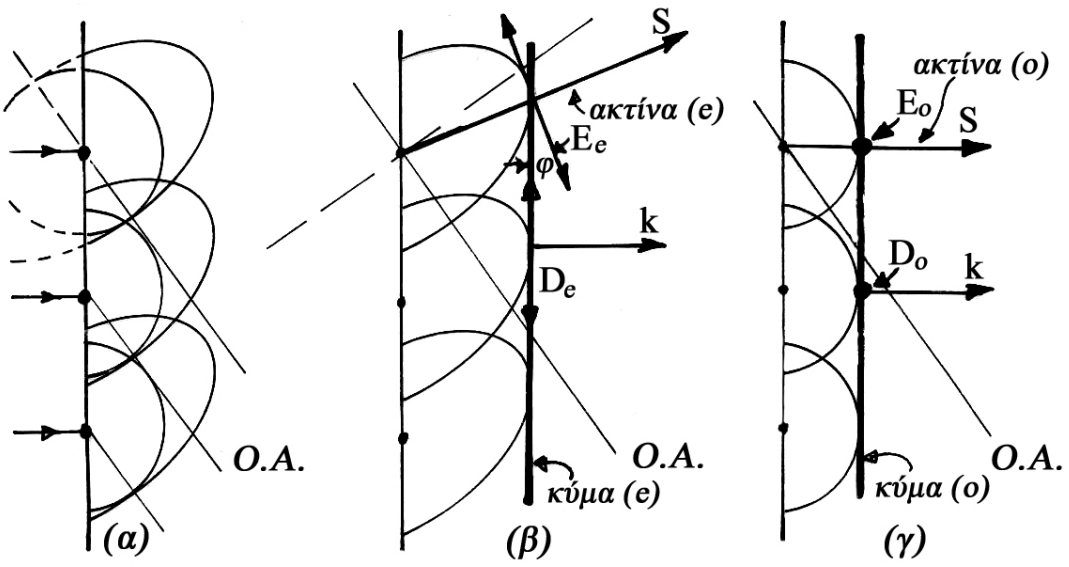


(Σχ. 5.7.4.6)

ότι η ***διπλοθλαστικότητα (birefringence)*** $(n_e - n_o)$ (που αποτελεί όπως θα δούμε στα επόμενα ένα μέτρο διαχωρισμού της έκτακτης από την τακτική ακτίνα κατά τη διαδικασία της διπλής διάθλασης) είναι αρκετά μεγαλύτερη για τον Ασβεστίτη.

Ο προσδιορισμός των διευθύνσεων των ακτίνων και των μετώπων κύματος στο εσωτερικό των κρυστάλλων κατά τη διαδικασία της διπλής διάθλασης του φωτός, μπορεί να γίνει εδώ με τη βοήθεια των αναπτυσσόμενων επιφανειών κύματος με αρχικά κέντρα διέγερσης τα σημεία της επιφάνειας του κρυστάλλου στα οποία προσπίπτει εξωτερικά ένα μέτωπο κύματος φωτός. Στην περίπτωση αυτή ακριβώς φαίνεται η σύμπτωση μεταξύ των επιφανειών κύματος και των κυματιδίων του Huygens (§ 5.6.2), τα οποία υποθέσαμε ότι διαδίδονται στα ανισότροπα υλικά. Σαν παράδειγμα (Σχ. 5.7.4.7), θεωρούμε την πρόσπτωση ενός επιπέδου μετώπου κύματος(φυσικού φωτός) κάθετα σε μια φυσική έδρα ενός κρυστάλλου Ασβεστίτη και παράλληλα στο επίπεδο μιας κύριας τομής του (επίπεδο κάθετο σε δύο απέναντι φυσικές έδρες και που περιλαμβάνει τον οπτικό του άξονα). Στο (Σχ. 5.7.4.7α) θεωρούμε έστω τρία χαρακτηριστικά κέντρα διέγερσης που δημιουργούνται στην επιφάνεια πρόσπτωσης του φωτός. Τότε κατά τα γνωστά οι διαταραχές εν γένει που διαδίδονται προς οποιαδήποτε διεύθυνση στο εσωτερικό του κρυστάλλου θα είναι: α) οι έκτακτες (*e*) (Σχ. 5.7.4.7β), που στο επίπεδο της κύριας τομής παρίστανται από τομές ελλειψοειδών εκ περιστροφής περί τον οπτικό άξονα και β) οι τακτικές (*o*) (Σχ. 5.7.4.7γ) που είναι τομές σφαιρών (δηλ. κύκλοι) στο ίδιο επίπεδο. Και στις δύο

περιπτώσεις των (e) και (o) διαταραχών, το διάνυσμα **E** του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στη διεύθυνση της αντίστοιχης ακτίνας. Η ακτίνα καθορίζεται από ένα σημείο διαταραχής και το αντίστοιχο σημείο επαφής με την έλλειψη (e-κύμα) ή του κύκλου (o-κύμα), με την περιβάλλουσα των άλλων ελλείψεων ή των κύκλων αν-



(Σχ. 5.7.4.7)

τίστοιχα. Η διεύθυνση αυτή, είναι του διανύσματος Poynting **S** δηλ. εκείνη της διάδοσης της ενεργείας στο εσωτερικό του κρυστάλλου. Τι ακριβώς όμως συμβαίνει με τα διαδιδόμενα στον κρύσταλλο μέτωπα κύματος (e) και (o);

Κατ' αρχή για να σχεδιάσουμε τα μέτωπα κύματος των (e) και (o) διαταραχών, θα πρέπει μετά από ένα χρονικό διάστημα διάδοσής τους, να φέρουμε τις εφαπτόμενες (περιβάλλουσες) των ελλείψεων και των κύκλων, που στην πραγματικότητα αντιστοιχούν σε σημεία ίσης φάσης. Τότε κάθετα σ' αυτές θα βρίσκεται το διάνυσμα **k** της κυματοκαθέτου. Αποδεικνύεται ότι για τις δύο περιπτώσεις των (e) και (o) διαταραχών το διάνυσμα **D** της ηλεκτρικής μετατόπισης είναι κάθετο στο **k** και κάθετα μεταξύ τους δηλ. ισχύουν οι σχέσεις :

$$\mathbf{D}_e \cdot \mathbf{k} = 0 \qquad \mathbf{D}_o \cdot \mathbf{k} = 0 \qquad \mathbf{D}_o \cdot \mathbf{D}_e = 0 \tag{5.7.4.7}$$

Όμως (όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στα (Σχ. 5.7.4.7β,γ)) παρά το ότι για το τακτικό κύμα : $\mathbf{E}_o \parallel \mathbf{D}_o$, για το έκτακτο τα διανύσματα $\mathbf{E}_e$ και $\mathbf{D}_e$ δεν είναι παράλληλα δηλ.

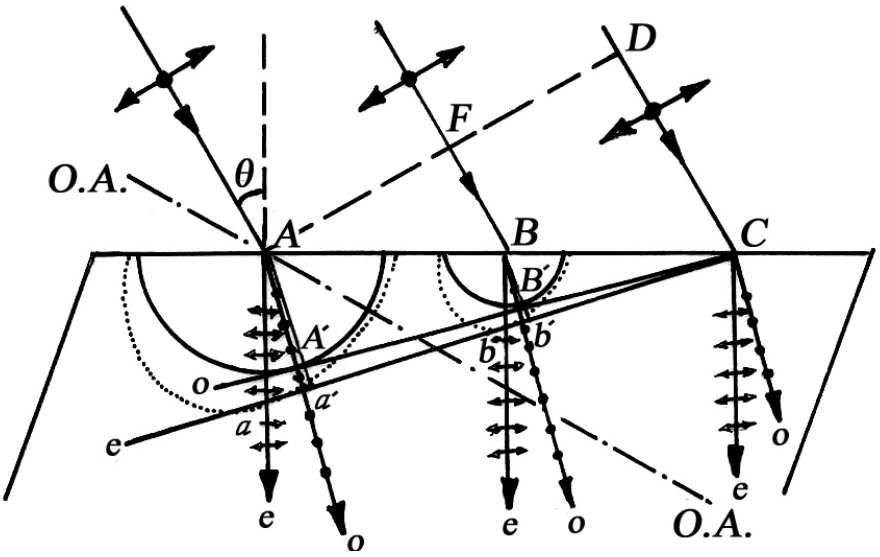
$$|\mathbf{E}_o \times \mathbf{D}_o| = 0 \qquad \text{αλλά} \qquad |\mathbf{E}_e \times \mathbf{D}_e| = |\mathbf{E}_e||\mathbf{D}_e| \sin\phi \neq 0 \tag{5.7.4.8}$$

Τέλος για τους μονοάξονες κρυστάλλους που εξετάζουμε εδώ, θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$\mathbf{D}_e \cdot \mathbf{E}_o = 0 \quad , \quad \mathbf{D}_o \cdot \mathbf{E}_e = 0 \quad , \quad \mathbf{E}_e \cdot \mathbf{E}_o = 0 \qquad (5.7.4.9)$$

5.7.5 *Ερμηνεία της διάδοσης του φωτός σε ορισμένες διευθύνσεις στο εσωτερικό ενός κρυστάλλου Ασβεστίτη*

Στην (§ 5.7.2) (Σχ. 5.7.2.2) έχει περιγραφεί στοιχειωδώς η διπλή διάθλαση για το φως που πέφτει πλάγια ή κάθετα στην επιφάνεια ενός κρυστάλλου Ασβεστίτη. Θα προσπαθήσουμε στα επόμενα να ερμηνεύσουμε τον τρόπο διάδοσης για την γενικότερη περίπτωση της πλάγιας πρόσπτωσης ενός επιπέδου μετώπου κύματος πάνω σε μια κύρια τομή του (Σχ. 5.7.5.1). Θα βασιστούμε αφ' ενός μεν στη δημιουργία των επιφανειών κύματος (§ 5.7.4) από τις σημειακές πηγές (κέντρα σκέδασης) στα σημεία πρόσπτωσης του μετώπου κύματος. Αφ' ετέρου θα δεχθούμε την αρχή του Huygens (§ 5.6.2), του τρόπου δηλ. ανάπτυξης των μετώπων κύματος κατά τη διάδοσή τους όμως σε ανισότροπα υλικά.



(Σχ. 5.7.5.1)

Υποθέτουμε ότι σε μια ορισμένη χρονική στιγμή το επίπεδο μέτωπο κύματος AFD αγγίζει στο σημείο A την επιφάνεια του κρυστάλλου. Κατά το χρονικό διάστημα της διάδοσης του μετώπου από το D στο C, από τα σημεία A και B θα διαδοθούν τα κυματίδια που αντιστοιχούν στις σφαιρικές τακτικές επιφάνειες κύματος καθώς και στις ελλειψοειδείς έκτακτες. Με βάση την αρχή του Huygens τα δύο αυτά μέτωπα κύματος προκύπτουν αν από το σημείο C φέρουμε τις εφαπτόμενες (περι-

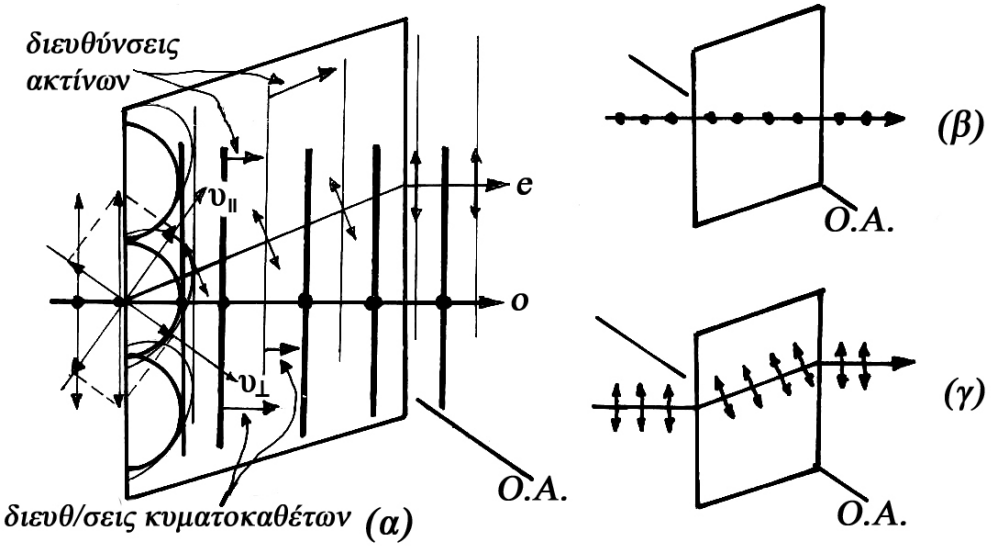
βάλλουσες) των σφαιρών και των ελλειψοειδών. Στα σημεία δηλ. A', B' και a, b αντίστοιχα.

Γνωρίζουμε ότι η ακτίνα AA' της σφαίρας είναι ανάλογη της ταχύτητας της τακτικής ακτίνας. Επίσης το τμήμα Aa της έλλειψης είναι ανάλογο της ταχύτητας της έκτακτης ακτίνας. Το τμήμα Aa' (γραμμή κάθετη στο μέτωπο κύματος της έκτακτης), είναι ανάλογο με την ταχύτητα διάδοσης του μετώπου κύματος της έκτακτης. Και επειδή $Aa' < Aa$ σημαίνει ότι η ταχύτητα της κυματοκαθέτου (δηλ. η ταχύτητα διάδοσης του μετώπου κύματος της έκτακτης διαταραχής), είναι μικρότερη της αντίστοιχης ταχύτητας ακτίνας της έκτακτης (ταχύτητα ανάλογη του Aa).

Οι καταστάσεις πόλωσης στη διεύθυνση τακτικής και έκτακτης ακτίνας φαίνονται στο (Σχ. 5.7.5.1). Δηλ. το πεδίο **E** για την τακτική ακτίνα ταλαντεύεται κάθετα στον οπτικό άξονα του κρυστάλλου ενώ της έκτακτης παράλληλα στο επίπεδο οπτικού άξονα-διεύθυνσης διάδοσης και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης. Η διεύθυνση διάδοσης της ενέργειας για την έκτακτη διαταραχή, κατά τα γνωστά, είναι αυτή της έκτακτης ακτίνας. Η τακτική ακτίνα ακολουθεί – όπως ήδη αναφέραμε – το νόμο του Snell και από το (Σχ. 5.7.5.1) με βάση την ανάλυση της (§ 5.7.1) ο λόγος DC/AA' είναι ο δείκτης διάθλασης της τακτικής διαταραχής (εφόσον η προσπίπτουσα διαδίδεται στον αέρα). Για την περίπτωση που ο οπτικός άξονας του κρυστάλλου δεν βρίσκεται πάνω στο επίπεδο πρόσπτωσης του (Σχ. 5.7.5.1), τότε προσπίπτουσα και διαθλώμενη (έκτακτη) δεν θα βρίσκονται πάνω στο ίδιο επίπεδο.

Θα θεωρήσουμε τώρα την πρόσπτωση ενός επιπέδου μετώπου κύματος φυσικού φωτός παράλληλα με την κύρια τομή ενός κρυστάλλου Ασβεστίτη και συγχρόνως κάθετα σε μια έδρα του (Σχ. 5.7.5.2α). Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το επίπεδο πρόσπτωσης και αυτό της κύριας τομής συμπίπτουν. Το διάνυσμα **E** του η λεκτρικού πεδίου (τη στιγμή της πρόσπτωσης στην επιφάνεια του κρυστάλλου), έχει τη δυνατότητα ν' αναλυθεί κατά τα γνωστά σε δύο συνιστώσες: α) μια κάθετη (•) προς τον οπτικό άξονα και β) μια παράλληλη (↕) στο επίπεδο της κύριας τομής. Γνωρίζουμε ότι με βάση το γεγονός – της ανάπτυξης από κάθε σημείο στην επιφάνεια πρόσπτωσης – επιφανειών κύματος (κυματιδίων) (§ 5.7.4) και της εφαρμογής της αρχής του Huygens (§ 5.6.2), στο εσωτερικό του κρυστάλλου θα διαδίδονται δύο μέτωπα κύματος. Το ένα οριοθετείτε από την περιβάλλουσα των σφαιρικών κυματιδίων(τακτικό) και διαδίδεται στην ίδια διεύθυνση με αυτήν της προσπίπτουσας. Κατά την έξοδό του από τον κρύσταλλο δεν αλλάζει διεύθυνση. Η περιβάλλουσα του δευτέρου, είναι το εφαπτομενικό επίπεδο των ελλειψοειδών κυματιδίων και διαδίδεται παράλληλα με το πρώτο (δηλ. προς τα δεξιά) αλλά προς τα πάνω. Οι διαφορετικές αυτές διευθύνσεις γίνονται εμφανείς μέσω των διευθύνσεων των ακτίνων των αντιστοίχων διαταραχών. Πράγματι με τη βοήθεια των σημείων διέγερσης στην επιφάνεια πρόσπτωσης και τα αντίστοιχα σημεία επαφής των περιβαλλουσών των

σφαιρικών και ελλειπτικών κυματίων, μπορούμε να χαράξουμε την τακτική και την έκτακτη ακτίνα. Για την περίπτωση του Ασβεστίτη η γωνία αυτή είναι $\psi = 6.2^0$ για πρόσπτωση φωτός με μήκος κύματος της λυχνίας του Na, $\lambda = 589.29\text{nm}$ (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. (Άσκ.16 – Λυμένη)). Τα πεδία **E** του τακτικού και του εκτάκτου κύματος είναι γραμμικά πολωμένα και ορθογώνια μεταξύ τους (βλ. Σχ. 5.7.4.7). Το μεν τακτικό κάθετα στον οπτικό άξονα το δε έκτακτο παράλληλα με το επίπεδο της κύριας τομής και κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης της έκτακτης ακτίνας.



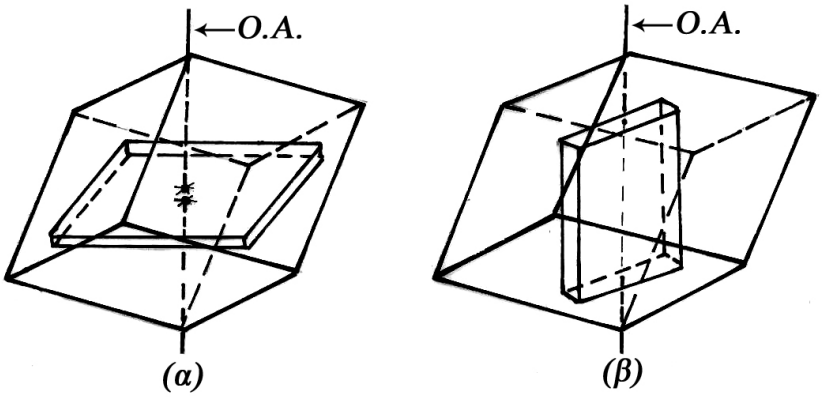
(Σχ.5.7.5.2)

Θα πρέπει ν' αναφέρουμε ότι το πόσα μέτωπα κύματος θα διαδοθούν μέσα στον κρύσταλλο, θα εξαρτηθεί από τον τρόπο διέγερσής του από την προσπίπτουσα σ' αυτόν διαταραχή. Αν π.χ. το προσπίπτον είναι γραμμικά πολωμένο κάθετα προς τον οπτικό άξονα (Σχ. 5.7.5.2β), τότε στον κρύσταλλο θα διαδοθεί μόνο το τακτικό μέτωπο κύματος. Στην περίπτωση που το προσπίπτον είναι γραμμικά πολωμένο παράλληλα προς την κύρια τομή (Σχ. 5.7.5.2γ), τότε θα έχουμε τη διάδοση μόνο του εκτάκτου μετώπου κύματος. Το γεγονός όπως γνωρίζουμε (βλ. § 5.6), οφείλεται για την κάθε περίπτωση στον τρόπο διέγερσης των ατομικών διπόλων του κρυστάλλου. Τέλος θα πρέπει να πούμε ότι η έκτακτη ακτίνα κατά την έξοδό της (Σχ. 5.5.2α,γ) από τον κρύσταλλο γίνεται παράλληλη με την τακτική. Το γεγονός οφείλεται στο ότι τα σημεία διέγερσης της εξωτερικής επιφάνειας του κρυστάλλου εκπέμπουν πλέον σε ισότροπο μέσο (π.χ. τον αέρα), οπότε τα κυματίδια του Huygens είναι σφαιρικά. Κατά συνέπεια η περιβάλλουσά τους θα είναι επίπεδο και οι ακτίνες κάθετες σ' αυτό, άρα παράλληλες με την τακτική.

5.7.6 *Πλακίδια καθυστέρησης (ή καθυστερητές)*

Καθυστερητές (retarders) ονομάζονται τα οπτικά στοιχεία, με την βοήθεια των οποίων είναι δυνατόν να παράγουμε, να μεταβάλλουμε ή ν' ανιχνεύσουμε τις καταστάσεις πόλωσης του φωτός. Ο τρόπος λειτουργίας τους είναι ο εξής: Γνωρίζουμε κατ' αρχήν ότι μια κατάσταση πόλωσης αναλύεται σε δύο ορθογώνιες 'σύμφωνες' (συζευγμένες) μεταξύ τους συνιστώσες. Ο καθυστερητής δρα έτσι ώστε κατά τη διέλευση του φωτός από αυτόν, να προκαλεί – μέσω κάποιου μηχανισμού – καθυστέρηση κατά ένα ποσό στη φάση της μιας συνιστώσας διαταραχής σε σχέση με την άλλη. Σαν αποτέλεσμα, το φως κατά την έξοδό του από τον καθυστερητή, να βρίσκεται σε διαφορετική κατάσταση πόλωσης από ότι στην είσοδό του. Όπως θα δούμε από τον τρόπο λειτουργίας τους, τα στοιχεία αυτά εφαρμόζουν επιλεκτικές διαδικασίες προκειμένου να επηρεάσουν τη μία ή και τις δύο από τις διερχόμενες συνιστώσες του φωτός. Άρα είναι εύλογο να συμπεράνουμε, ότι υλικά από τα οποία θα μπορούσαν να κατασκευαστούν καθυστερητές είναι τα ανισότροπα δηλ. οι κρύσταλλοι.

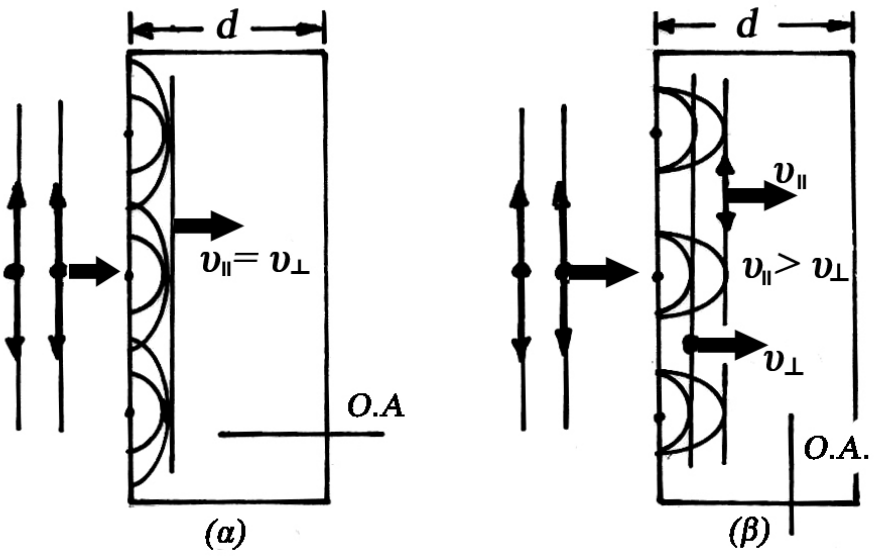
Σ' ότι ακολουθεί, θα δούμε συγκεκριμένα παραδείγματα δημιουργίας καθυστερητών από τον κρύσταλλο του Ασβεστίτη. Για το λόγο, αυτό από ένα τέτοιο κρύσταλλο αποκόπτουμε ένα πλακίδιο με παράλληλες έδρες πάχους d, οι οποίες είναι κάθετες στον οπτικό του άξονα (Σχ. 5.7.6.1α). Αφού οι δύο του επιφάνειες λεια-



(Σχ.5.7.6.1)

ανθούν, αφήνουμε να προσπέσει κάθετα στη μία από αυτές ένα μονοχρωματικό επίπεδο μέτωπο κύματος έστω γραμμικά πολωμένο με οποιοδήποτε αζιμούθιο. Οι δύο συνιστώσες του κύματος θα διεγείρουν τον κρύσταλλο με τον γνωστό τρόπο (Σχ. 5.7.6.2α). Θα αναπτυχθούν δηλ. δύο ειδών επιφάνειες κύματος (η τακτικές και έκτακτες). Επειδή όμως διαδίδονται στη διεύθυνση του οπτικού άξονα, θα έχουν την ίδια ταχύτητα διάδοσης (φάσης). Κατά την έξοδό τους λοιπόν από το πλακίδιο πά-

χους d, οι δύο συνιστώσες του πεδίου (κάθετες μεταξύ τους) θα έχουν πάλι την ίδια διαφορά φάσης. Άρα λοιπόν συμπεραίνουμε ότι ένα διπλοθλαστικό πλακίδιο κομμένο κάθετα προς τον οπτικό του άξονα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν στοιχείο καθυστέρησης της μιας συνιστώσας του πεδίου σε σχέση με την άλλη. Υποθέτουμε τώρα ότι αποκόπτουμε από τον κρύσταλλο του Ασβεστίτη ένα πλακίδιο πάχους d με παράλληλες έδρες και παράλληλες συγχρόνως προς τον οπτικό του άξονα (Σχ. 5.7.6.1β). Αφήνουμε πάλι να προσπέσει στην εμπρός του επιφάνεια ένα επίπεδο γραμμικά πολωμένο μέτωπο κύματος. Τότε μέσα στον κρύσταλλο θ' αναπτυχθούν



(Σχ. 5.7.6.2)

κατά τα γνωστά οι δύο ειδών επιφάνειες κύματος (τακτικές και έκτακτες). Οι περιβάλλουσές τους θα μας δώσουν τα δύο επίπεδα μέτωπα κύματος, τα διαδιδόμενα στην ίδια διεύθυνση (Σχ. 5.7.6.2β). Σ' αυτήν όμως την περίπτωση, λόγω της διαφορετικής ταχύτητας διάδοσής τους, ($\upsilon_e > \upsilon_o$) δηλ. ($\upsilon_{\parallel} > \upsilon_{\perp}$) σύντομα θ' αποχωριστούν μέσα στον κρύσταλλο. Διανύοντας την απόσταση d τα δύο μέτωπα κύματος (των οποίων βέβαια τα πεδία είναι ορθογώνια μεταξύ τους) θα φθάσουν στην έξοδο με διαφορά οπτικού δρόμου:

$$L = n_e d - n_o d = d\left|\left(n_e - n_o\right)\right| \qquad (5.7.6.1)$$

Άρα η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών του πεδίου θα είναι:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\left|\left(n_e - n_o\right)\right| \qquad (5.7.6.2)$$

όπου λ_0 το μήκος κύματος του φωτός στο κενό. Από τη (σχ. 5.7.6.2) βλέπουμε ότι η καθυστέρηση φάσης που επιβάλλει ένα διπλοθλαστικό πλακίδιο πάχους d θα εξαρτάται ισχυρά από το μ.κ. της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Επίσης θα εξαρτάται (αν και όχι τόσο ισχυρά) από τους δ.δ. n_e, n_o λόγω του φαινομένου του διασκεδασμού του φωτός (Σχ. 5.7.4.5).

Για ένα διπλοθλαστικό πλακίδιο καθυστέρησης, η διεύθυνση ταλάντωσης της ταχύτερα διαδιδόμενης συνιστώσας του πεδίου ονομάζεται ***ταχύς άξονας(fast axis)*** ενώ ο κάθετος σ' αυτόν ***βραδύς άξονας(slow axis)***. Στην περίπτωση που το πλακίδιο είναι από Ασβεστίτη ($n_e - n_o < 0$) ο ταχύς άξονας συμπίπτει με τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου. Το αντίθετο ακριβώς συμβαίνει με τα πλακίδια καθυστέρησης από Χαλαζία ($n_e - n_o > 0$). Για τα τελευταία η ταχύτερα διαδιδόμενη συνιστώσα είναι η τακτική, άρα ο ταχύς άξονας εδώ είναι κάθετος προς τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου. Από τα πλακίδια καθυστέρησης, τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα είναι αυτά του ενός τετάρτου του μήκους κύματος ή ($\lambda/4$) και του ενός δευτέρου του μήκους κύματος ή ($\lambda/2$), τα οποία και περιγράφουμε στα επόμενα.

Πλακίδιο καθυστέρησης του ενός τετάρτου του μήκους κύματος (λ/4) (quarter-wave plate)

Το πλακίδιο αυτό επιβάλλει μεταξύ των δύο ορθογωνίων συνιστωσών ενός προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος διαφορά φάσης $\phi = 90^0$ (ή διαφορά οπτικού δρόμου $\lambda/4$). Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει να ισχύει:

$$d\left|n_e - n_o\right| = (4m+1)\lambda/4 \quad m = 0,1,2,3.... \tag{5.7.6.3}$$

Για $m = 0$ θα είναι: $d\left|n_e - n_o\right| = \lambda/4$ και θα έχουμε το ονομαζόμενο πλακίδιο $\lambda/4$ ***μηδενικής τάξης(zero order)***. Για $m = 1$, $d\left|n_e - n_o\right| = 5\lambda/4$ οπότε θα έχουμε το πλακίδιο $\lambda/4$ ***πρώτης τάξης(first order)*** κ.ο.κ. Δηλ. βλέπουμε ότι μπορούμε να έχουμε πλακίδια $\lambda/4$ με διαφορετικό πάχος d. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με όλα γενικά τα πλακίδια καθυστέρησης.

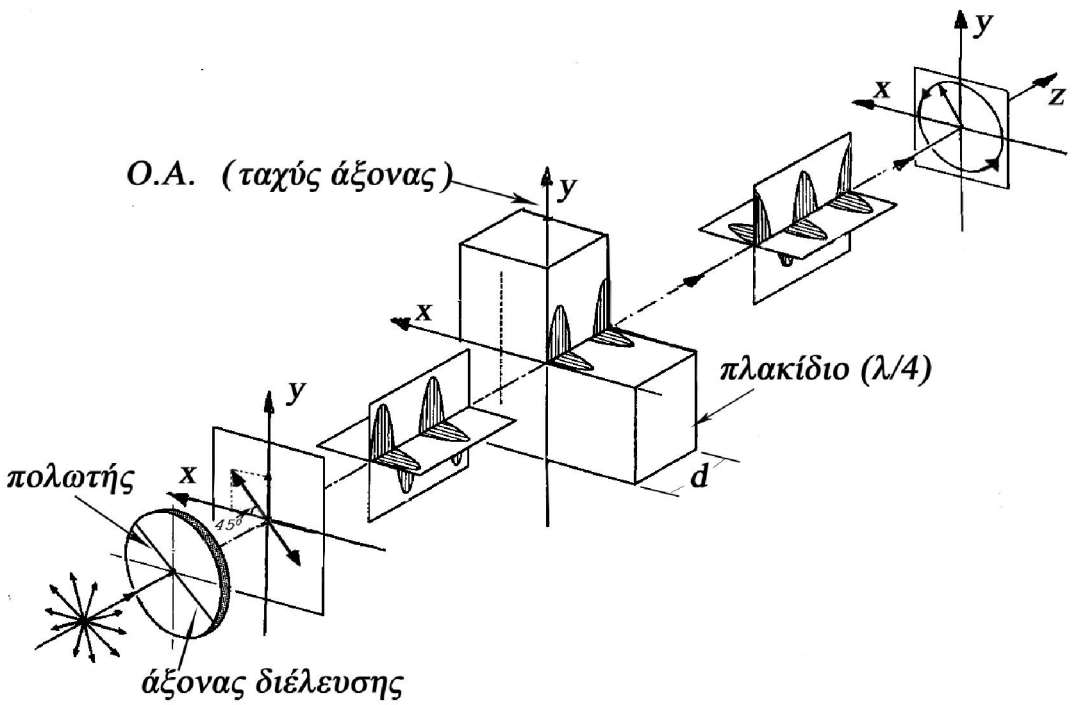
Θεωρούμε την περίπτωση της πρόσπτωσης στο πλακίδιο $\lambda/4$ επιπέδου μέτωπο κύματος (στο μ.κ. για το οποίο έχει κατασκευαστεί). Το τελευταίο, είναι γραμμικά πολωμένο σε ένα ορισμένο αζιμούθιο σε σχέση με τον άξονα x του συστήματος συντεταγμένων και το πλακίδιο έχει τον ταχύ του άξονα στη διεύθυνση y. Τότε θα έχουμε:

Πριν το πλακίδιο: $$\left.\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - kz) \end{aligned}\right\} \ (\Gamma.\Pi.\Phi.) \tag{5.7.6.4}$$

Μετά το πλακίδιο: $$\left.\begin{aligned} E_x' &= A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y' &= A_y \cos(\omega t - kz + \pi/2) \end{aligned}\right\} \quad (E.\Pi.\Phi.) \qquad (5.7.6.5)$$

Βλέπουμε δηλ. από τις (σχ. 5.7.6.5), ότι το εξερχόμενο από το πλακίδιο φως είναι γενικά ελλειπτικά πολωμένο εφόσον $A_x \neq A_y$. Αν το επίπεδο πόλωσης του γραμμικά πολωμένου φωτός στην είσοδο του πλακιδίου είναι σε αζιμούθιο $+45^0$ ως προς τον άξονα x, τότε $A_x = A_y = A$ και το εξερχόμενο από το πλακίδιο ($\lambda/4$) φως θα είναι κυκλικά πολωμένο και μάλιστα δεξιόστροφο.

Έχει ενδιαφέρον να εξετάσουμε βήμα προς βήμα, τον τρόπο με τον οποίο εξελίσσεται το φαινόμενο της καθυστέρησης της φάσης – της μιας σε σχέση με την άλλη – των δύο διαδιδόμενων διαταραχών στο εσωτερικό ενός πλακιδίου ($\lambda/4$). Για το σκοπό αυτό θα θεωρήσουμε ένα τέτοιο πλακίδιο από Ασβεστίτη (Σχ. 5.7.6.3), του οποίου κατά τα γνωστά ο οπτικός άξονας συμπίπτει με τον ταχύ του



(Σχ. 5.7.6.3)

άξονα. Το φως το οποίο προσπίπτει στο πλακίδιο είναι γραμμικά πολωμένο σε αζιμούθιο $+45^0$ σε σχέση με τον άξονα x και ο ταχύς του άξονας είναι κατά τη διεύθυνση y. Επειδή για τον Ασβεστίτη $n_e < n_o$, η διαδιδόμενη συνιστώσα η παράλληλη στον ταχύ άξονα (έκτακτη), κινείται στο εσωτερικό του με μεγαλύτερη ταχύτητα σε

σχέση με αυτήν που διαδίδεται κάθετα στον οπτικό του άξονα (τακτική). Επομένως στο συγκεκριμένο πάχος του πλακιδίου ($\lambda/4$) (ορισμένης τάξης) στο σχήμα μας, βλέπουμε ότι έχουν διαδοθεί μία και ένα τέταρτο της περιόδου της έκτακτης διαταραχής αλλά μία και ένα δεύτερο της περιόδου της τακτικής. Το τελευταίο σημαίνει ότι η o-διαταραχή είναι ακριβώς κατά ένα τέταρτο του μήκους κύματος πίσω από την e- διαταραχή κατά την έξοδό τους από το πλακίδιο. Δηλ. η o- διαταραχή καθυστερεί σε σχέση με τη e- διαταραχή λόγω της μικρότερης ταχύτητας διάδοσής της.

Κατά την έξοδό της λοιπόν από το πλακίδιο ($\lambda/4$) η e- διαταραχή (που είναι παράλληλη προς τον y άξονα), θα προπορεύεται κατά φάση ίση με $\pi/2$ σε σχέση με την o- διαταραχή (παράλληλη προς τον x). Επομένως αν οι συνιστώσες του πεδίου στην είσοδο του πλακιδίου είναι:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A\cos(\omega t - kz) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.6)$$

(δηλ. γραμμικά πολωμένο φως σε αζιμούθιο 45^0 σε σχέση με τον x), κατά την έξοδό τους από αυτό θα είναι :

$$\left.\begin{aligned} E'_x &= A\cos(\omega t - kz) \\ E'_y &= A\cos(\omega t - kz + \pi/2) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.7)$$

Δηλ. το φως μετά το πλακίδιο θα είναι δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο.

Σημείωση

Μια περισσότερο λεπτομερής περιγραφή του γεγονότος ότι η διαφορά φάσης των δύο ορθογωνίων διαταραχών (τακτικής και έκτακτης) μετά την έξοδό τους από το πλακίδιο καθυστέρησης $\lambda/4$ θα είναι $\pi/2$, όταν στην είσοδό του η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι ίση με μηδέν, γίνεται στα επόμενα αναφερόμενοι στο (Σχ. 5.7.6.3).

Επειδή το πλακίδιο είναι εξ' ορισμού $\lambda/4$, τότε η διαφορά οπτικού δρόμου των δύο ορθογωνίων συνιστωσών μετά τη διάνυση από αυτές του πάχους του d θα είναι:

$$(n_o - n_e)d = \lambda/4 \qquad (1)$$

για αρνητικό κρύσταλλο για τον οποίο $n_e < n_o$ και λ το μ.κ. στο κενό. Ας υποθέσουμε επίσης – όπως φαίνεται στο (Σχ. 5.7.6.3) – ότι στο εσωτερικό του πλακιδίου:

$$d = \lambda_e + \frac{\lambda_e}{4} = \frac{5\lambda_e}{4} \tag{2}$$

(συνιστώσα κατά τον y παράλληλη με τον ταχύ άξονα του πλακιδίου που είναι συγχρόνως και οπτικός του άξονας). Τότε κατ' αρχή θ' αποδείξουμε ότι μεταξύ των περιόδων που διανύονται κατά τις διευθύνσεις y και x (διεύθυνση του βραδύ άξονα του πλακιδίου καθυστέρησης) ισχύει: $d = \lambda_e + \frac{\lambda_e}{4} = \lambda_o + \frac{\lambda_o}{2}$. Ότι δηλ. 'ένα και ένα τέταρτο μ.κ. της έκτακτης διαταραχής, είναι ίσο με ένα και ένα δεύτερο μ.κ. της τακτικής'.

Πράγματι από τις (σχ. 1,2) θα έχουμε: $(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow (n_o - n_e)\frac{5\lambda_e}{4} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow$

(επειδή: $n_e = \frac{\lambda}{\lambda_e}$, $n_o = \frac{\lambda}{\lambda_o}$) $\Rightarrow \left(\frac{\lambda}{\lambda_o} - \frac{\lambda}{\lambda_e}\right)\frac{5\lambda_e}{4} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda_e}\right)5\lambda_e = 1 \Rightarrow$

$$\lambda_e = \lambda_o + \frac{\lambda_o}{5} \tag{3}$$

Οπότε με βάση τη (σχ.3): $\lambda_e + \frac{\lambda_e}{4} = \frac{5\lambda_e}{4} = \frac{5}{4}\left(\lambda_o + \frac{\lambda_o}{5}\right) = \frac{5\lambda_o}{4} + \frac{\lambda_o}{4} = \frac{3\lambda_o}{2} = \lambda_o + \frac{\lambda_o}{2}$

Δηλ. τελικά θα έχουμε:

$$d = \lambda_e + \frac{\lambda_e}{4} = \lambda_o + \frac{\lambda_o}{2} \tag{4}$$

Η σχέση αυτή μεταξύ των μ.κ. τακτικής και έκτακτης διαταραχής γίνεται εμφανής στο (Σχ. 5.7.6.3) με τη σχεδίασή τους στο εσωτερικό του πλακιδίου καθυστέρησης. Το συμπέρασμα τελικά που προκύπτει από την παραπάνω ανάλυση είναι ότι η διαφορά των διανυόμενων περιόδων μεταξύ τακτικής και έκτακτης είναι ένα τέταρτο. Ο μηχανισμός γένεσης αυτού του γεγονότος οφείλεται στη διπλοθλαστικότητα του υλικού. Δηλ. στις διαφορετικές ταχύτητες φάσης υ_o, υ_e μεταξύ των δύο ορθογωνίων διαταραχών και θα έχει σαν αποτέλεσμα – όπως θ' αποδείξουμε στα επόμενα – η έκτακτη διαταραχή να προπορεύεται της τακτικής κατά την έξοδό τους από το πλακίδιο όπως και η διαφορά φάσης μεταξύ τους να είναι $\pi/2$.

Κατ' αρχή η έκτακτη διαταραχή διανύει το πάχος d του πλακιδίου σε χρόνο:

$$t = d/\upsilon_e \tag{5}$$

Τότε η τακτική διαταραχή στο ίδιο χρόνο, επειδή $\upsilon_o < \upsilon_e$ θα διανύσει στο εσωτερικό του πλακιδίου απόσταση $d' = \upsilon_o t = \upsilon_o (d/\upsilon_e) = (\upsilon_o/\upsilon_e) d$, από την οποία συνεπάγεται ότι: $d' < d$. Επίσης η τακτική διαταραχή το πάχος d το διανύει σε χρόνο:

$$t' = d/\upsilon_o \tag{6}$$

Επομένως από τις (σχ.5,6) θα έχουμε: $t' > t$, δηλ. η έκτακτη διαταραχή προπορεύεται της τακτικής. Άρα όταν η τακτική φθάσει στο άκρο του πλακιδίου (σε χρόνο t'), η έκτακτη θα έχει βγει από το πλακίδιο, διαδιδόμενη σε απόσταση:

$$s = c(t' - t) \tag{7}$$

Αλλά: $t' - t = \dfrac{d}{\upsilon_o} - \dfrac{d}{\upsilon_e}$ οπότε: $s = c\left(\dfrac{d}{\upsilon_o} - \dfrac{d}{\upsilon_e}\right) = cd\left(\dfrac{1}{\upsilon_o} - \dfrac{1}{\upsilon_e}\right)$ και επειδή κατά τα γνωστά: $\upsilon_o = c/n_o, \upsilon_e = c/n_e$ θα έχουμε: $s = cd\left(\dfrac{n_o}{c} - \dfrac{n_e}{c}\right) \Rightarrow s = d(n_o - n_e)$. Αλλά από τη (σχ.1) δεχτήκαμε ότι: $d(n_o - n_e) = \lambda/4$ (πλακίδιο καθυστέρησης $\lambda/4$). Επομένως:

$$s = \lambda/4 \tag{8}$$

Δηλ. η έκτακτη διαταραχή προπορεύεται της τακτικής κατά τον οπτικό δρόμο $\lambda/4$ ή κατά φάση $(2\pi/\lambda)(\lambda/4) = \pi/2$.

Επομένως οι διαδιδόμενες στο κενό ορθογώνιες μεταξύ τους και 'σύμφωνες' (συζευγμένες) διαταραχές τακτική και έκτακτη, μετά την έξοδό τους από το πλακίδιο καθυστέρησης, θα έχουν μόνιμα διαφορά φάσης $\pi/2$ και προπορευόμενη θα είναι η έκτακτη. Για αρνητικούς κρυστάλλους, η έκτακτη κατά τα γνωστά δονείται παράλληλα προς τον οπτικό άξονα. Η διεύθυνση αυτή – όπως ήδη έχει αναφερθεί – είναι ο λεγόμενος ταχύς άξονας του πλακιδίου καθυστέρησης. Άρα πάντοτε από τις δύο συνιστώσες του προσπίπτοντος σ' ένα πλακίδιο καθυστέρησης μετώπου κύματος, την εισαγόμενη από το τελευταίο φάση θα την προσθέτουμε στη συνιστώσα που δονείται παράλληλα προς τον ταχύ του άξονα (ή ισοδύναμα θα την αφαιρούμε από τον βραδύ). Για πλακίδια που κατασκευάζονται από θετικούς διπλοθλαστικούς κρυστάλλους, ο ταχύς άξονας θα είναι κάθετος στον οπτικό τους άξονα.

Στην περίπτωση που το προσπίπτον στο πλακίδιο γραμμικά πολωμένο φως ταλαντεύεται στη διεύθυνση του ταχύ ή του βραδύ άξονα, τότε το πλακίδιο θα διεγερθεί με τέτοιο τρόπο έτσι που στο εσωτερικό του να διαδίδεται ένα μέτωπο κύματος, το τακτικό ή το έκτακτο αντίστοιχα. Άρα στην έξοδο του πλακιδίου θα πάρουμε γραμμικά πολωμένο φως με διεύθυνση πόλωσης αυτήν του ταχύ ή του βραδύ άξονα. Θα δούμε κατόπιν τι ακριβώς συμβαίνει, όταν στο πλακίδιο $(\lambda/4)$ ή (λ/x) γενικά προσπέσει φυσικό φως. Στην περίπτωση αυτή κατά τα γνωστά μπορούμε ν' αναλύσουμε το φως σε δύο συνιστώσες κατά τον ταχύ και τον βραδύ άξονα του πλακιδίου, που είναι όμως μεταξύ τους 'ασύμφωνες' (ασύζευκτες). Αν και στη μία από αυτές θα επιβληθεί η εισαγόμενη καθυστέρηση φάσης, εντούτοις στην έξοδό τους (λόγω 'ασυμφωνίας') συνθέτουν και πάλι φυσικό φως. Σαν τελευταίο παράδειγμα θα εξετάσουμε ποια ακριβώς θα είναι η κατάσταση πόλωσης του φωτός που βγαίνει από ένα πλακίδιο ($\lambda/4$), όταν στο τελευταίο προσπέσει δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως. Το φως αυτό αναλυόμενο κατά x και y θα μας δώσει:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A\cos(\omega t - kz + \pi/2) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.8)$$

Μετά το πλακίδιο (και εφόσον ο ταχύς άξονας είναι στη διεύθυνση του y) θα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} E_x^{'} &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y^{'} &= A\cos(\omega t - kz + \pi/2 + \pi/2) = -A\cos(\omega t - kz) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.9)$$

δηλ. γραμμικά πολωμένο φως σε αζιμούθιο $\theta = -45^0$ σε σχέση με τον άξονα x.

Πλακίδιο καθυστέρησης του ενός δευτέρου του μήκους κύματος (λ/2) (half-wave plate)

Το πλακίδιο αυτό επιβάλλει μεταξύ των δύο ορθογωνίων συνιστωσών ενός προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος διαφορά φάσης $\phi = 180^0$ (ή διαφορά οπτικού δρόμου $\lambda/2$). Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει να ισχύει:

$$d\left|n_e - n_o\right| = (2m+1)\lambda/2 \quad m = 0,1,2,3.... \qquad (5.7.6.10)$$

Για $m = 0$ θα είναι: $d\left|n_e - n_o\right| = \lambda/2$ και θα έχουμε το ονομαζόμενο πλακίδιο $\lambda/2$ ***μηδενικής τάξης(zero order)***. Για $m = 1$, $d\left|n_e - n_o\right| = 3\lambda/2$ οπότε θα έχουμε το πλακίδιο $\lambda/2$ ***πρώτης τάξης(first order)*** κ.ο.κ. Δηλ. με γνωστά τα n_e, n_o, λ είμαστε σε

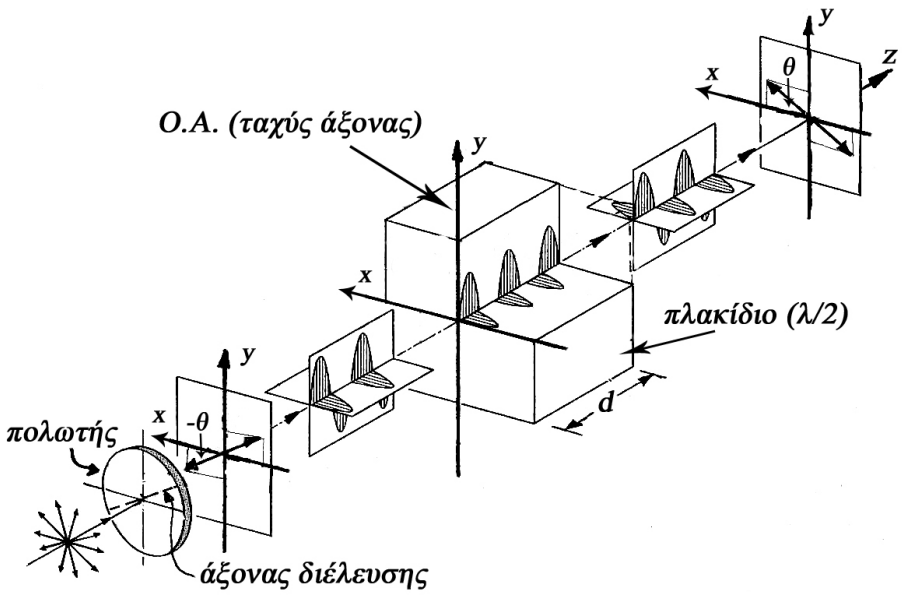
θέση να προσδιορίσουμε τα πάχη των πλακιδίων που θα επιβάλλουν μεταξύ δύο ορθογωνίων συνιστωσών καθυστέρηση φάσης ίση με 180^0.

Θεωρούμε τώρα την περίπτωση όπου στο πλακίδιο ($\lambda/2$) προσπίπτει ένα γραμμικά πολωμένο φως με αζιμούθιο $-\theta$ ως προς τον άξονα x. Ο ταχύς άξονας του πλακιδίου βρίσκεται στη διεύθυνση y. Τότε θα έχουμε:

Πριν το πλακίδιο:
$$\left.\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz) = A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= -A_y \cos(\omega t - kz) = A_x \cos(\omega t - kz + \pi) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.11)$$

Μετά το πλακίδιο:
$$\left.\begin{aligned} E_x' &= A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y' &= A_y \cos(\omega t - kz + \pi + \pi) = A_y \cos(\omega t - kz + 2\pi) \\ &= A_y \cos(\omega t - kz) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.12)$$

Βλέπουμε τελικά ότι το φως που βγαίνει από το πλακίδιο είναι πάλι γραμμικά πολωμένο αλλά με αζιμούθιο θ σε σχέση με τον άξονα x.



(Σχ. 5.7.6.4)

Το φαινόμενο της καθυστέρησης μεταξύ των φάσεων για τις δύο διαδιδόμενες διαταραχές στο εσωτερικό ενός πλακιδίου ($\lambda/2$) από Ασβεστίτη φαίνεται στο (Σχ. 5.7.6.4). Στο συγκεκριμένο πάχος του πλακιδίου ($\lambda/2$) (ορισμένης τάξης), βλέπουμε ότι έχουν διαδοθεί κατά μήκος του τρεις περίοδοι της o- διαταραχής αλλά δύο και μισή της e- διαταραχής. Αυτό σημαίνει ότι η o- διαταραχή είναι ακριβώς κατά μισό μήκος κύματος πίσω από την e- διαταραχή λόγω της διαφορετικής ταχύ-

τητας διάδοσής της ($\upsilon_o < \upsilon_e$). Κατά την έξοδό της λοιπόν από το πλακίδιο η e- διαταραχή (που είναι παράλληλη προς τον άξονα y) θα προπορεύεται κατά φάση ίση με π σε σχέση με την o- διαταραχή που είναι παράλληλη με τον άξονα x.

Ένα άλλο παράδειγμα που αφορά τον τρόπο που λειτουργεί το πλακίδιο ($\lambda/2$), είναι η περίπτωση που το προσπίπτον επίπεδο μέτωπο κύματος είναι αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο. Τότε θα έχουμε:

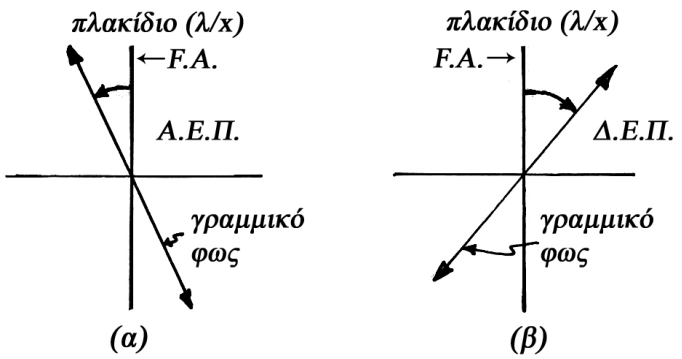
Πριν το πλακίδιο:
$$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A\cos(\omega t - kz - \pi/2 \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.13)$$

Μετά το πλακίδιο:
$$\left.\begin{aligned} E_x' &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y' &= A\cos(\omega t - kz - \pi/2 + \pi) = A\cos(\omega t - kz + \pi/2) \end{aligned}\right\} \qquad (5.7.6.14)$$

Δηλ. το φως που βγαίνει από το πλακίδιο είναι πάλι κυκλικά πολωμένο αλλά δεξιόστροφο.

Σημείωση

Ένας πρακτικός κανόνας άμεσου προσδιορισμού της στροφικότητας του εν γένει ελλειπτικά πολωμένου φωτός, που παίρνουμε όταν ένα γραμμικά πολωμένο φως πέφτει σ' ένα πλακίδιο (λ/x) είναι ο εξής (Σχ. 5.6.5). Η στροφικότητα αυτού του φωτός θα συμπίπτει με τη φορά περιστροφής του ταχύ άξονα του πλακιδί-



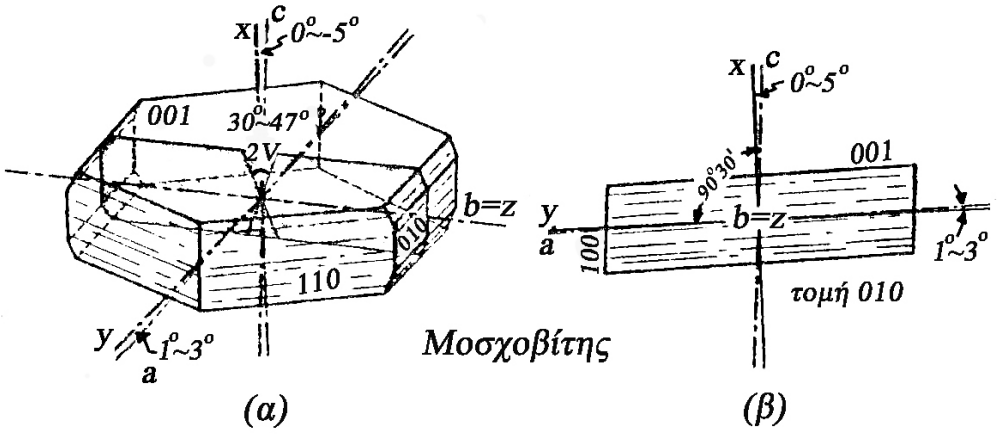
(Σχ. 5.7.6.5)

ου (λ/x), καθώς ο τελευταίος τείνει να συμπέσει με τον άξονα διέλευσης του πολωτή, διανύοντας όμως κατά την στροφή του τη μικρότερη γωνία, για φως που διαδίδεται προς εμάς.

Πλακίδια καθυστέρησης από Μίκα (Mica)

Τα πλακίδια καθυστέρησης από Ασβεστίτη ή Χαλαζία θεωρούνται πολύ καλής ποιότητας και είναι διαφανή στην ορατή περιοχή του Η/Μ φάσματος. Παρουσιάζουν όμως μεγάλες κατασκευαστικές δυσκολίες κατά την κοπή και την λείανση, λόγω της λεπτότητας του πάχους τους και της σκληρότητάς των υλικών. Πράγματι το πάχος ενός πλακιδίου ($\lambda/4$) μηδενικής τάξης από Ασβεστίτη για $\lambda = 5892$ Å (φως λυχνίας Na) και $n_o = 1.658$, $n_e = 1.486$ (Πιν. 5.7.4.4) προκύπτει από τη (σχ. 5.7.6.2) ότι είναι $d \simeq 0.85$ μm, δηλ. περίπου ένα χιλιοστό του χιλιοστού. Αν και στην πράξη χρησιμοποιούνται πλακίδια μεγαλύτερης τάξης από ότι η μηδενική (οπότε και μεγαλύτερου πάχους), εντούτοις οι παραπάνω δυσκολίες επεξεργασίας των υλικών παραμένουν. Για το λόγο αυτό σε πειράματα πόλωσης όχι μεγάλης ακριβείας χρησιμοποιούνται καθυστερητές από τεχνικά ως επί το πλείστον κατασκευαζόμενο φυλλόμορφο κρύσταλλο της Μίκας.

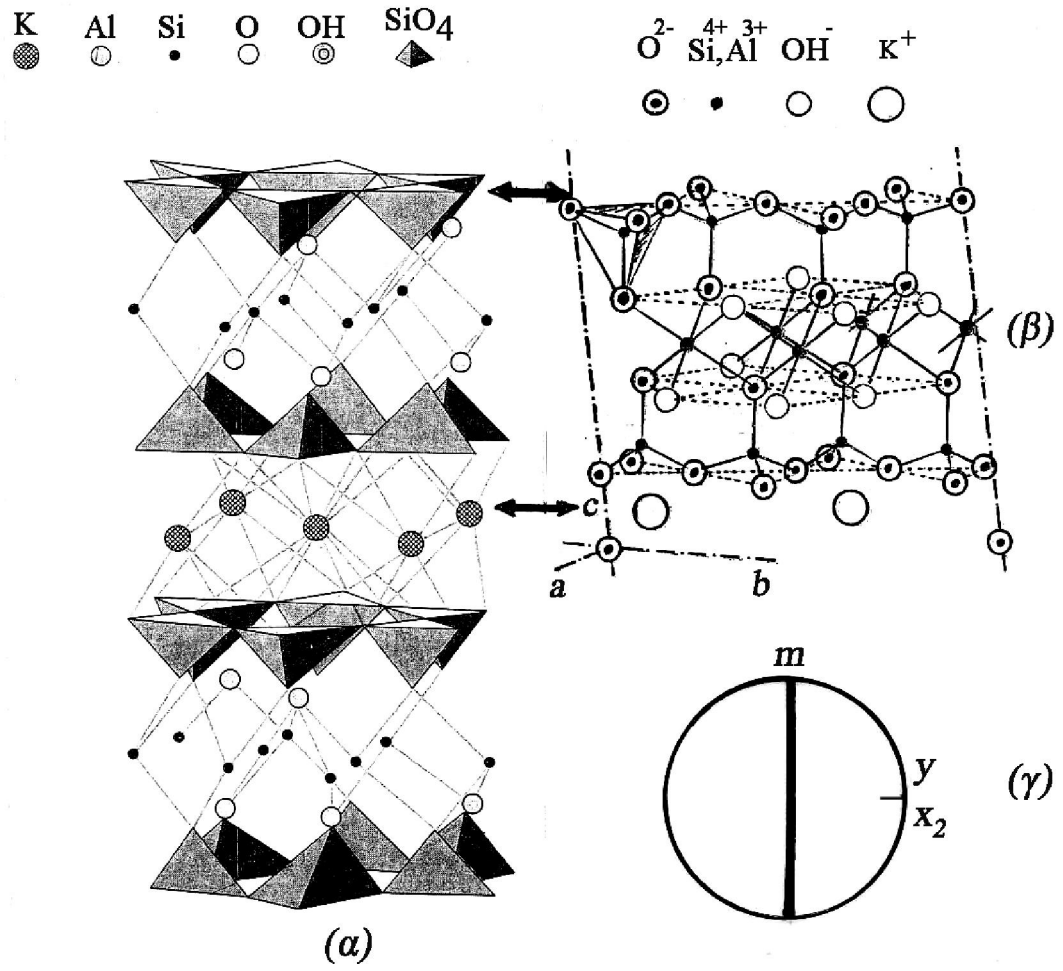
Η χημική σύσταση ενός συγκεκριμένου ορυκτού τύπου Μίκας του ***Μοσχοβίτη(Muscovite)*** είναι: $KAl_2(OH,F)_2[AlSi_3O_{10}]$. Έχει ειδικό βάρος $\rho = 3.2\,gr/cm^3$ είναι δυσθερμαγωγό υλικό και ισχυρός μονωτής (χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα για μονωτής στα οικιακά ηλεκτρικά σίδερα). Ανήκει στο Μονοκλινές σύστημα και ειδικά στην ομάδα συμμετρίας σημείου (m) (Σχ. 5.7.6.7γ). Δηλ. διαθέτει μόνο ένα



(Σχ.5.7.6.6)

επίπεδο συμμετρίας (Σχ. 5.7.6.6). Είναι φυλλόμορφο υλικό και οι διαστάσεις των κρυστάλλων του κυμαίνονται από μικροσκοπικοί μέχρις αρκετά τετραγωνικά μέτρα. Το χρώμα του είναι ελαφρά καστανό. Η βασική δομή των μορίων στο χώρο για τη Μίκα αυτή, είναι ένα σύνθετο φύλλο στο οποίο ένα στρώμα οκταεδρικά προσανατολισμένων κατιόντων (εδώ ιόντων Καλίου) στοιβάζονται ανάμεσα σε δύο πανομοιό-

τυπα στρώματα ενωμένων μεταξύ τους $(Si,Al)O_4$ τετραέδρων (Σχ. 5.7.6.7α,β). Εκεί ακριβώς οφείλεται και το γεγονός ότι είναι φυλλόμορφο υλικό οπότε έχουμε τη δυνατότητα ν' αποσπάσουμε από κρύσταλλο μεγάλων διαστάσεων φυλλίδια με παράλληλες έδρες.



(Σχ. 5.7.6.7)

Ο Μοσχοβίτης είναι αρνητικός διάξονας κρύσταλλος. Όπως είναι γνωστό η διάδοση του φωτός σε διάξονες κρυστάλλους περιγράφεται με τη βοήθεια του μοντέλου του μηχανικού ταλαντωτή του Lorentz όπου τώρα (Σχ. 5.6.1.1γ), οι σταθερές των ελατηρίων κατά x, y, z έχουν διαφορετικές μεταξύ τους τιμές. Για γραμμικά πολωμένο φως που ταλαντεύεται παράλληλα με τον καθένα από αυτούς τους άξονες αντίστοιχα, προκύπτουν τρεις διαφορετικοί κύριοι δείκτες διάθλασης ($n_\alpha, n_\beta, n_\gamma$) και κατά προέκταση τρεις διαφορετικές ταχύτητες διάδοσης. Οι διάξονες κρύσταλλοι εμφανίζουν δύο οπτικούς άξονες. Επιπλέον συμβαίνει (γεγονός που δίνει τη δυνατότητα στο συγκεκριμένο υλικό να χρησιμοποιηθεί σαν καθυστερητής), οι δύο από τους τρεις κύριους δ.δ. να εντοπίζονται πάνω στα προαναφερόμενα επίπεδα σχι-

σμού. Μια ενδεικτική τιμή των κυρίων δ.δ. πάνω σ' αυτό το επίπεδο για το φως της λυχνίας του Na είναι: $n_\gamma = 1.5977(1.599)$, $n_\beta = 1.5936(1.594)$ $(n_\alpha = 1.5601)$. Το γεγονός σημαίνει ότι για να κατασκευάσουμε από Μοσχοβίτη ένα πλακίδιο $(\lambda/2)$ πρώτης τάξης, θα πρέπει με βάση τη (σχ. 5.7.6.2) ν' αποσπάσουμε από τον κρύσταλλο φυλλίδιο πάχους περίπου 70μm. Στην (Εικ. 5.7.6.8) βλέπουμε ένα ορυκτό ανισοπαχές φύλλο Μίκας (Μοσχοβίτη) μέσου πάχους περίπου 0,5mm και διαστάσεων περίπου 20x20cm. Φύλλα Μίκας μπορούν να παρασκευαστούν και τεχνικά και μάλιστα χωρίς παραμορφώσεις και ανωμαλίες δομής που παρουσιάζει η ορυκτή της μορφή. Από αυτά τα φύλλα κατασκευάζονται οι καθυστερητές για εργαστηριακή χρήση. Για

(Εικ. 5.7.6.8)

λόγους προστασίας βρίσκονται σε πλήρη επαφή με διαφανείς επίπεδες πλάκες από γυαλί. Το όλο σύστημα (με καθορισμένες τις διευθύνσεις των αξόνων ταχύ και βραδύ) είναι δυνατόν να περιστρέφεται κάθετα σε σχέση με τη διεύθυνση μιας προσπίπτουσας δέσμης φωτός, με τη βοήθεια μηχανικού συστήματος στο εσωτερικό πλαισίου που είναι βαθμολογημένο σε μοίρες. Το ίδιο ισχύει και για τους γραμμικούς πολωτές.

5.8 *Πόλωση του φωτός μέσω ανάκλασης και διάθλασης. Διχρωϊσμός. Πόλωση από σκέδαση του φωτός*

5.8.1 *Πόλωση του φωτός μέσω ανάκλασης και διάθλασης. Νόμος του Brewster*

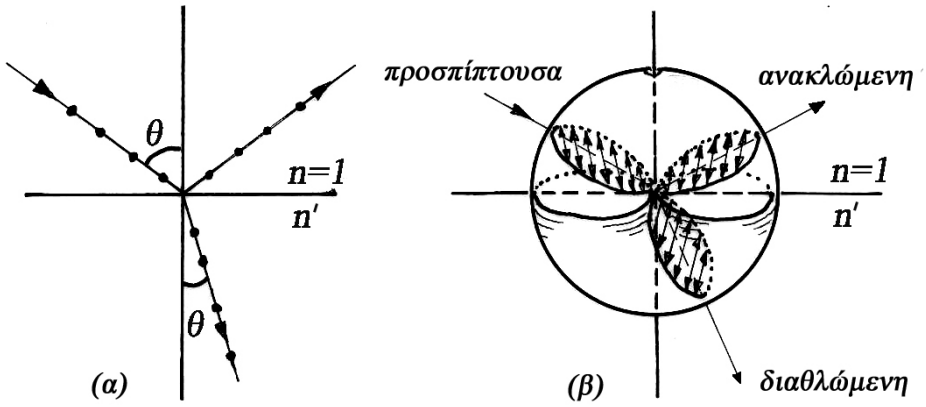
Στην (§ 5.6) περιγράψαμε συνοπτικά με τη βοήθεια του ηλεκτρικού διπόλου και του μοντέλου του γραμμικού ταλαντωτή του Lorentz, τον τρόπο με τον οποίο διαδίδονται τα Η/Μ κύματα στο κενό και την ύλη σε ομογενή, ισότροπα και ανισότροπα υλικά. Τα υλικά αυτά (όπως π.χ. ο αέρας, το νερό, τα διάφορα είδη γυαλιών και οι κρύσταλλοι τους οποίους αναφέραμε), ανήκουν στην κατηγορία των ***διηλεκτρικών(dielectrics)***.Τα διηλεκτρικά (ή μονωτές), είναι υλικά τα οποία δεν είναι ικανά να άγουν το ηλεκτρικό ρεύμα. Βέβαια στη φύση δεν υπάρχουν ιδανικοί μονωτές. Όλα γενικά τα υλικά διαθέτουν μια ορισμένη αγωγιμότητα. Για την περίπτωση όμως των διηλεκτρικών, η αγωγιμότητά τους είναι 15 έως 20 τάξεις μεγέθους μικρότερη από ότι αυτή των ***αγωγών(contactors)*** (όπως π.χ. είναι ο Χαλκός, ο Άργυρος ο Χρυσός κ.τ.λ.).

Σ' αυτά που ακολουθούν και αφορούν την πόλωση από ανάκλαση και διάθλαση στα διηλεκτρικά, θα χρησιμοποιήσουμε ξανά το μοντέλο των ταλαντούμενων ηλεκτρικών διπόλων με τα οποία παριστάνουμε τα μόρια του διηλεκτρικού. Με τη βοήθειά του θα προκύψουν συμπεράσματα (έστω ποιοτικά) γι' αυτά τα φαινόμενα. Ποσοτικά συμπεράσματα προέρχονται από τη χρησιμοποίηση των ***εξισώσεων Fresnel*** (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα, (ΘΕΜΑ 1)). Οι προαναφερόμενες εξισώσεις προκύπτουν από την εφαρμογή της Η/Μ θεωρίας για τις περιπτώσεις που τα κύματα ανακλώνται ή διαθλώνται μεταξύ των ενδοεπιφανειών διαφορετικών διηλεκτρικών.

Στη γενική περίπτωση όπου φυσικό φως προσπίπτει σε επιφάνεια διηλεκτρικού, η ανακλώμενη θα είναι μερικά γραμμικά πολωμένη. Το ίδιο θα συμβεί και για τη διαθλώμενη μέσα στο υλικό δέσμη. Με κατάλληλες συνθήκες είναι δυνατόν – όπως θα δούμε – η ανακλώμενη και η διαθλώμενη να καταστούν γραμμικά πολωμένες. Τα οπτικά στοιχεία που χρησιμοποιούσαν αυτές τις τεχνικές, αποτελούσαν τους γραμμικούς πολωτές μέχρις την ανακάλυψη των πολωτών Polaroid, οι οποίοι και τα αντικατέστησαν.

Θεωρούμε αρχικά ότι γραμμικά πολωμένο φως πέφτει με γωνία πρόσπτωσης θ πάνω σε επίπεδη επιφάνεια γυαλιού (Σχ. 5.8.1.1α). Θεωρούμε επίσης ότι το επίπεδο ταλάντωσης της έντασης του ηλεκτ. πεδίου **E** είναι κάθετο στο επίπεδο πρόσπτωσης. Τότε το ταλαντούμενο πεδίο θ' αναγκάζει τα εξωτερικά ηλεκτρόνια των ατόμων των μορίων που βρίσκονται στην επιφάνεια του γυαλιού να ταλαντεύονται

κάθετα προς το επίπεδο πρόσπτωσης. Θα εκπέμπεται επομένως ακτινοβολία σύμφωνα με το μοντέλο εκπομπής που μελετήσαμε στο ((Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (Σχ. 2.2.2.3) και (Σχ. 2.2.3.3)). Το μοντέλο έχει τη μορφή τοροειδούς (Σχ. 5.8.1.1β), του οποίου ο άξονας είναι κάθετος στο επίπεδο πρόσπτωσης. Βλέπουμε κατ' αρχήν ότι η εκπομπή των διπόλων είναι μηδενική κατά τη διεύθυνση ταλάντωσής τους δηλ. κάθετα προς το επίπεδο πρόσπτωσης. Πάνω όμως στο επίπεδο πρόσπτωσης και συγκεκριμένα στις διευθύνσεις της ανακλώμενης και της διαθλώμενης η τιμή του πεδίου είναι σημαντική. (Στο (Σχ.5.8.1.1β) φαίνεται η εκπομπή ενός μόνο διπόλου). Επίσης βλέπουμε ότι οι διαταραχές στις διευθύνσεις αυτές είναι γραμμικά πολωμένες.



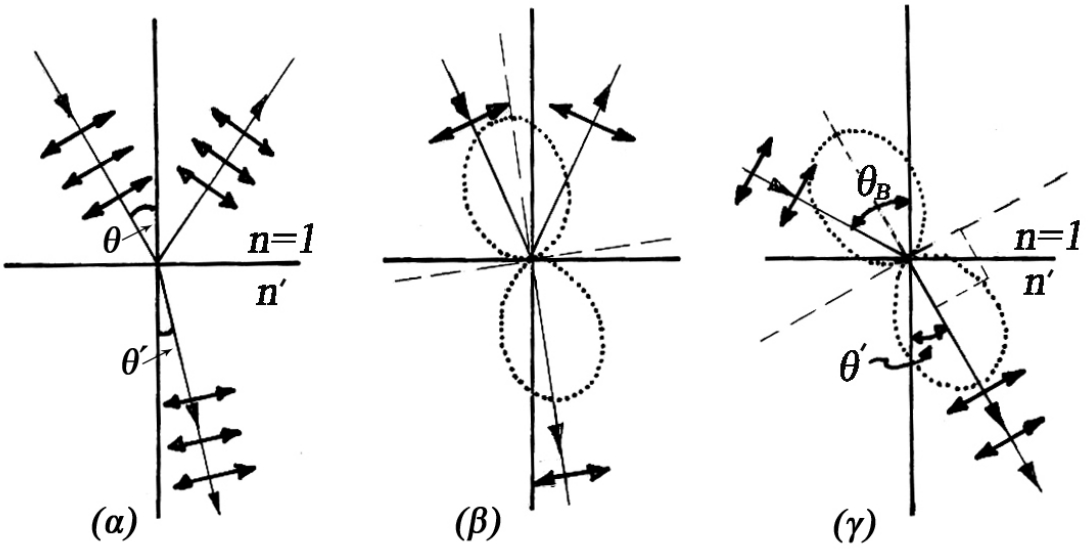
(Σχ. 5.8.1.1)

Εξετάζουμε κατόπιν την περίπτωση που η προσπίπτουσα δέσμη είναι γραμμικά πολωμένη παράλληλα με το επίπεδο πρόσπτωσης (Σχ. 5.8.1.2α). Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως προηγουμένως, τα εξωτερικά ηλεκτρόνια των μορίων οδηγούνται σε ταλάντωση από το ηλεκτρ. πεδίο **E** τη στιγμή ακριβώς που η δέσμη αρχίζει να διαθλάται. Στο (Σχ. 5.8.1.2β) βλέπουμε σε τομή (πάνω στο επίπεδο πρόσπτωσης), τους λοβούς του τοροειδούς της εκπεμπόμενης από το δίπολο ακτινοβολίας. Η ανακλώμενη στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει σαφώς μικρότερη ένταση από ότι η διαθλώμενη. Επίσης με τη βοήθεια του (Σχ. 2.2.2.3) διαπιστώνουμε ότι είναι γραμμικά πολωμένες παράλληλα με το επίπεδο πρόσπτωσης.

Νόμος του Brewster

Μια χαρακτηριστική διεύθυνση πρόσπτωσης – για την περίπτωση που εξετάσαμε προηγουμένως – είναι εκείνη όπου ανακλώμενη και διαθλώμενη σχηματίζουν γωνία 90^0. Τότε η διεύθυνση ταλάντωσης των διπόλων (Σχ. 5.8.1.2γ) συμπίπτει με αυτήν της ανακλώμενης. Το τελευταίο θα έχει σαν αποτέλεσμα, στη διεύ-

θυνση αυτή, η ένταση της ακτινοβολίας για την παράλληλα πολωμένη στο επίπεδο πρόσπτωσης ανακλώμενη δέσμη να είναι μηδενική. Δηλ. δεν υφίσταται ανακλώ-



(Σχ. 5.8.1.2)

μενη δέσμη. Τη γωνία πρόσπτωσης στην περίπτωση αυτή την ονομάζουμε ***γωνία Brewster*** και συμβολίζεται με θ_B. Η προηγούμενη διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί προκειμένου να πάρουμε γραμμικά πολωμένο φως από ανάκλαση φυσικού φωτός πάνω σ' επίπεδη επιφάνεια διηλεκτρικού.

Πράγματι αναλύουμε το φυσικό φως σε δύο συνιστώσες, κάθετη και παράλληλη προς το επίπεδο πρόσπτωσης. Φροντίζουμε επίσης η δέσμη του φυσικού φωτός ν' ανακλάται στην επιφάνεια του διηλεκτρικού με τη γωνία Brewster. Στην περίπτωσή μας σαν ανακλώμενη θα έχουμε μόνο αυτή που είναι γραμμικά πολωμένη κάθετα στο επίπεδο πρόσπτωσης επειδή η παράλληλη δεν υφίσταται. Τότε με τη βοήθεια του νόμου του Snell βρίσκουμε:

$$n \sin\theta_B = n' \sin\theta' \quad \text{και} \quad \theta_B + \theta' = 90^0$$

Οπότε επειδή $n = 1$: $\sin\theta_B = n' \sin(90^0 - \theta_B) = n' \cos\theta_B$

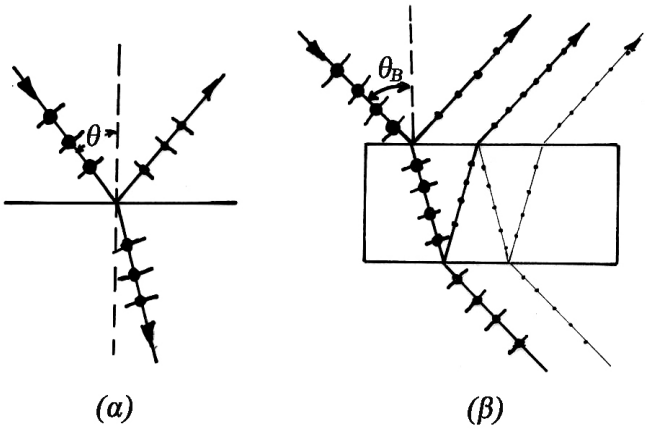
Άρα: $$n' = \tan\theta_B \qquad (5.8.1.1)$$

Η τελευταία σχέση αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του νόμου του Brewster και μας οδηγεί στον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης ενός διηλεκτρικού υλικού, εφόσον κατά κάποιο τρόπο προσδιορίσουμε τη γωνία θ_B. Αυτό γίνεται με σχετικά εύ-

κολο τρόπο, επειδή κατά την πρόσπτωση του φωτός με γωνία Brewster η ανακλώμενη είναι γραμμικά πολωμένη. Περιστρέφοντας λοιπόν έναν αναλυτή κάθε φορά κάθετα σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης της εκάστοτε ανακλώμενης, προσδιορίζουμε τη γωνία θ_B ακριβώς στη θέση που θα έχουμε κατάσβεση. Για το νερό και το κοινό γυαλί οι γωνίες Brewster βρίσκονται περίπου 53^0 και 56^0, οπότε οι δ.δ. αντίστοιχα (σχ. 5.8.1.1) θα είναι: $n' = 1.33$ και $n' = 1.5$. Στη γενικότερη περίπτωση που η γωνία πρόσπτωσης είναι διαφορετική από την θ_B, το ανακλώμενο φως θα είναι μερικά γραμμικά πολωμένο δηλ. θα συνυπάρχουν και οι δύο 'ασύμφωνες' (ασύζευκτες) μεταξύ τους συνιστώσες (κάθετη και παράλληλη), με προεξάρχουσα την κάθετη (όπου και η γραμμικά πολωμένη). Θα έχουμε δηλ. ένα μίγμα φυσικού φωτός και γραμμικά πολωμένου.

Πολωτής παραλλήλων πλακών

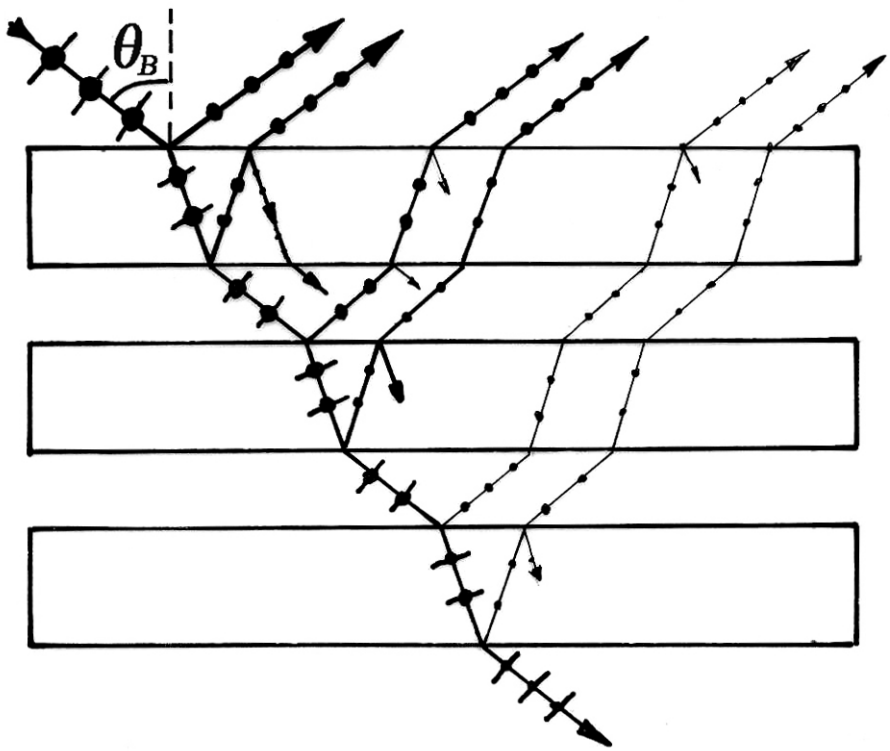
Για την κατάσταση πόλωσης της διαθλώμενης δέσμης διαπιστώνουμε (Σχ.5.8.1.1,2) ότι είναι μερικά γραμμικά πολωμένη για οποιαδήποτε γωνία πρόσπτωσης του φωτός. Μια ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι αυτή της πρόσπτωσης



(Σχ. 5.8.1.3)

μιας δέσμης φυσικού φωτός με τη γωνία Brewster (Σχ. 5.8.1.3β). Τότε κατά τα γνωστά η ανακλώμενη θα είναι γραμμικά πολωμένη κάθετα στο επίπεδο πρόσπτωσης. Το ποσοστό της έντασής της σε σχέση με την προσπίπτουσα είναι περίπου 10%. Σ' αυτό συνυπολογίζονται και οι αναδυόμενες διαταραχές από τις πολλαπλές εσωτερικές ανακλάσεις στην κάτω επιφάνεια της πλάκας, που είναι και αυτές γραμμικά πολωμένες κάθετα στο επίπεδο πρόσπτωσης. Βλέπουμε λοιπόν ότι το συγκεκριμένο ποσοστό από την ένταση αφαιρείται από την αρχική δέσμη, αφήνοντας τη διαθλώμενη μερικά γραμμικά πολωμένη. Αν τώρα αντί της μιας πλάκας του διηλεκτρικού

χρησιμοποιήσουμε δύο, το ποσοστό της διαθλώμενης από τη δεύτερη πλάκα (λόγω πάλι της ανάκλασης από αυτή ποσοστού γραμμικά πολωμένου φωτός) σε γραμμικά πολωμένο φως παράλληλο με το επίπεδο πρόσπτωσης θ' αυξηθεί. Σαν συνέπεια θα έχουμε αύξηση του βαθμού πόλωσης του μερικά γραμμικά πολωμένου φωτός (σχ. 5.2.4.4,5). Από πρακτική άποψη μια συστοιχία ορισμένου αριθμού παραλλήλων πλακών ίδιου ή διαφορετικού πάχους (Σχ. 5.8.1.4), θα οδηγούσε σταδιακά στην



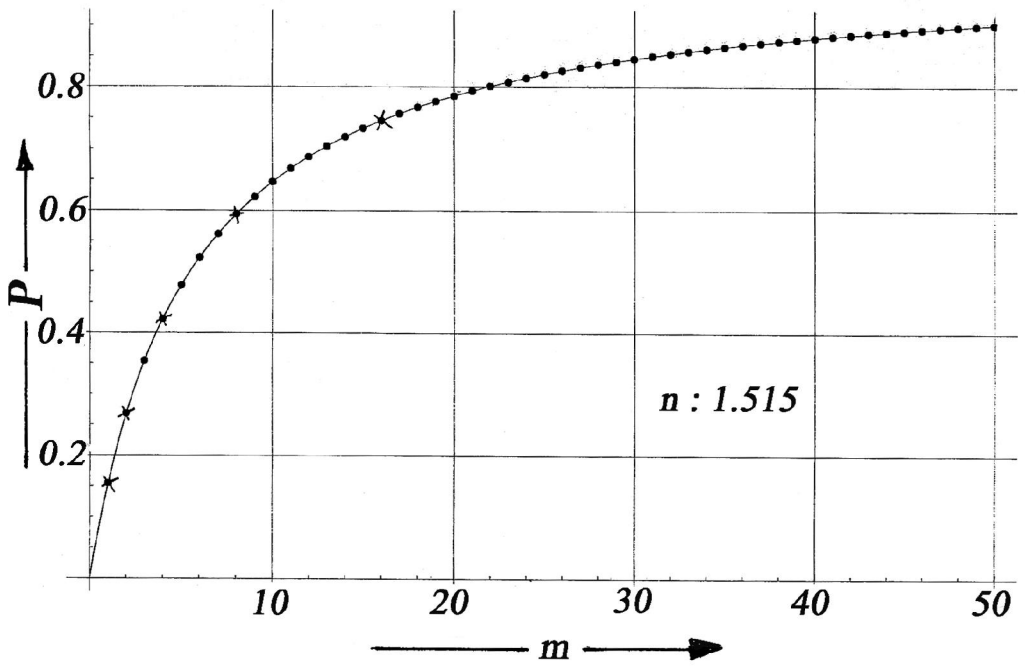
(Σχ.5.8.1.4)

εξάλειψη της κάθετης συνιστώσας της διαθλώμενης και στην ανάδειξη της γραμμικά πολωμένης συνιστώσας, της παράλληλης προς το επίπεδο πρόσπτωσης. Ο βαθμός πόλωσης της δέσμης για αριθμό πλακών $m = 16$ και δ.δ. $n = 1.515$ με βάση τον τύπο των Provostaye-Desains:

$$P = \frac{m}{m + \left(\frac{2n}{n^2 - 1} \right)^2} \qquad (5.8.1.2)$$

θα είναι $P \simeq 74.5\,\%$. Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου, τέτοιες συστοιχίες πλακών χρησιμοποιούνταν στο παρελθόν (πριν την ανακάλυψη των πολωτών Polaroid) σαν γραμμικοί πολωτές.

Οι πειραματικές τιμές για τον υπολογισμό της μερικής πόλωσης P, αποκλίνουν κατά ένα ποσοστό κάτω του 5% όπως αυτές υπολογίζονται από τη (σχ. 5.8.1.2) λόγω της απορρόφησης που εμφανίζουν οι πλάκες και η οποία δεν λαμβά-



(Σχ. 5.8.1.5)

νεται υπόψη κατά τη διαδικασία της θεωρητικής ανάδειξής της. Στο διάγραμμα του (Σχ. 5.8.1.5) δίνεται η γραφική παράσταση του P συναρτήσει του αριθμού των πλακών για $n = 1.515$. Βλέπουμε ότι για $m = 20$ το ποσοστό του γραμμικά πολωμένου φωτός της διαθλώμενης δέσμης έχει προσεγγίσει ήδη την τιμή του 80%.

Ανακλαστικότητα των διηλεκτρικών επιφανειών

Η ποσοτική περιγραφή των όσων έχουμε αναφέρει στην προηγούμενη παράγραφο για την πόλωση από ανάκλαση και διάθλαση, μας δίνεται από τις εξισώσεις του Fresnel (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (ΘΕΜΑ 1)). Οι εξισώσεις αυτές συνδέουν τα πλάτη της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου **E** για τις συνιστώσες τις παράλληλες και κάθετες στο επίπεδο πρόσπτωσης, με τις γωνίες πρόσπτωσης, ανάκλασης και διάθλασης καθώς και με τους δ.δ. των διηλεκτρικών, στη διαχωριστική επιφάνεια των οποίων γίνεται η ανάκλαση.

Το μέγεθος το οποίο μας ενδιαφέρει περισσότερο εδώ είναι η ***ανακλαστικότητα R (reflectance)*** των επιφανειών. Δίνεται από τη σχέση:

$$R = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)^2 = \frac{I_r}{I_i} \tag{5.8.1.3}$$

όπου E_{or}, E_{oi} τα πλάτη των διαταραχών του ηλεκτρικού πεδίου της ανακλώμενης και της προσπίπτουσας δέσμης και I_r, I_i οι αντίστοιχες εντάσεις των δεσμών που θεωρούμε ότι έχουν την ίδια διατομή. Διακρίνουμε ανακλαστικότητες για την παράλληλη R_π και την κάθετη R_σ συνιστώσα του πεδίου που δίνονται από τις σχέσεις:

$$R_\pi = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)_\pi^2 = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\pi \quad , \quad R_\sigma = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)_\sigma^2 = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\sigma \tag{5.8.1.4}$$

Αποδεικνύεται με τη βοήθεια των εξισώσεων Fresnell (βλ. Κεφ.2: Η/Μ Κύματα (ΘΕΜΑ 1) (σχ. 2.8.21,22)) ότι:

$$R_\pi = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \tag{5.8.1.5}$$

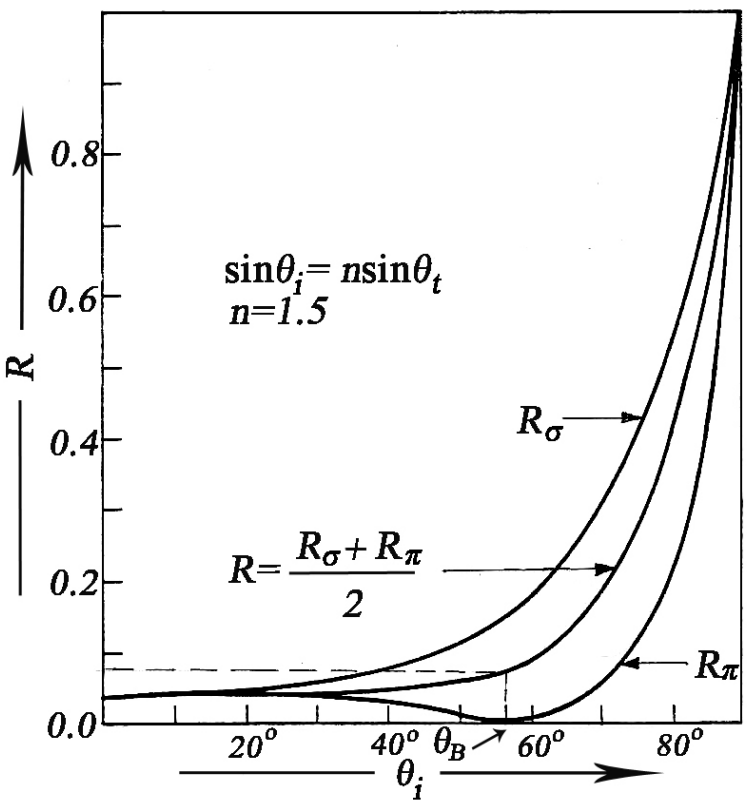
$$R_\sigma = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \tag{5.8.1.6}$$

όπου θ_i, θ_i οι γωνίες πρόσπτωσης και διάθλασης. Οι γραφικές παραστάσεις των R_π, R_σ συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης δίνονται στο (Σχ. 5.8.1.6). Γίνεται αμέσως φανερό ότι ενώ η R_σ (σχ. 5.8.1.6) δεν γίνεται ποτέ μηδέν, η R_π μηδενίζεται (σχ. 5.8.1.5) όταν $\theta_i + \theta_t = 90^0$. Και επειδή $R_\pi = (E_{or})^2{}_\pi / (E_{oi})^2{}_\pi$ σημαίνει ότι $(E_{or})_\pi = 0$, άρα δεν υφίσταται συνιστώσα ανακλώμενη παράλληλη με το επίπεδο πρόσπτωσης αλλά μόνο διαθλώμενη (νόμος του Brewster).

Για την περίπτωση της πρόσπτωσης πάνω στη διαχωριστική επιφάνεια των διηλεκτρικών φυσικού φωτός, οι εντάσεις των δύο συνιστωσών κατά τα γνωστά είναι ίσες δηλ. $(I_i)_\pi = (I_i)_\sigma = I_i/2$ όπου I_i η ένταση του προσπίπτοντος φωτός. Τότε για τις ανακλώμενες συνιστώσες θα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} (I_r)_\pi &= (I_r)_\pi \frac{I_i}{2(I_i)_\pi} = \frac{(I_r)_\pi}{(I_i)_\pi}\frac{I_i}{2} = R_\pi \frac{I_i}{2} \\ (I_r)_\sigma &= (I_r)_\sigma \frac{I_i}{2(I_i)_\sigma} = \frac{(I_r)_\sigma}{(I_i)_\sigma}\frac{I_i}{2} = R_\sigma \frac{I_i}{2} \end{aligned}\right\} \tag{5.8.1.7}$$

Η ανακλαστικότητα μιας επιφάνειας διηλεκτρικού για το φυσικό φως θα είναι το άθροισμα των ανακλαστικοτήτων για την παράλληλη και την κάθετη συνιστώσα.



(Σχ. 5.8.1.6)

Δηλ. $$R = \frac{(I_r)_\pi + (I_r)_\sigma}{I_i} = \frac{R_\pi + R_\sigma}{2} \qquad (5.8.1.8)$$

όπου R_π και R_σ θα δίνονται από τις (σχ. 5.8.1.5,6). Η γραφική παράσταση της R δίνεται στο (Σχ. 5.8.1.6). Από την καμπύλη αυτή βλέπουμε ότι για πρόσπτωση φυσικού φωτός με γωνία ίση με τη γωνία Brewster, το ποσοστό του ανακλώμενου φωτός είναι περίπου 7.5% για $n = 1.5$.

Όταν το φυσικό φως πέφτει σχεδόν κάθετα πάνω στην επιφάνεια του διηλεκτρικού, οι γωνίες θ_i και θ_t είναι πολύ μικρές. Τότε μπορούμε τις εφαπτόμενες να τις αντικαταστήσουμε με τα ημίτονα και οι (σχ. 5.8.1.5,6) για τις ανακλαστικότητες γίνονται:

$$R_\pi = R_\sigma = \left[\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}\right]^2 = \left[\frac{\sin\theta_i \cos\theta_t - \cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin\theta_i \cos\theta_t + \cos\theta_i \sin\theta_t}\right]^2 \qquad (5.8.1.9)$$

Αν διαιρέσουμε αριθμητή και παρονομαστή με $\sin^2\theta_t$ και αντικαταστήσουμε με τη βοήθεια του νόμου του Snell $n = \sin\theta_i / \sin\theta_t$ βρίσκουμε:

$$R_\pi = R_\sigma = \left[\frac{n\cos\theta_t - \cos\theta_i}{n\cos\theta_t + \cos\theta_i}\right]^2 \simeq \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \qquad (5.8.1.10)$$

επειδή $\theta_i \simeq \theta_t \simeq 0^0$. Η (σχ. 5.8.1.10) μας δίνει τελικά τις ανακλαστικότητες των διηλεκτρικών για κάθετη πρόσπτωση. Αν $n = 1.5$ τότε $R = 0.04$, δηλ. το 4% του αθροίσματος των δύο συνιστωσών (σχ. 5.8.1.8) του φυσικού φωτός ανακλάται. Σημαντική αύξηση της ανακλαστικότητας θα έχουμε όσο αυξάνει ο δ.δ. του διηλεκτρικού. Αν π.χ. $n \simeq 2.5$ (διαμάντι) τότε $R = 0.18$, δηλ. θα έχουμε ανάκλαση του σημαντικού ποσοστού του 18% του προσπίπτοντος φυσικού φωτός.

Από την ανάλυση αυτή προκύπτει ένα ενδιαφέρον συμπέρασμα με ιδιαίτερη πρακτική σημασία, όταν έχουμε ανάκλαση του φωτός από πολλές διαδοχικές επιφάνειες. Έστω π.χ. οι επιφάνειες είναι 10 τον αριθμό και ο δ.δ. τους $n = 1.5$. Τότε επειδή για κάθε μια από αυτές $R = 0.04$, από το προσπίπτον φως ένα ποσοστό 30% περίπου θ' ανακλαστεί. Αν ο αριθμός των επιφανειών γίνει μεγαλύτερος, το ποσοστό ανάκλασης αυξάνει κατά πολύ. Το γεγονός αυτό μπορούμε να το επιβεβαιώσουμε με τον εξής τρόπο: Κρατούμε ένα διαφανές τζάμι και βλέπουμε μέσα από αυτό. Το αποτέλεσμα θα είναι να παρατηρούμε τα αντικείμενα που υπάρχουν από πίσω του. Αν όμως ο αριθμός των τζαμιών που κρατάμε – σε επαφή έστω μεταξύ τους – αυξηθεί κατά πολύ, τότε τα αντικείμενα που παρατηρούσαμε πριν δια μέσω του ενός σχεδόν εξαφανίζονται. Το γεγονός οφείλεται στο ότι πλέον μεγάλο ποσοστό του φωτός που εκπέμπουν τα αντικείμενα, ανακλάται από τη συστοιχία, με αποτέλεσμα προς τα εμάς να διαδίδεται πολύ μικρότερη ποσότητα από ότι προηγουμένως.

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και για το φως που πέφτει (από πίσω μας) προς τη διεύθυνση που βλέπουμε και το οποίο βέβαια ανακλάται προς τα εμάς. Τότε το μεγάλο ποσοστό του ανακλωμένου φωτός κάνει τη συστοιχία των τζαμιών να συμπεριφέρεται σαν κατοπτρική επιφάνεια. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα να βλέπουμε από ανάκλαση πάρα πολύ καθαρά τα αντικείμενα που βρίσκονται πίσω μας. Τελικά μπορούμε να πούμε ότι η μεγάλη ανακλαστικότητα, επιδρά περιοριστικά στο ποσοστό του φωτός που πρέπει να διακινηθεί μέσα από ένα οπτικό σύστημα με πολλές επιφάνειες (π.χ. μέσω ενός φωτογραφικού φακού προκειμένου ν' απεικονισθεί ένα αντικείμενο). Το πρόβλημα σήμερα λύνεται με την επικάλυψη των επιφανειών των οπτικών στοιχείων με τα λεγόμενα ***αντιανακλαστικά υμένια (antireflection coatings)***, γεγονός που ελαχιστοποιεί τις ανακλάσεις και επιτρέπει τη διέλευση

μέσα από το οπτικό σύστημα του μεγαλύτερου ποσοστού της προσπίπτουσας σ' αυτό δέσμης (βλ. Ε.Σ.Σ.Φ. (§ 8.3.4))* .

5.8.2 *Διχρωϊσμός*

Η έννοια του ***διχρωϊσμού (dichroism)***, που αναφέρεται σε ανισότροπα υλικά – δηλ. μονοάξονες και διάξονες κρυστάλλους – αφορά τη χρωματική τους όψη όταν δια μέσου τους διαδίδεται φυσικό πολυχρωματικό φως. Πρόκειται για κρυστάλλους που εκτός του φαινόμενου της διπλής διάθλασης εμφανίζουν και απορρόφηση δηλ. το φαινόμενο του διασκεδασμού (βλ. Κεφ. 4: Διασκεδασμός του φωτός). Άμεσο αποτέλεσμα του γεγονότος αυτού είναι το εξής: Η μία από τις συνιστώσες του φυσικού φωτός μπορεί ν' απορροφηθεί τελείως ενώ η άλλη να τον διαπεράσει και να υποστεί μόνο μερική απορρόφηση. Δεδομένου ότι η τελευταία – όπως αποδεικνύεται – εξαρτάται από την εκάστοτε συχνότητα ω των συνιστωσών ακτινοβολιών, στην έξοδο του κρυστάλλου το φως θα είναι γραμμικά πολωμένο όχι όμως της ίδιας χρωματικής σύνθεσης με το προσπίπτον.

Μια ομάδα ορυκτών κρυστάλλων (όχι όμως η μοναδική) που παρουσιάζει τις παραπάνω ιδιότητες είναι αυτή των ***τουρμαλινών (tourmalines)***. Πρόκειται για μια από τις πλέον περίπλοκες ομάδες πυριτικών ορυκτών με γενικό χημικό τύπο: $\mathrm{Na}(\mathrm{Al,Fe,Li,Mg,Mn})\mathrm{M_3Al}(\mathrm{Si_6O_{18}})(\mathrm{BO_3})_3(\mathrm{OH,F})_4$. Κρυσταλλώνεται στο τριγωνικό σύστημα στην τάξη $(3\mathrm{m})$ και η εξωτερική τους εμφάνιση είναι αυτή ενός κολωνοειδούς πρίσματος τριγωνικής διατομής. Κατά μήκος των πλευρών τους υπάρχουν χαρακτηριστικές αυλακώσεις όπως διακρίνουμε στο (Εικ. 5.8.2.1). Η μορφή της απόληξης στα άκρα των ολοεδρικών κρυστάλλων (δηλ. αυτών που έχουν αναπτυγμένες πλήρως όλες τις έδρες τους) είναι ασύμμετρη, ιδιότητα που ονομάζεται ***ημιμορφισμός (hemimorphism)***. Τέτοιοι κρύσταλλοι είναι πιεζοηλεκτρικοί και πυροηλεκτρικοί.

Σημείωση

Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (direct piezoelectric effect) είναι αυτό της εμφάνισης ηλεκτρικής πόλωσης $\mathbf{P}$, όταν κατά μια διεύθυνση ενός κρυστάλλου εφαρμοστεί μηχανική τάση σ (βλ. Π.Φ.Κ.Υ (ΠΑΡ/ΜΑ 4-Ζ)). Σε βαθμωτή μορφή η σχέση που συνδέει τα $\mathbf{P}$ και σ είναι:

---

* Ε.Δ. Βανίδη: 'Επαλληλία Συμφωνία και Συμβολή του Φωτός' . Θεσσαλονίκη 2006. Μπορούμε να το βρούμε στο διαδίκτυο σε μορφή PDF: users.auth.gr/vanidhis/books (Συγγραφικό έργο). Στο βιβλίο γίνονται στα επόμενα ορισμένες διευκρινιστικές αναφορές. Με τη συντομογραφία: (Ε.Σ.Σ.Φ….). Π.χ. (Ε.Σ.Σ.Φ (§ 8.3.4)).

$$P = d\sigma$$

όπου d το ***πιεζοηλεκτρικό μέτρο (piezoelectric modulus)***. $[P]:[\mathrm{C/m^2}]$, $[\sigma]:[\mathrm{Nt/m^2}]$, $[d]:[\mathrm{C/Nt}]$.

Πυροηλεκτρικό φαινόμενο (Pyroelectric effect) είναι αυτό της εμφάνισης ηλεκτρικής πόλωσης **P** κατά μια διεύθυνση σ' ένα κρύσταλλο, όταν αυτός θερμανθεί ομογενώς μεταβάλλοντας τη θερμοκρασία του κατά ΔT. Η βαθμωτή μορφή αυτής της σχέσης είναι:

$$\Delta P = p\Delta T$$

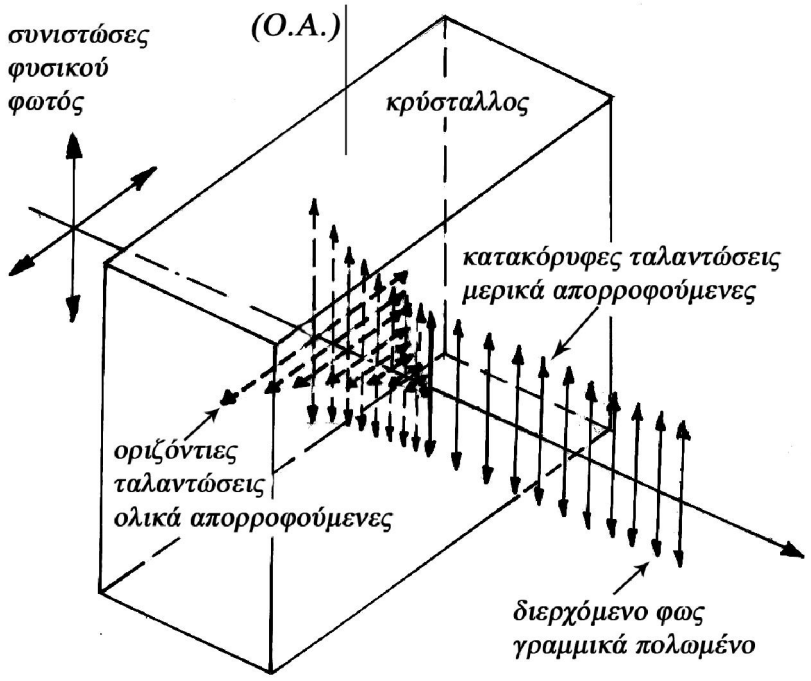
όπου p ο ***πυροηλεκτρικός συντελεστής (pyroelectric coefficient)***. $[\Delta P]:[\mathrm{C/m^2}]$, $[\Delta T]:[{}^{o}\mathrm{K}]$ και $[p]:[\mathrm{C/m^2}\cdot{}^{o}\mathrm{K}]$. Πράγματι αν ένας κρύσταλλος Τουρμαλίνη θερμανθεί (πλησιάζοντάς τον π.χ. σε μια πηγή φωτός) πολώνεται ηλεκτρικά. Δηλ. στα άκρα του εμφανίζονται θετικά και αρνητικά φορτία. Τότε από τις περιοχές αυτές έλκονται έντονα μικροσωματίδια και σκόνη.

(Εικ. 5.8.2.1)

Οι Τουρμαλίνες ανάλογα με τη σύνθεσή τους παρουσιάζονται με διαφορετική απόχρωση αλλά συναντιούνται ακόμη και διαφανείς. Μπορεί να εμφανίζονται

εξωτερικά με δύο (Εικ. 5.8.2.1) ή και περισσότερα χρώματα ανάλογα με τις μεταβολές της χημικής κινητικής κατά τη διάρκεια της ανάπτυξής τους. Οι περισσότεροι από αυτούς χρησιμοποιούνται ακόμη και σήμερα σαν ημιπολύτιμοι λίθοι. Από τους γνωστότερους είναι ο ονομαζόμενος ***Schorl*** με τον παρακάτω αναγραφόμενο χημικό τύπο: $NaFe^{2+}Al_6\left(Si_6O_{18}\right)\left(BO_3\right)_3\left(OH\right)_4$.

Θεωρούμε τώρα (Σχ. 5.8.2.2), ότι από ένα κρύσταλλο Τουρμαλίνη αποκόπτουμε ένα πλακίδιο με παράλληλες έδρες πάχους αρκετών χιλιοστών. Ο οπτικός του άξονας (τρίτης τάξης) είναι παράλληλος στις δύο του έδρες. Κάθετα στη μία



(Σχ. 5.8.2.2)

από αυτές έστω ότι προσπίπτει φυσικό μονοχρωματικό φως. Επειδή κατ' αρχή ο κρύσταλλος είναι διπλοθλαστικός (μονοάξονας εφόσον ανήκει στο τριγωνικό σύστημα), το φως στο εσωτερικό του θ' αναλυθεί σε δύο μέτωπα κύματος τα οποία λόγω του τρόπου κοπής του θα διαδίδονται στην ίδια διεύθυνση με αυτήν της πρόσπτωσης και θα είναι γραμμικά πολωμένα και ορθογώνια μεταξύ τους δηλ. τα ηλεκτρικά τους πεδία θα είναι κάθετα μεταξύ τους. Οι Τουρμαλίνες όμως – όπως ήδη έχουμε αναφέρει – εκτός του ότι είναι διπλοθλαστικοί εμφανίζουν και έντονα φαινόμενα απορρόφησης. Η απορρόφηση οφείλεται στο ότι υφίσταται αξιοσημείωτη αγωγιμότητα στις διάφορες κατευθύνσεις στο εσωτερικό αυτών των κρυστάλλων. Το τελευταίο σημαίνει ότι κατά τη διάδοση του φωτός δημιουργούνται ρεύματα, οπότε η ενέργεια των Η/Μ κυμάτων μετατρέπεται μερικώς ή εξ' ολοκλήρου σε θερ-

μότητα Joule (φαινόμενα απορρόφησης). Η απορρόφηση μεταβάλλεται κατά διεύθυνση στο εσωτερικό του κρυστάλλου και εξαρτάται από τη συχνότητα ω των συνιστωσών του προσπίπτοντος μετ. κύματος.

Αν λοιπόν φωτίσουμε (Σχ. 5.8.2.2) το πλακίδιο του Τουρμαλίνη με φυσικό λευκό φως, τότε σε γενικές γραμμές συμβαίνει το εξής: Οι συνιστώσες των διαφόρων συχνοτήτων των ηλεκτρικών πεδίων που είναι κάθετες στον οπτικό άξονα του κρυστάλλου και εφόσον το πάχος του είναι επαρκές, απορροφούνται ολοκληρωτικά. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και με τις αντίστοιχες συνιστώσες που τα ηλεκτρ. τους πεδία είναι παράλληλα με τον οπτικό του άξονα. Οι τελευταίες διαδίδονται ανεμπόδιστα στο εσωτερικό του παρουσιάζοντας μόνο μικρή απορρόφηση. Στο γεγονός αυτό οφείλεται και η απόχρωση που παρουσιάζει ο κάθε κρύσταλλος Τουρμαλίνη. Πράγματι αν από την παράλληλη συνιστώσα του λευκού φωτός στο εσωτερικό του κρυστάλλου απορροφηθεί μερικά (συχνοτικά εξαρτώμενο) τμήμα του φάσματος, τότε στην έξοδό του θα δούμε το συμπληρωματικό του λευκού φωτός δηλ. την απόχρωση που παρουσιάζει ο συγκεκριμένος κρύσταλλος. Διάδοση του λευκού φωτός σε διαφορετικές διευθύνσεις στο εσωτερικό του όπως π.χ. κατά μήκος του οπτικού του άξονα θα παρουσιάζει διαφορετική απορρόφηση ποσοτικά και συχνοτικά με συνέπεια ο κρύσταλλος να εμφανίζει διαφορετική απόχρωση. Από το γεγονός αυτό προέρχεται και ο όρος διχρωϊσμός. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι κρυσταλλικά υλικά που διαθέτουν δύο οπτικούς άξονες (διάξονες κρύσταλλοι) παρουσιάζουν φαινόμενα ***πλεοχρωϊσμού (pleochroism)***. Δηλ. φωτιζόμενοι με γραμμικά πολωμένο λευκό φως κάθετα ή παράλληλα με τους οπτικούς τους άξονες εμφανίζουν επιπλέον των δύο αποχρώσεων.

Με βάση τα προαναφερόμενα, πλακίδια από Τουρμαλίνη θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σαν γραμμικοί πολωτές, στην πράξη όμως δεν συμβαίνει αυτό για δύο λόγους: α) Οι φυσικοί κρύσταλλοι είναι πολύ μικροί σε μέγεθος και β) Δεν είναι παγχρωματικοί δηλ. απορροφούν (ποσοτικά και συχνοτικά) τμήμα του φάσματος του λευκού φωτός σε αντιδιαστολή π.χ. με τους πολωτές Polaroid που είναι σχεδόν ουδέτεροι.

Ένας άλλος διχρωϊκός κρύσταλλος στον οποίο θ' αναφερθούμε στην (§ 5.10) και που σχετιζεται με την ανάδειξη φαινόμενων που αφορούν την πόλωση του φωτός είναι ο Βιβιανίτης (Vivianite). Μπορούμε να τον συναντήσουμε σαν ορυκτό σε κρυσταλλική μορφή. Ο χημικός του τύπος είναι: $Fe_3^{2+}\left(PO_4\right)_2 \cdot 8H_2O$. Ανήκει στο μονοκλινές σύστημα, στην ομάδα συμμετρίας σημείου $(2/m)$ (ένα επίπεδο συμμετρίας και κάθετα σ' αυτό ένας άξονας δεύτερης τάξης). Άρα είναι διάξονας κρύσταλλος και επομένως πλεοχρωικός. Εμφανίζει τέλειο σχισμό κατά το επίπεδο $\{010\}$. Στην (Εικ. 5.8.2.3) μπορούμε να δούμε ένα ευμεγέθη κρύσταλλο Βιβιανίτη κυπαρισσί χρώματος (με βάση τον τρόπο που φωτίζεται), στον οποίο είναι εμφανή τα

επίπεδα σχισμού. Επομένως πλακίδιά του μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν γραμμικοί πολωτές έστω και ατελείς.

(Εικ. 5.8.2.3)

Στο παρελθόν οι κρύσταλλοι αυτοί χρησιμοποιήθηκαν από τους Βίκινγκς όπως και οι κρύσταλλοι του Κορδιερίτη, για τον προσανατολισμό στα θαλάσσια ταξίδια τους τις νεφοσκεπείς ημέρες. Σήμερα χρησιμοποιούνται σαν ημιπολύτιμοι λίθοι.

5.8.3 *Σκέδαση του φωτός και συναφή φαινόμενα. Πόλωση του φωτός από σκέδαση.*

Σκέδαση(scattering) γενικά ονομάζουμε εκείνο το φυσικό φαινόμενο κατά το οποίο κάποιες μορφές ακτινοβολίας (όπως π.χ. το φως) ή κινούμενα σωματίδια αναγκάζονται να εκτραπούν από την ευθύγραμμη πορεία τους στο μέσο που διαδίδονται και το οποίο περιλαμβάνει μία ή και περισσότερες 'ιδιομορφίες' τις οποίες ονομάζουμε κέντρα ***σκέδασης (scattering centers)***. Τέτοια θα μπορούσαν να είναι: Διάφορα σωματίδια, φυσαλίδες, σταγονίδια, ανωμαλίες δομής στα διάφορα κρυσταλλικά στερεά ή υγρά, επιφανειακές ανωμαλίες ή ακόμα και τα ίδια τα άτομα ή τα μόρια. Μας ενδιαφέρει εδώ αποκλειστικά η σκέδαση των ακτινοβολιών και ιδιαίτερα αυτών της ορατής περιοχής του Η/Μ φάσματος.

Μπορούμε να διαχωρίσουμε τυπικά το φαινόμενο της σκέδασης σε δύο κατηγορίες: την ***ανελαστική σκέδαση(ή σκέδαση συντονισμού) (inelastic scattering)*** και την ***ελαστική σκέδαση (elastic scattering)*** (βλ. § 5.6). Στην κατηγορία της ανελαστικής σκέδασης των Η/Μ ακτινοβολιών περιλαμβάνονται τα γνωστά είδη με τις ονομασίες: σκέδαση Brillouin, Raman και Compton. Στη δεύτερη κατηγορία της ελαστικής σκέδασης, αυτές των Rayleigh και Mie.

Η σκέδαση όπως και η απορρόφηση είναι οι δύο κατ' εξοχήν φυσικές διεργασίες στις οποίες οφείλεται η εξωτερική εμφάνιση των περισσοτέρων αντικειμένων. Π.χ. μια σκεδάζουσα επιφάνεια (diffuser) που φαίνεται λευκή, οφείλει το χρώμα της στη σκέδαση του προσπίπτοντος λευκού φωτός από τους μικροσκοπικούς σκεδαστές από τους οποίους συνίστανται οι ανωμαλίες της επιφάνειάς της. Αν η επιφάνεια είναι ***οπτικά επίπεδη (optical flat)*** τότε η απουσία μικροσκοπικών σκεδαστών μας δίνει την εντύπωση της ***κατοπτρικής ανάκλασης (specular reflection)*** ή μιας γλασέ επιφάνειας. Το ίδιο το φαινόμενο της σκέδασης είναι δυνατόν να προσδώσει χρώμα σ' ορισμένα αντικείμενα όπως: Στον ουρανό, σε περιοχές με αιωρούμενα σωματίδια, στα φτερά ορισμένων πουλιών ή εντόμων κ.λ.π. Οι ζωηροί όμως χρωματισμοί των διαφόρων αντικειμένων οφείλονται ως επί το πλείστον στη σκέδαση συντονισμού (απορρόφηση) του φωτός από τα νανοσωματίδια των επιφανειών των αντικειμένων. Τα τελευταία απορροφούν περιοχές του Η/Μ φάσματος και το τελικά επανεκπεμπόμενο είναι το συμπληρωματικό του προσπίπτοντος. Αν π.χ. ένα αντικείμενο απορροφήσει την μπλε περιοχή του προσπίπτοντος σ' αυτό λευκού φωτός, τότε θα φαίνεται κίτρινο δηλ. η απόχρωσή του θα καθορίζεται από τη μίξη της πράσινης και της κόκκινης περιοχής του φάσματος (βλ. Π.Α.Α.Φ. (§ 4.2) και (ΠΑΡ/ΜΑ 4))♣.

Στα επόμενα θ' ασχοληθούμε αποκλειστικά – αλλά στοιχειωδώς – με την ελαστική σκέδαση των Η/Μ ακτινοβολιών του ορατού φάσματος. Μερική μνεία θα γίνει για τις θεωρίες των Rayleigh και Mie οι οποίες αφορούν την ελαστική σκέδαση από σφαιρικά συνήθως σωματίδια ορισμένου δ.δ. και διαστάσεων (καθώς και από άτομα και μόρια). Περισσότερο μας ενδιαφέρει η θεωρία του Rayleigh επειδή αναφέρεται στη σκέδαση από σωματίδια των οποίων οι διαστάσεις είναι πολύ μικρές σε σχέση με το μ.κ. της προσπίπτουσας σ' αυτά ακτινοβολίας όπως είναι π.χ. τα μόρια της ατμόσφαιρας. Πράγματι οι διαστάσεις των μορίων του οξυγόνου ή του αζώτου είναι της τάξης των 3Å ενώ το μέσο μ.κ. των ορατών ακτινοβολιών είναι περίπου 5500 Å. Οι θεωρίες βέβαια των Rayleigh και Mie είναι αρκετά περίπλο-

♣ Ε.Δ. Βανίδη: 'Παραγωγή Ανάλυση και Ανίχνευση του Φωτός' . Θεσσαλονίκη 2006. Μπορούμε να το βρούμε στο διαδίκτυο σε μορφή PDF: users.auth.gr/vanidhis/books (Συγγραφικό έργο). Στο βιβλίο γίνονται στα επόμενα ορισμένες διευκρινιστικές αναφορές. Με τη συντομογραφία: (Π.Α.Α.Φ.…). Π.χ. (Π.Α.Α.Φ (§ 4.2)).

κες στην ανάπτυξή τους*, για το λόγο αυτό θ' αναφερθούμε μόνο σε ορισμένα συμπεράσματά τους. Αντικειμενικός μας σκοπός είναι η ερμηνεία της πόλωσης του φωτός από σκέδαση στα μόρια της ατμόσφαιρας, όπως και η εξήγηση των χρωμάτων του ουρανού ανάλογα με τη θέση του ηλίου. Γνωρίζουμε όμως (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.2.2)) ότι τα μόρια μπορούν να προσομοιωθούν με ηλεκτρικά δίπολα. Τα τελευταία κάτω από την επίδραση της Η/Μ ακτινοβολίας μπορούν να ταλαντωθούν και να επανεκπέμψουν την ακτινοβολία χωρίς ουσιαστικά απορρόφηση ή αλλαγή στη συχνότητά της. Επίσης γνωρίζουμε το μοντέλο εκπομπής της ακτινοβολίας του διπόλου (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§2.2.3)) για την περιοχή της ζώνης ακτινοβολίας. Δηλ. γνωρίζουμε την ένταση $E_0\left(r=\text{σταθ.},\theta,\phi=\text{σταθ.}\right)$ του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση $r=\text{σταθ.}$, $\phi=\text{σταθ.}$ (όπου ϕ η αζιμουθιακή γωνία) και για διάφορες τιμές της μεσημβρινής γωνίας θ ως προς τον άξονα ταλάντωσης του διπόλου. Άρα γνωρίζουμε και το πρότυπο εκπομπής της ακτινοβολούμενης έντασης $I\left(r=\text{σταθ.},\theta,\phi=\text{σταθ.}\right)$. Η τελευταία όπως θ' αποδείξουμε είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης της ω ή ανάλογη του $1/\lambda^4$ όπου λ το μ.κ. της προσπίπτουσας στο δίπολο ακτινοβολίας. Το γεγονός αυτό θ' αποτελέσει και τη βάση ερμηνείας των χρωμάτων του ουρανού. Τέλος με τη βοήθεια του προτύπου της έντασης του πεδίου εκπομπής του διπόλου, θα εξηγήσουμε και την κατάσταση πόλωσης του σκεδανύμενου φωτός που προέρχεται από διαφορετικά σημεία του ουρανού.

Σκέδαση Rayleigh. Σκέδαση Mie. Τα χρώματα του ουρανού

α) Σκέδαση Rayleigh

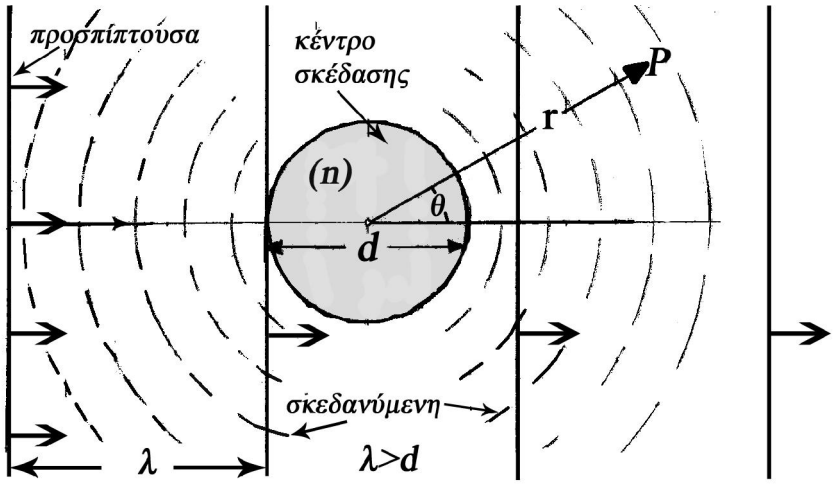
Η διαδικασία αυτή αφορά την ελαστική σκέδαση δηλ. απορρόφηση και επανεκπομπή της Η/Μ ακτινοβολίας (εδώ ενός επιπέδου μετ. κύματος) στην ορατή περιοχή του φάσματος από μικρά σφαιρικά εν γένει σωματίδια ορισμένης διαμέτρου και δείκτη διάθλασης. Σαν τέτοια σωματίδια μπορούμε να θεωρήσουμε τα σταγονίδια, τα εγκλείσματα αέρα στο νερό (φυσαλίδες) ή και ακόμα διαταραχές στην πυκνότητα ενός υλικού, συνήθως αερίου. Επίσης μπορεί να προκληθεί σκέδαση αυτού του είδους σε διαφανή στερεά και υγρά λόγω ανωμαλιών στη δομή τους.

Πρώτη φορά που προτάθηκε μοντέλο σκέδασης από τέτοιου είδους σωματίδια ήταν από τον Lord Rayleigh. Για να εφαρμοστεί η θεωρία του Rayleigh τα σφαιρικά σωματίδια θα πρέπει να έχουν διάμετρο πολύ μικρότερη από το μ.κ. λ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας με πάνω όριο το λόγο $d/\lambda \simeq 10$. Για τις περιπτώ-

* H. C. van de Hulst: “Light Scattering by Small Particles” Dover Pub, Inc. N.Y (1981)

σεις αυτές το ακριβές σχήμα των κέντρων σκέδασης δεν είναι σημαντικό και μπορούμε να τα διαπραγματευτούμε σαν σφαίρες με ισοδύναμο όγκο.

Ας θεωρήσουμε ότι ένα επίπεδο μέτωπο κύματος μ.κ. λ και έντασης I_0 προσπίπτει (Σχ. 5.8.3.1) σε ένα κέντρο σκέδασης διαμέτρου d και δ.δ. n. Τότε η ένταση $I(r,\theta)$ του σκεδανύμενου φωτός σε απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας και σε γωνία θ από τη διεύθυνση διάδοσης της προσπίπτουσας (για $\phi =$ σταθ. στο επίπεδο του σχήματος) θα δίνεται από τη σχέση:

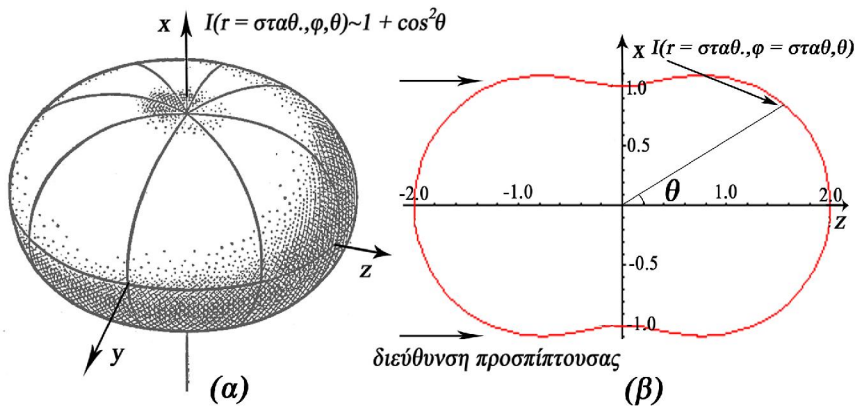


(Σχ. 5.8.3.1)

$$I(r,\theta) = I_0 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 \left(\frac{d}{2}\right)^6 \left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\right)^2 \frac{\left(1+\cos^2\theta\right)}{2r^2} \qquad (5.8.3.1)$$

Το πολικό διάγραμμα (Σχ. 5.8.3.2α), της συνάρτησης $1+\cos^2\theta$ για $r = \sigma\tau\alpha\theta.$, $-\pi/2/\leq \theta \leq \pi/2$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$ μας δείχνει την κατανομή της έντασης του σκεδανύμενου φωτός στο χώρο και στο (Σχ. 5.8.3.2β) φαίνεται μια τομή της στο επίπεδο που περιλαμβάνει τη διεύθυνση διάδοσης του προσπίπτοντος μετώπου κύματος και της διεύθυνσης ταλάντωσης της σκεδανύμενης ακτινοβολίας. Η συμμετρία του διαγράμματος αποδεικνύει ότι το σωματίδιο σκεδάζει το φως ισοδύναμα προς τα μπρος και προς τα πίσω. Ο τύπος που μας δίνει την $I(r,\theta)$ είναι ακριβής για την περίπτωση που το προσπίπτον φως είναι φυσικό και ασύμφωνο. Επίσης $d/\lambda \ll$ και το σωματίδιο θεωρείται ότι συντίθεται από υλικό ισότροπο. Ένα σπουδαίο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι η ένταση της σκεδανύμενης ακτινοβολίας είναι αντιστρόφως ανάλογη της τέταρτης δύναμης του λ. Αυτό σημαίνει ότι ακτινοβολίες με μικρά μ.κ. σκεδάζονται πολύ πιο ισχυρά. Πρέπει τέλος να γνωρί-

ζουμε ότι η θεωρία της σκέδασης Rayleigh αποτελεί προσέγγιση μιας γενικότερης, που ονομάζεται σκέδαση Mie και στην οποία στοιχειωδώς θ' αναφερθούμε στα επόμενα.



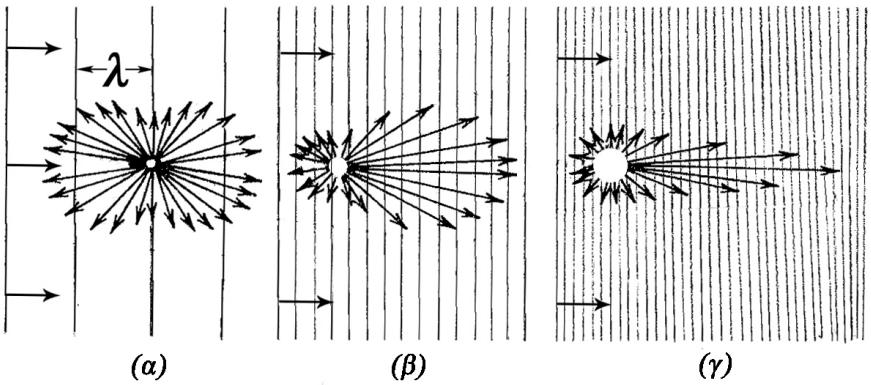
(Σχ. 5.8.3.2)

β) Σκέδαση Mie

Ο Gustav Mie (1908), ήταν ο πρώτος που επέλυσε με αναλυτικό τρόπο τις εξισώσεις του Maxwell για τη σκέδαση προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος σε σφαιρικής μορφής διηλεκτρικό σωματίδιο. Δηλ. υπολόγισε τα πλάτη και την κατάσταση πόλωσης των συνιστωσών του ηλεκτρ. πεδίου σε ένα σημείο εντός ή εκτός του διηλεκτρικού σωματιδίου μετά την πρόσπτωση σ' αυτό του επιπέδου μετώπου κύματος. Επρόκειτο δηλ. για την επίλυση των δ.ε. του Maxwell παρουσία οριακών συνθηκών. Σε αντίθεση με τη θεωρία του Rayleigh στις λύσεις του Mie συμπεριλαμβάνονται σωματίδια με οποιοδήποτε λόγο d/λ.

Για τις περιπτώσεις αυτές αποδεικνύεται ότι καθώς το μέγεθος των σωματιδίων αυξάνεται η εξάρτιση της ικανότητας σκέδασης από το μ.κ. της προσπίπτουσας ακτινοβολίας συνεχώς ελαττώνεται. Για σωματίδια που είναι του μεγέθους ή και μεγαλύτερα του προαναφερόμενου μ.κ., το φαινόμενο πλέον μπορεί να μελετηθεί από τη θεωρία της περίθλασης παρά της σκέδασης. Όταν βέβαια τα σωματίδια είναι πολύ μεγαλύτερα του μ.κ. της προσπίπτουσας, οι διαδικασίες της διάδοσης περιγράφονται από τις θεωρίες της ανάκλασης και της διάθλασης. Τότε θα υφίσταται πολύ μικρή διαφορά στην εξάρτηση της ανακλαστικότητας και της διαθλαστικότητας από τα μικρά ή τα μεγάλα μ.κ. με συνέπεια το 'σκεδανύμενο' π.χ. λευκό φως από τα σωματίδια να φαίνεται πάλι λευκό δηλ. της ίδιας χρωματικότητας με το προσπίπτον.

Στα (Σχ. 5.8.3.3) μπορούμε να δούμε ποιοτικά τα πολικά διαγράμματα του σκεδανύμενου φωτός: (α) Για σωματίδια Rayleigh (το μοντέλο εκπομπής των οποίων περιγράφεται από τη (σχ. 5.8.3.1). Εδώ το σωματίδιο σκεδανύει το φως σχεδόν προς οποιαδήποτε διεύθυνση με την ίδια ισχύ προς τα μπρος και πίσω. Αλλά με μικρότερη τιμή έντασης κατά τη διεύθυνση της ταλάντωσης (κάθετη σ' αυτήν της προσπίπτουσας ακτινοβολίας). (β) Σωματίδια που το μέγεθός τους είναι περίπου ίσο ή λίγο μεγαλύτερο από το μ.κ. της προσπίπτουσας, σκεδανύουν το φως κατά προτίμηση σε κατευθύνσεις που σχηματίζουν μικρές γωνίες με τη διεύθυνσή της. (γ) Τα σωματίδια που το μέγεθός τους είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με το μ.κ. της προσπίπτουσας, σκεδανύουν το φως προς τα εμπρός, αλλά πολύ ελάχιστα αντίθετα σε σχέση με τη διεύθυνση διάδοσης της τελευταίας. Οπότε ουσιαστικά δεν έχουμε αλλαγή της διεύθυνσης της προσπίπτουσας.



(Σχ. 5.8.3.3)

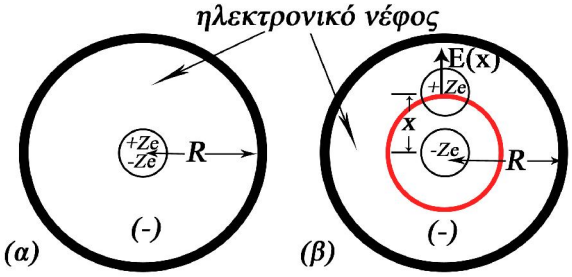
Ένα κλασσικό παράδειγμα της σκέδασης του λευκού φωτός από σωματίδια με διαφορετικό μέγεθος είναι αυτό του καπνού που προέρχεται από ένα αναμμένο τσιγάρο. Το λευκό φως μπορεί να προέρχεται από μια λάμπα φθορισμού στο εσωτερικό ενός δωματίου ή να είναι το ηλιακό. Παρατηρούμε ότι ο καπνός που προέρχεται από την άκρη του τσιγάρου έχει τιρκουάζ απόχρωση. Πράγματι τα σωματίδια της αιθάλης από τα οποία κατά βάση συντίθεται ο καπνός είναι της τάξης του δέκατου ή του εκατοστού του μικρού (μm) ενώ το μέσο μ.κ. του λευκού φωτός έχει $\lambda = 0.5\,\mu\text{m}$. Επομένως ισχύουν οι συνθήκες σκέδασης Rayleigh. Έτσι για οποιαδήποτε διεύθυνση πρόσπτωσης σ' αυτά του λευκού φωτός (αν εξαιρέσουμε τη διεύθυνση πηγή-σωματίδια- παρατηρητής), η προεξάρχουσα σκεδανύμενη ακτινοβολία προς το μάτι μας θα είναι στην ιώδη-μπλε περιοχή του ορατού φάσματος. Εξ ου και η τιρκουάζ απόχρωση του καπνού η αναδυομένη από την άκρη του τσιγάρου. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο για τον καπνό που βγαίνει από το στόμα του καπνιστή. Στην περίπτωση αυτή τα σωματίδια της αιθάλης μετά την προσρόφησή τους και τη δίοδό

τους στους πνεύμονές του, συλλέγουν σωματίδια νερού με συνέπεια το μέγεθός τους ν' αυξηθεί σημαντικά. Η σκέδαση τώρα ερμηνεύεται από τη θεωρία του Mie. Δηλ. το σκεδανύμενο προς τα εμάς φως δεν παρουσιάζει πλέον αισθητή εξάρτηση από το μ.κ. Επομένως η απόχρωση αυτού του καπνού είναι λευκή.

Σημαντικά φαινόμενα που ερμηνεύονται με τη βοήθεια της θεωρίας του Mie έχουμε από τους χώρους της Χημείας , της Αστρονομίας και της Μετεωρολογίας. Φαινόμενα που σχετίζονται με την ομίχλη, τα σύννεφα τη βροχή και τα αερολύματα καθώς και τη διάδοση των ακτινοβολιών radar διαμέσου τους, ακόμα και η εμφάνιση (όψη) κοινών υλικών όπως το γάλα και η ζάχαρη, αποτελούν πεδίο εφαρμογής της προαναφερόμενης θεωρίας. Επί πλέον στοιχεία της, σε συνδυασμό με τη θεωρία της περίθλασης του φωτός δίνονται στο (Κεφ. 7: Περίθλαση του Φωτός (§ 7.9)).

γ) Ένα απλοποιημένο μοντέλο για τη σκέδαση από τα μόρια της ατμόσφαιρας, που βασίζεται στο πρότυπο εκπομπής του απλού αρμονικού ταλαντωτή

Θα θεωρήσουμε κατ' αρχή ότι η ατμόσφαιρα αποτελείται από μόρια οξυγόνου (ενώ στην πραγματικότητα τα βασικά συστατικά του είναι O_2 και N_2 σε αναλογία ¼). Μας είναι όμως γνωστό (βλ. Π.Α.Α.Φ. (§ 4.1)) ότι κάθε μόριο συμπεριφέρεται σαν ηλεκτρικό δίπολο. Επειδή τα μόρια του οξυγόνου είναι μη πολικά σημαίνει ότι τα κέντρα βάρους των θετικών και των αρνητικών φορτίων του πυρήνα και των ηλεκτρονίων σε συνθήκες ισορροπίας συμπίπτουν. Θα υποθέσουμε ότι το φορτίο του πυρήνα βρίσκεται ακίνητο στο κέντρο του. Επίσης λόγω της κίνησης των ηλεκτρονίων το αρνητικό φορτίο θα κατανέμεται σε μια σφαίρα ακτίνας R που θα περιβάλλει τον πυρήνα (Σχ. 5.8.3.4α). Το παραπάνω μοντέλο του μορίου είναι



(Σχ. 5.8.3.4)

εντελώς ανάλογο μ' αυτό του Thomson μόνο που στο τελευταίο κατά τα γνωστά, στο κέντρο της σφαίρας βρίσκονται τα αρνητικά φορτία τα οποία περιβάλλονται από την κατανομή των θετικών φορτίων σε σφαίρα ακτίνας R.

Θέλουμε να δούμε τη ακριβώς θα συμβεί αν κατά κάποιο τρόπο το κέντρο βάρους του αρνητικού φορτίου του μορίου, μετακινηθεί σε σχέση με το θετικό κατά μία απόσταση x και κατόπιν αφεθεί ελεύθερο. Στην περίπτωση αυτή η δύναμη που θα ασκηθεί μεταξύ τους θα είναι:

$$F = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Z^2e^2}{R^3}x \qquad (5.8.3.2)$$

όπου Z ο αριθμός των ηλεκτρονίων και e το στοιχειώδες φορτίο του ενός. Δηλαδή

Σημείωση

Η παραπάνω σχέση αποδεικνύεται εύκολα εάν εφαρμόσουμε το θεώρημα του Gauss με την ολοκληρωτική του μορφή (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.1.4)). Πράγματι στην περίπτωση αυτή (Σχ. 5.8.34β) το αρνητικό φορτίο $-Ze$ απέχει απόσταση x από τη θέση που βρίσκεται όπως υποθέσαμε θετικό φορτίο $+Ze$. Για να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκείται στη θέση του $+Ze$ θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε το ηλεκτρικό πεδίο που υφίσταται στην ίδια θέση. Θα είναι το πεδίο στην επιφάνεια μιας υποθετικής σφαίρας ακτίνας x που έχει το ίδιο κέντρο με αυτή της σφαίρας με ακτίνα R.

Η πυκνότητα φορτίου χώρου της σφαίρας με ακτίνα R θα είναι $\rho = -Ze/(4/3)\pi R^3$. Το άθροισμα $\sum q$ των φορτίων στο εσωτερικό της σφαίρας με ακτίνα x θα είναι: $\sum q = \rho(4/3)\pi x^3$. Τότε η εφαρμογή του θεωρήματος του Gauss για τη σφαίρα ακτίνας x που περιβάλλει τα φορτία $\sum q$ μας δίνει:

$$\Phi_E = \oiint_S \mathbf{E}(x)\cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$$

όπου $\mathbf{E}(x)$ το πεδίο σε απόσταση x από το κέντρο της κατανομής των αρνητικών φορτίων και $d\mathbf{s} = ds\mathbf{n}$ το διάνυσμα με μέτρο τη στοιχειώδη επιφάνεια ds στη θέση αυτή και φορά προς τα εξωτερικά της επιφάνειας που καθορίζεται από το μοναδιαίο διάνυσμα $\mathbf{n}$. Επειδή $\mathbf{E}(x)$ και $d\mathbf{s}$ είναι συγγραμμικά τότε:

$$\oiint_S \mathbf{E}(x)\cdot d\mathbf{s} = \iint_S E(x)ds = E(x)\iint_S ds = E(x)4\pi x^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q \Rightarrow$$

$$E(x)4\pi x^2 = (1/\varepsilon_0)\rho(4/3)\pi x^3 \Rightarrow E(x) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze}{R^3}x$$

σε κάθε σημείο της επιφάνειας της σφαίρας ακτίνας x. Επομένως η δύναμη που θα ασκείται στο φορτίο $+Ze$ θα είναι:

$$F = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Z^2e^2}{R^3}x \rightarrow \text{(σχ. 5.8.3.2)}$$

μια δύναμη της μορφής:

$$F = -\kappa x \qquad (5.8.3.3)$$

Είναι γνωστό όμως ότι αν η δύναμη επαναφοράς είναι της μορφής της (σχ. 5.8.3.3) τότε θα έχουμε αρμονική ταλάντωση του ηλεκτρονικού νέφους σε σχέση με τον πυρήνα. Πράγματι για $F = -\kappa x$ η διαφ. εξίσωση κίνησης του φορτίου θα είναι: $m\left(d^2x/dt^2\right) = -\kappa x$ όπου m η μάζα του. Μια λύση αυτής της εξίσωσης είναι η $x = x_0\cos\omega_0 t$. Τότε $m\left(d^2x/dt^2\right) = -m\omega_0^2 x_0\cos\omega t$ και άρα $-m\omega_0^2 x_0\cos\omega t =$ $= -\kappa x_0\cos\omega_0 t$ οπότε: $\omega_0^2 = \kappa/m \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\kappa/m} \Rightarrow \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{m}}$. Όπου ν_0 η ***φυσική συχνότητα (natural frequency)*** ταλάντωσης. Επειδή όμως στην περίπτωσή μας $m = Zm_e$ τότε:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2e^2}{R^3Zm_e}} = \frac{e}{4}\sqrt{\frac{Z}{\varepsilon_0\pi^3R^3m_e}} \qquad (5.8.3.4)$$

όπου m_e η μάζα του ηλεκτρονίου.

Θα είναι χρήσιμο να υπολογίσουμε την τάξη μεγέθους της συχνότητας ν_0 για το οξυγόνο για το οποίο $Z = 8$. Πράγματι στο M.K.S. σύστημα μονάδων $e = 1.6\times10^{-16}\,\text{C}$, $m_e = 9.1\times10^{-31}\,\text{kgr}$ και $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\times10^9\,\text{C}^2/\text{Nt}\cdot\text{m}^2$. Επίσης είναι γνωστό ότι οι διαστάσεις του ατόμου του οξυγόνου είναι μερικά Å. Άρα $R \simeq 10^{-10}\,\text{m}$ και επομένως η (σχ. 5.8.3.4) μας δίνει $\nu_0 = 7.2\times10^{15}\,\text{Hz}$. Η συχνότητα αυτή με βάση τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής θ' αντιστοιχεί σε μήκος κύματος: $\lambda_0 = c/\nu_0 = 0.42\times10^{-7}\,\text{m} = 42\text{nm}$, το οποίο σαφώς ανήκει στην υπεριώδη περιοχή του Η/Μ φάσματος. Μας είναι γνωστό βέβαια ότι μια Η/Μ διαταραχή που ανήκει στη μέση περιοχή του ορατού φάσματος έχει συχνότητα περίπου $\nu = 0.6\times10^{15}\,\text{Hz}$ και θα αντιστοιχεί σε μ.κ. $\lambda = 550\text{nm}$.

Θεωρούμε τώρα ότι τα άτομα του οξυγόνου υφίστανται την επίδραση ενός Η/Μ πεδίου. Δηλ. σ' αυτά προσπίπτει ένα επίπεδο μετ. κύματος συχνότητας ν, που ανήκει στην ορατή περιοχή του φάσματος. Τότε τα άτομα θα αρχίσουν να εκτελούν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις. Δεδομένου όμως ότι οι η συχνότητα ν ανήκει στην ορατή περιοχή και η συχνότητα συντονισμού τους ν_0 στην υπεριώδη περιοχή (όπως αποδείξαμε προηγουμένως) δεν θα έχουμε φαινόμενα απορρόφησης αλλά επανεκπομπή της ακτινοβολίας σύμφωνα με τα αναφερόμενα στο (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§2.2.2)). Δηλ. τα άτομα του οξυγόνου θα εκτελούν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με πλάτος $x = x_0 \cos \omega t$ ίδιας συχνότητας $\omega = 2\pi\nu$ με την προσπίπτουσα διαταραχή όπου x_0 το μέγιστο πλάτος τους που θα δίνεται από τη σχέση:

$$x_0 = \frac{Ze/Zm_e}{\omega_0^2 - \omega^2} E_0 = \frac{eE_0}{4\pi^2\left(\nu_0^2 - \nu^2\right)m_e} \qquad (5.8.3.5)$$

(Κεφ. 4: Διασκεδασμός του Φωτός (σχ. 4.1.2.5,6)). Zm_e η συνολική του μάζα , Ze το συνολικό φορτίο του ατόμου και E_0 το μέγιστο πλάτος του εξωτερικά ασκούμενου ηλ. πεδίου. Επειδή όμως από το προηγούμενο αριθμητικό μας παράδειγμα $\nu < \nu_0$ τότε $\nu^2 \ll \nu_0^2$. Επομένως η (σχ. 5.8.3.5) γίνεται:

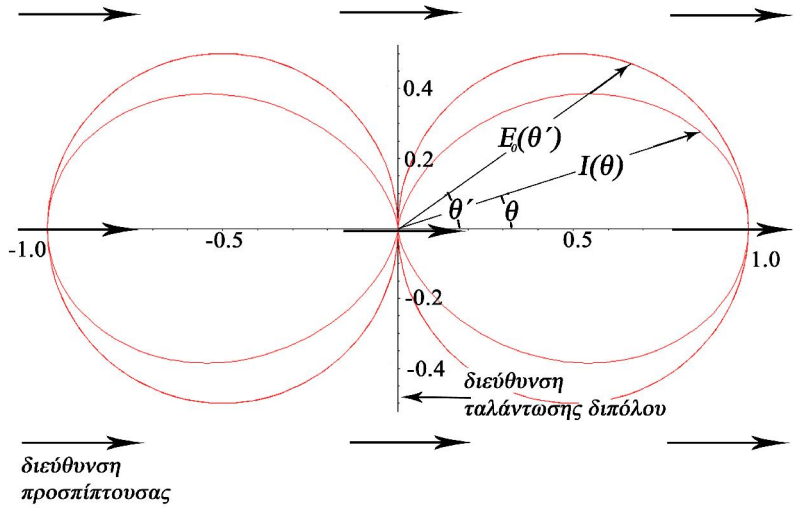
$$x_0 = eE_0 / 4\pi^2 m_e \nu_0^2 \qquad (5.8.3.6)$$

Μας είναι όμως γνωστό (βλ. Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§2.2.3), (σχ.2.2.3.5)) ότι το πλάτος $E_0(r,\theta)$ της έντασης του πεδίου του εκπεμπόμενου από το ταλαντούμενο ατομικό δίπολο του οξυγόνου δίνεται από τη σχέση:

$$E_0(r,\theta) = -\frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p_0 \sin\theta}{r} \qquad (5.8.3.7)$$

όπου $k = (\omega/c) = 2\pi\nu/c$, $p_0 = Zex_0$ η μέγιστη ηλ. διπολική ροπή , r η απόσταση από κέντρο του διπόλου στη θέση υπολογισμού του πεδίου και θ η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση διάδοσης με τη διεύθυνση ταλάντωσης. Η αντίστοιχη ένταση $I(r,\theta)$ της ακτινοβολίας του ταλαντούμενου διπόλου κατά τα γνωστά θα δίνεται από τη σχέση : $I(r,\theta) = (1/2)c\varepsilon_0 E_0^2(r,\theta)$ και τελικά σε συνδυασμό με τη (σχ. 5.8.3.7):

$$I(r,\theta)=\frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0}\frac{Z^2e^4E_0^2}{m_e^2c^3}\left(\frac{\nu^4}{\nu_0^4}\right)\frac{\sin^2\theta}{r^2} \qquad (5.8.3.8)$$



(Σχ. 5.8.3.5)

Τα πολικά διαγρ. των $E_0(\theta)$, $I(\theta)$ για $r=$ σταθ. $-\pi/2/\leq\theta\leq\pi/2$, $0\leq\phi\leq 2\pi$ δίνονται στο ((Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (§ 2.2.3) (Σχ. 2.2.3.3)). Πρόκειται για συμμετρικά τοροϊδή ως προς τον άξονα ταλάντωσης του διπόλου. Στο (Σχ. 5.8.3.5) δίνεται μια τομή του τοροϊδούς στο επίπεδο που περιλαμβάνει τον άξονα ταλάντωσης και την διεύθυνση διάδοσης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Βλέπουμε χαρακτηριστικά ότι η σκεδανύμενη ακτινοβολία διαμοιράζεται κατά το ίδιο ποσοστό προς τα μπρος (διεύθυνση πρόσπτωσης) και πίσω. Σε αντίθεση με τη σκέδαση κατά Rayleigh όμως εδώ δεν υφίσταται σκεδαζόμενη ακτινοβολία κατά μήκος του άξονα ταλάντωσης.

Γνωρίζουμε όμως ότι η ένταση I_{ins} της προσπίπτουσας ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση:

$$I_{ins}=\frac{1}{2}c\varepsilon_0E_0^2 \qquad (5.8.3.9)$$

Επομένως για N ταλαντούμενα άτομα ανά μονάδα όγκου ο λόγος $NI(r,\theta)/I_{ins}$ θα είναι:

$$\frac{NI(r,\theta)}{I_{ins}}=\frac{1}{16\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{NZ^2e^4}{m_e^2c^4}\left(\frac{\nu^4}{\nu_0^4}\right)\frac{\sin^2\theta}{r^2}=\frac{1}{16\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{NZ^2e^4}{m_e^2c^4}\left(\frac{\lambda_0^4}{\lambda^4}\right)\frac{\sin^2\theta}{r^2} \qquad (5.8.3.10)$$

που μας δίνει την ένταση της σκεδανύμενης ακτινοβολίας ανά μονάδα προσπίπτουσας έντασης στα N άτομα ανά μονάδα όγκου. λ το μ.κ. της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και λ_0 το μ.κ. συντονισμού. Βασικής σημασίας συμπέρασμα προερχόμενο από τη (σχ. 5.8.3.10) είναι ότι η σκεδανύμενη ένταση ακτινοβολίας (από τα άτομα του οξυγόνου στην προκειμένη περίπτωση) είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης της συχνότητας της προσπίπτουσας ακτινοβολίας$\left(\sim \nu^4\right)$ ή ισοδύναμα, αντιστρόφως ανάλογη της τέταρτης δύναμης του μ.κ. της$\left(\sim 1/\lambda^4\right)$.Τελικά καταλήξαμε στο ίδιο περίπου συμπέρασμα με αυτό της θεωρίας σκέδασης κατά Rayleigh (σχ. 5.8.3.1) (δηλ. η εκπεμπόμενη−σκεδανύμενη ακτινοβολία είναι $\sim 1/\lambda^4$) με μόνη διαφορά την πολική κατανομή της στο χώρο: $I(r,\theta) \sim \sin^2\theta/r^2$ το πρότυπο εκπομπής του απλού αρμονικού ταλαντωτή (ταλάντωση ατόμου του οξυγόνου) και $I(r,\theta) \sim \left(1+\cos^2\theta\right)/r^2$ το πρότυπο εκπομπής κατά Rayleigh (σκέδαση από σωματίδιο διαμέτρου d και δ.δ. n). Πράγματι από την τελευταία σχέση διαπιστώνουμε ότι ακόμα και για $d/\lambda \ll$ (d διάμετρος σωματιδίου, λ μ.κ. προσπίπτουσας ακτινοβολίας) – συνθήκη στην οποία υπακούει η διαδικασία της σκέδασης από τα άτομα του οξυγόνου – (αν και δεν μπορούμε να προσάψουμε στο καθένα τους δείκτη διάθλασης), υφίσταται ποσοστό σκεδανύμενης ακτινοβολίας κατά τη διεύθυνση ταλάντωσης (Σχ. 5.8.3.2). Σε αντιδιαστολή στη διεύθυνση αυτή για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή η ακτινοβολούμενη ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας είναι μηδενική (Σχ. 5.8.3.5).

Τα χρώματα του ουρανού

Αν η επιφάνεια της γης δεν καλυπτόταν από το στρώμα της ατμόσφαιρας και αν δεν υπήρχαν τα γνωστά αερολύματα, η σκόνη και διάφορα άλλα αιωρούμενα μικροσωματίδια και υδρατμοί, τότε η θέα του ουρανού μας την ημέρα θα ήταν εντελώς διαφορετική από αυτήν που γνωρίζουμε. Π.χ. δεν θα υπήρχαν οι οικείοι σ' εμάς χρωματισμοί του ορίζοντα κατά την ανατολή και τη δύση του ηλίου και το κυριότερο, αν στρέφαμε το βλέμμα μας προς τα πάνω ο ουρανός θα ήταν εντελώς σκοτεινός. Κάτι αντίστοιχο θα βλέπαμε αν βρισκόμασταν στην επιφάνεια της σελήνης.

Η ερμηνεία του μπλε χρώματος του ουρανού και οι πορφυρές αποχρώσεις του ορίζοντα κατά την ανατολή και τη δύση του ηλίου στηρίζεται κατά κύριο λόγο σε δύο βασικούς παράγοντες: α) Το ότι το φως που προέρχεται από τον ήλιο σκεδάζεται από τα μόρια του στρώματος της ατμόσφαιρας και των λοιπών σωματιδίων και β) Στην υποκειμενική αίσθηση της αντίληψης των χρωμάτων από τον εκάστοτε

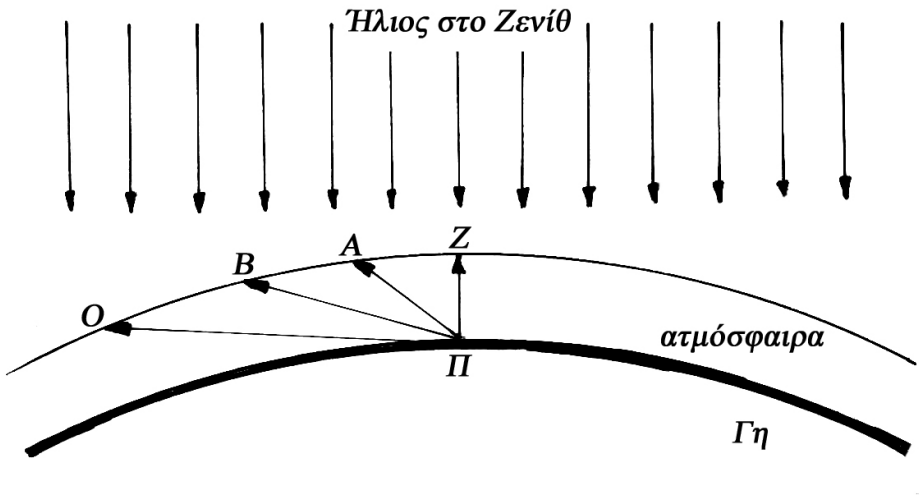
παρατηρητή. Τα ποσοτικά συμπεράσματα της σκέδασης προκύπτουν από τις προαναφερθείσες θεωρίες των Rayleigh και Mie για σωματίδια διαμέτρου d και δ.δ. n και για τα μόρια που συγκροτούν την ατμόσφαιρα από την κλασσική Η/Μ θεωρία της εκπομπής ακτινοβολίας από απλό αρμονικό ταλαντωτή. Τα ποσοτικά συμπεράσματα όσον αφορά τη 'μέτρηση' του χρώματος, προέρχονται από τον τρόπο λήψης της οπτικής πληροφορίας από τους φωτοευαίσθητους ανιχνευτές, που βρίσκονται κυρίως την ωχρά κηλίδα του αμφιβληστροειδή του ματιού του παρατηρητή (τα κωνία) (βλ. Κεφ. 3: Γεωμ. Οπτική (§3.7.1: Το ανθρώπινο μάτι)). Και κατά προέκταση μέσω του συσχετισμού αυτών των πληροφοριών στον οπτικό φλοιό του εγκεφάλου. Τελικό αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είναι η ανάδειξη της καμπύλης ευαισθησίας $V(\lambda)$ του ματιού, η οποία μας δείχνει εκτός των άλλων σε ποιες περιοχές του Η/Μ φάσματος αντιλαμβανόμαστε καλύτερα τα χρώματα (βλ. Π.Α.Α.Φ. (ΠΑΡ/ΜΑ 2)) δηλ. σε ποιες περιοχές το μάτι μας έχει τη μεγαλύτερη ευαισθησία.

α) Το μπλε του ουρανού

Η ατμόσφαιρα αποτελείται από ένα στρώμα αέρα (με τη γνωστή αναλογία οξυγόνου και αζώτου) που περιβάλλει τη γη. Η κατανομή της καθ' ύψος δεν είναι ομογενής αλλά σε πρώτη προσέγγιση και υποθέτοντας ότι υφίσταται αφ' ενός θερμική ισορροπία και αφ' ετέρου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή, ακολουθεί όσον αφορά την πυκνότητά της (ή τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου) τον ***βαρομετρικό τύπο***. Δηλ. μια εκθετική ελάττωση καθ' ύψος. Π.χ. σε ύψος 10km από την επιφάνεια της γης, η πυκνότητα των μορίων του οξυγόνου ελαττώνεται στο μισό περίπου αυτής που είχε στην επιφάνεια.

Υποθέτουμε (Σχ. 5.8.3.6), ότι βρισκόμαστε στη θέση Π της επιφάνειας της γης και ότι ο ήλιος βρίσκεται κατακόρυφα από πάνω μας (στο Ζενίθ). Αν τότε παρατηρήσουμε προς μία κατεύθυνση (έστω την ΠΑ), χωρίς ο ήλιος να βρίσκεται στο πεδίο μας, τότε βλέπουμε ότι το χρώμα του ουρανού είναι το χαρακτηριστικό μπλε (Εικ. 5.8.3.7). Όπως έχουμε αποδείξει προηγουμένως οι συχνότητες συντονισμού για τα άτομα του οξυγόνου (το ίδιο ισχύει και γι' αυτά του αζώτου) βρίσκονται στην υπεριώδη περιοχή του Η/Μ φάσματος με $\lambda \simeq 50\text{nm}$. Άρα δεν θα έχουμε απορρόφηση στην ορατή περιοχή οπότε η τελευταία θα υφίσταται ισχυρή σκέδαση. Δεδομένου όμως ότι η ένταση της σκεδανύμενης ακτινοβολίας είναι ανάλογη (σχ. 5.8.3.10) του $1/\lambda^4$ η μπλε−ιώδης περιοχή του φάσματος θα σκεδαστεί πολύ πιο ισχυρά. Π.χ. από το (Σχ. 5.8.3.8) βλέπουμε ότι το άκρο του κόκκινου $(\lambda \simeq 720\text{nm})$ έχει μ.κ. 1.8 φορές μεγαλύτερο από το άκρο του ιώδους $(\lambda \simeq 400\text{nm})$. Επομένως ο

νόμος προβλέπει $(1.8)^4 \simeq 10$ φορές ισχυρότερη σκέδαση της ιώδους περιοχής σε σχέση με την κόκκινη.



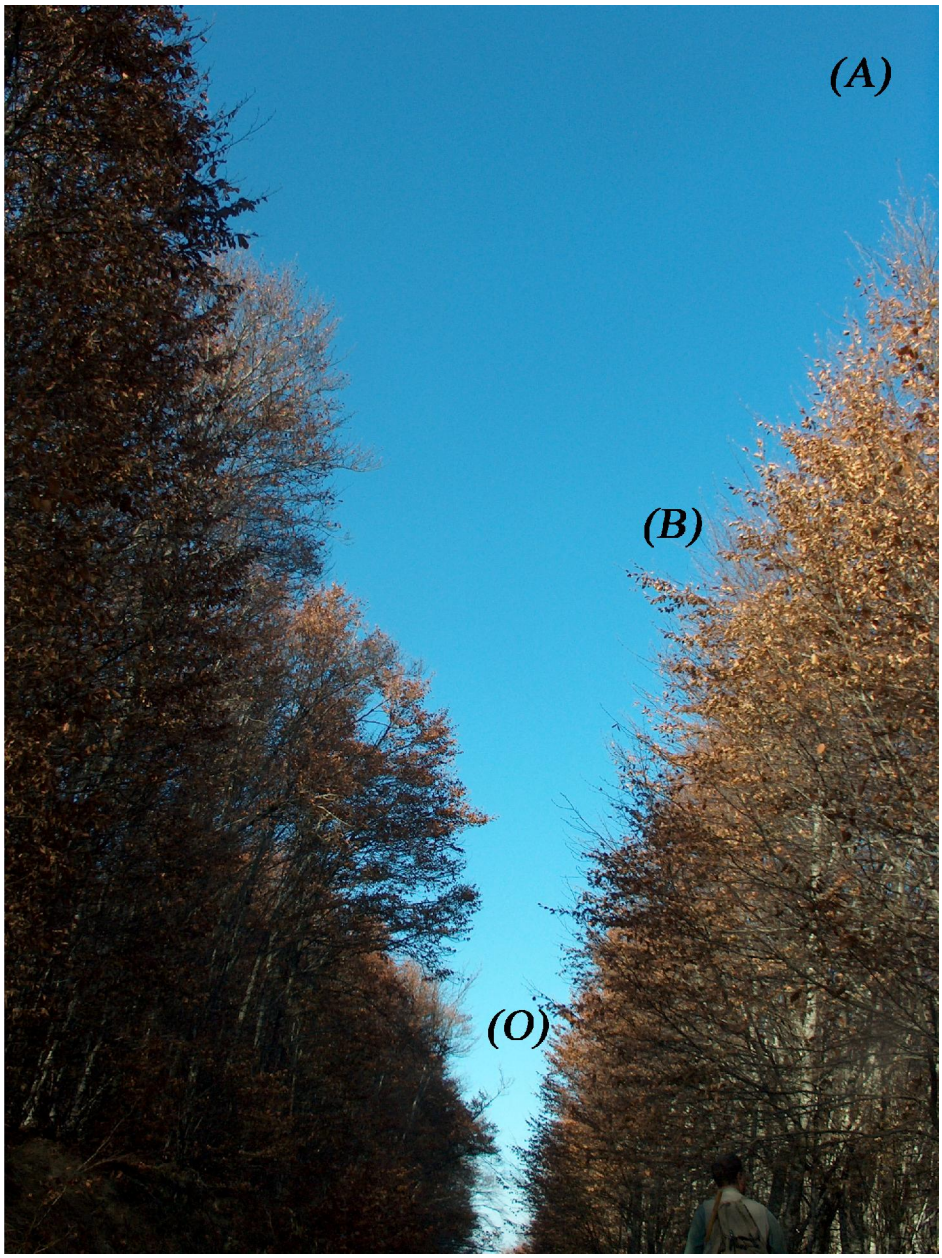
(Σχ. 5.8.3.6)

Επομένως από τη περιοχή Α – στην οποία έχουμε στραμμένο το βλέμμα μας – θα δεχτούμε περισσότερη ακτινοβολία από το μπλε-ιώδες τμήμα του σκεδανύμενου φάσματος παρά από το κόκκινο. Το σκεδανύμενο κόκκινο, θα έχει ως επί το πλείστον κυρίαρχη κατεύθυνση αυτήν της προσπίπτουσας και μικρό μόνο τμήμα του θα δέχεται το μάτι μας.

Προκύπτει όμως ένα εύλογο ερώτημα. Γιατί το χρώμα του ουρανού προς την κατεύθυνση που αναφέραμε είναι μπλε απόχρωσης και όχι ιώδους, δεδομένου ότι η σκέδαση από την περιοχή αυτή του φάσματος είναι ισχυρότερη από ότι της μπλε. Αν και μια τελική εξήγηση του φαινομένου δεν είναι ακόμα συνολικά αποδεκτή, μπορούμε να δώσουμε μια ερμηνεία λαμβάνοντας υπόψη μας τον τρόπο με τον οποίο ο παρατηρητής 'βλέπει' τα χρώματα μέσω του οπτικού συστήματος του ματιού και του εγκεφάλου του. Πράγματι όπως προαναφέραμε, η απαρχή της αναγνώρισης της χρωματικότητας (αντίληψης) των ακτινοβολιών διαφορετικών μ.κ. ή φασματικών κατανομών της ορατής περιοχής, γίνεται σε πρώτη φάση στον αμφιβληστροειδή του ματιού του όπου σχηματίζονται και τα είδωλα των αντικειμένων. Ειδικότερα στην ωχρά κηλίδα, υπεύθυνης της φωτοπτικής τριχρωματικής όρασης. Εκεί υπάρχουν τριών ειδών κύτταρα τα κωνία, τα οποία έχουν διαφορετική απόκριση (όσον αφορά την απορροφητικότητά τους) για τα διάφορα μ.κ. (Σχ. 5.8.3.9).

Όπως βλέπουμε οι καμπύλες αυτές τις οποίες ονομάζουμε *R,G,B* έχουν μέγιστα αντίστοιχα στην κιτρινοπράσινη περιοχή $(\lambda_R \simeq 564\text{nm})$, την πράσινη $(\lambda_G \simeq 534\text{nm})$ και την μπλε – ιώδη $(\lambda_B \simeq 420\text{nm})$. Όμως παρατηρούμε ότι οι καμπύλες των κωνίων *R* και *G* αναπτύσσονται με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να απορρο-

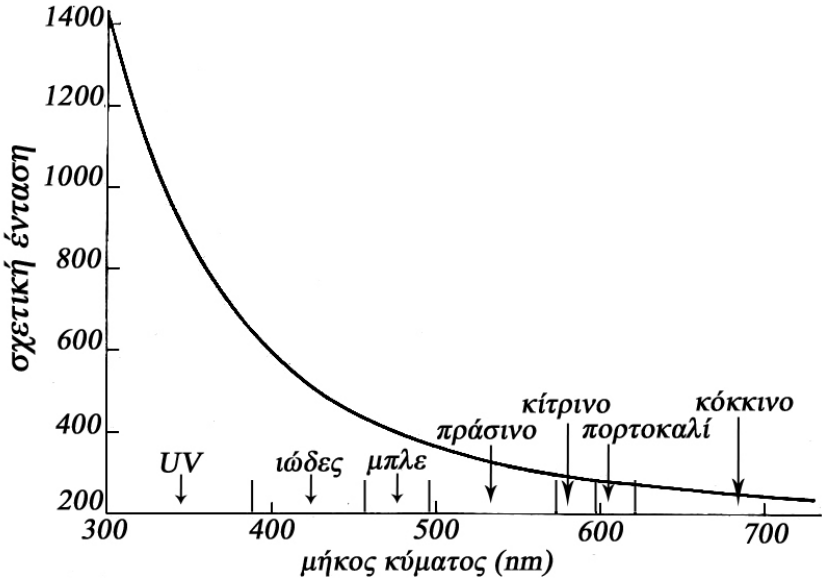
φούν σημαντικά και στην περιοχή του μέγιστου της καμπύλης *B*. Επομένως οι φωτουποδοχείς *R,G,B* έχουν την ικανότητα ν' απορροφήσουν με μεγάλη αποδοτικότητα το μέγιστο ποσοστό της σκεδανύμενης ιώδους, με σχετικά μικρότερη την μπλε (απότομη κλίση καμπύλης *B* στην μπλε περιοχή (Σχ. 5.8.3.9)) και με την ίδια περίπου αποδοτικότητα (όπως της μπλε) την έστω και σε μικρότερο ποσοστό σκεδανύ-



(Εικ. 5.8.3.7)

μενη, στην πράσινη και κόκκινη περιοχή του ορατού φάσματος. Αυτές είναι οι πληροφορίες που στέλνονται στον οπτικό φλοιό του εγκεφάλου μας για τελική επεξεργασία, με αποτέλεσμα την αντίληψη από μέρους μας του μπλε χρώματος του ουρανού.

Το ότι υπερτερεί χρωματικά το μπλε έναντι του ιώδους, μπορούμε να το δούμε άμεσα και από την ***καμπύλη απόκρισης*** του ματιού $V(\lambda)$ ενός μέσου παρατηρητή (βλ. Π.Α.Α.Φ. (ΠΑΡ/ΜΑ 2), (Σχ. 2.1) και (Πιν.2.2)). Η καμπύλη αυτή παρατίθεται στο (Σχ. 5.8.3.9). Εκεί διαπιστώνουμε ότι η απόκριση του ματιού στο ιώδες είναι πάρα πολύ μικρή (παρά το μέγιστο ποσοστό της σκεδανύμενης ιώδους ακτινοβολίας), σε αντίθεση με την απόκριση στις μπλε και πράσινες περιοχές

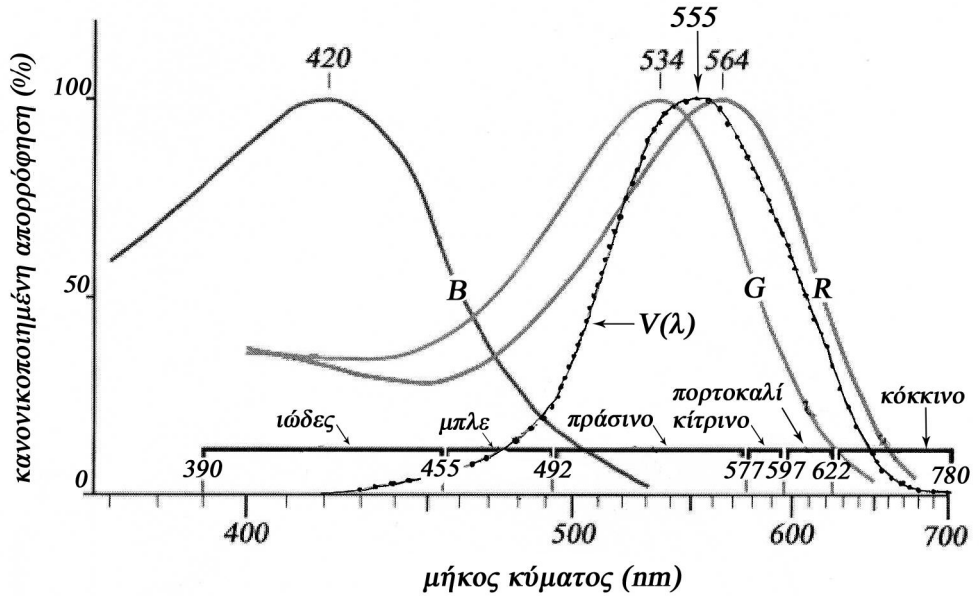


(Σχ. 5.8.3.8)

που είναι πολύ μεγάλη (παρά το μικρότερο ποσοστό της σκεδανύμενης μπλε και πράσινης ακτινοβολίας). Θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι στο (Σχ. 5.8.3.9) η $V(\lambda)$ δεν εμφανίζεται συμμετρική ως προς το μ.κ. $\lambda \simeq 555\text{nm}$ (μέγιστο απόκρισης). Το γεγονός οφείλεται στο ότι η κλίμακα των μ.κ. στο σχήμα δεν είναι γραμμική.

Το μπλε του ουρανού είναι κορεσμένο (για την περίπτωση που έχουμε καθαρό ουρανό) στην περιοχή περίπου του ζενίθ (κατεύθυνση *ΠΖ* (Σχ. 5.8.3.6)) αλλά γίνεται όλο και περισσότερο ακόρεστο (δηλ. μπλε ανοιχτό) καθώς αντικρίζουμε περιοχές στις κατευθύνσεις *ΠΑ,ΠΒ* κ.λ.π. (Εικ. 5.8.3.7). Βλέποντας προς την κατεύθυνση του ορίζοντα (διεύθυνση *ΠΟ*) μπορεί να πάρει και την απόχρωση του άσπρου. Η ερμηνεία αυτού του φαινόμενου οφείλεται στο ότι το φως που σκεδανύεται από αυτές τις περιοχές, προέρχεται εν γένει από τα χαμηλότερα στρώματα της ατμόσφαιρας. Επίσης το διανυόμενο διάστημα της σκεδανύμενης ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερο από ότι αυτό με κατεύθυνση από το ζενίθ προς τον παρατηρητή (*ΟΠ>ΖΠ*). Στα χαμηλότερα στρώματα όμως της ατμόσφαιρας, συνυπάρχουν και σωματίδια σκόνης, υδρατμών και αερολύματα. Το μέγεθος των τελευταίων κατά τα

γνωστά είναι μεγαλύτερο εν γένει από το μέσο μ.κ. της περιοχής του ορατού. Επομένως εκτός της σκέδασης από τα άτομα του αέρα, θα έχουμε και σκέδαση Mie καθώς και ανακλάσεις και διαθλάσεις του προσπίπτοντος λευκού φωτός από τα πολύ



(Σχ. 5.8.3.9)

μεγάλα σωματίδια. Γνωρίζουμε όμως ότι τα προαναφερόμενα φαινόμενα δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη επιλεκτικότητα όσον αφορά το μ.κ. της 'σκεδανύμενης' από αυτά ακτινοβολίας κατά την πρόσπτωση του λευκού φωτός. Για το λόγο αυτό το φως που δέχεται ο παρατηρητής περιλαμβάνει όλα τα μ.κ. Δηλ. θα έχει την αντίληψη του λευκού. Με την ίδια ακριβώς διαδικασία ερμηνεύεται και το χρώμα των άσπρων νεφών (Εικ. 5.8.3.10) και της ομίχλης που αποτελούνται κατά βάση από σταγονίδια νερού με διάμετρο πολύ μεγαλύτερη από το μέσο μ.κ. της προσπίπτουσας από τον ήλιο ακτινοβολίας. Οι περιοχές που εμφανίζονται γκρίζες ή τελείως σκοτεινές στο λευκό υπόβαθρο του νέφους, οφείλονται κατά βάση στη μερική ή ολική απορρόφηση του ηλιακού φωτός λόγω του διανυόμενου μεγάλου πάχους στο εσωτερικό του.

Τέλος θα πρέπει ν' αναφέρουμε ότι η σκέδαση Rayleigh που οφείλεται στα μόρια της ατμόσφαιρας, ενισχύεται σημαντικά από τη σκέδαση του φωτός λόγω όμως των διαταραχών στην πυκνότητά της. Πράγματι γνωρίζουμε ότι τα μόρια (π.χ. του οξυγόνου) σε κανονική θερμοκρασία κινούνται με ταχύτητες της τάξης $\upsilon_{rms} \simeq 500\,\mathrm{m/s}$. Γνωρίζουμε επίσης η κίνηση αυτών των μορίων είναι χαοτική και ανά πάσα στιγμή το κάθε μόριο μπορεί εξαιτίας των συνεχών συγκρούσεων ν' αποκτήσει ταχύτητα από μηδέν μέχρις πολύ μεγάλη. Αλώστε ο συνδυασμός της χαοτικής τους κίνησης και της δράσης της βαρύτητας, οδηγεί στη γνωστή κατανομή τους καθ' ύψος, που εκφράζεται ποσοτικά από το τον γνωστό βαρομετρικό τύπο. Η στα-

τιστική τους βέβαια ως προς την ταχύτητα, εκφράζεται (βλ. Π.Α.Α.Φ. (§ 1.2)) από την γνωστή κατανομή Maxwell-Boltzman. Επομένως η ατμόσφαιρα θα παρουσιάζει και διαταραχές όσον αφορά την πυκνότητα των μορίων της. Οι διαταραχές αυ-

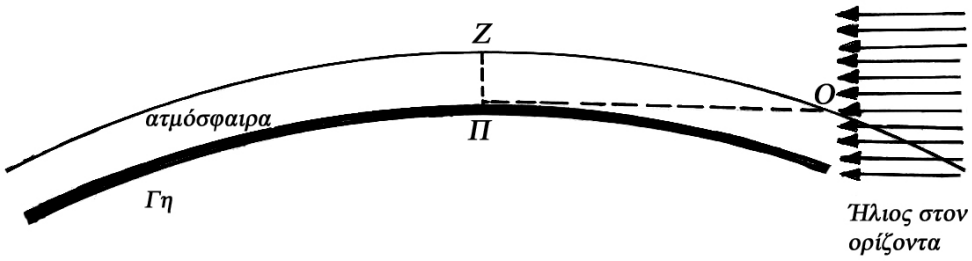
(Εικ. 5.8.3.10)

τές της πυκνότητάς τους, μπορεί να ιδωθούν σαν 'σωματίδια' τα οποία αποδεδειγμένα υπακούουν στις συνθήκες σκέδασης Rayleigh. Δηλ. το μέσο μέγεθός τους είναι πολύ μικρότερο του προσπίπτοντος σ' αυτές μ.κ. του φωτός. Άρα σκεδανύουν το φως σύμφωνα με τη (σχ. 5.8.31).

β) Τα χρώματα της δύσης και της ανατολής

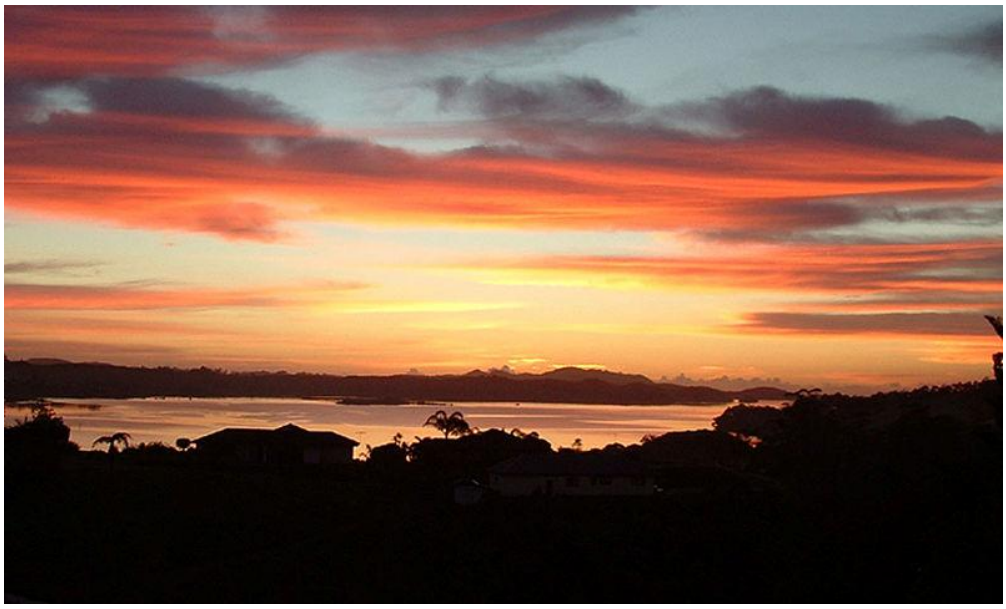
Ας υποθέσουμε ότι βλέπουμε (μια καθαρή μέρα), προς την κατεύθυνση του ορίζοντα, όπου ο ήλιος μόλις πρόκειται να δύσει. Τότε έξω από την περιοχή του ηλιακού δίσκου φαίνονται τα γνωστά έντονα πορτοκαλί-κόκκινο-χρυσαφί χρώματα του ηλιοβασιλέματος (Εικ. 5.8.3.12). Η ερμηνεία τους δίνεται και πάλι με τη βοήθεια της σκέδασης του προσπίπτοντος φωτός από τα μόρια του στρώματος της ατμόσφαιρας που περιβάλλει τη γη. Πράγματι η ακτίνα της γης είναι $R_{\Gamma} \simeq 6300\text{Km}$ και το στρώμα της ατμόσφαιρας πολύ λεπτό. Έχουμε ήδη αναφέρει ότι η πυκνότητα του αέρα υποδιπλασιάζεται σε ύψος $h \simeq 10\text{km}$ από το επίπεδο της θάλασσας. Επομένως το φως το οποίο προέρχεται από τον ορίζοντα (διεύθυνση *ΟΠ*)(Σχ. 5.8.3.11) προς τον παρατηρητή, διανύει πολύ μεγαλύτερη απόσταση σε σχέση με

αυτό που προέρχεται ακριβώς από πάνω του (διεύθυνση *ΖΠ*). Τελικά δεδομένου ότι το φως σκεδανύεται σύμφωνα με τη σχέση $1/\lambda^4$, μέχρι να φθάσει μια δέσμη του ηλίου από τη δύση στον παρατηρητή, θα έχουν απομακρυνθεί από αυτήν εντελώς σχεδόν ακτινοβολίες με μικρά και μεσαία μ.κ. Εξ ου και η εμφάνιση των κόκκινο-πορτοκαλή αποχρώσεων κατά τη δύση του ηλίου.



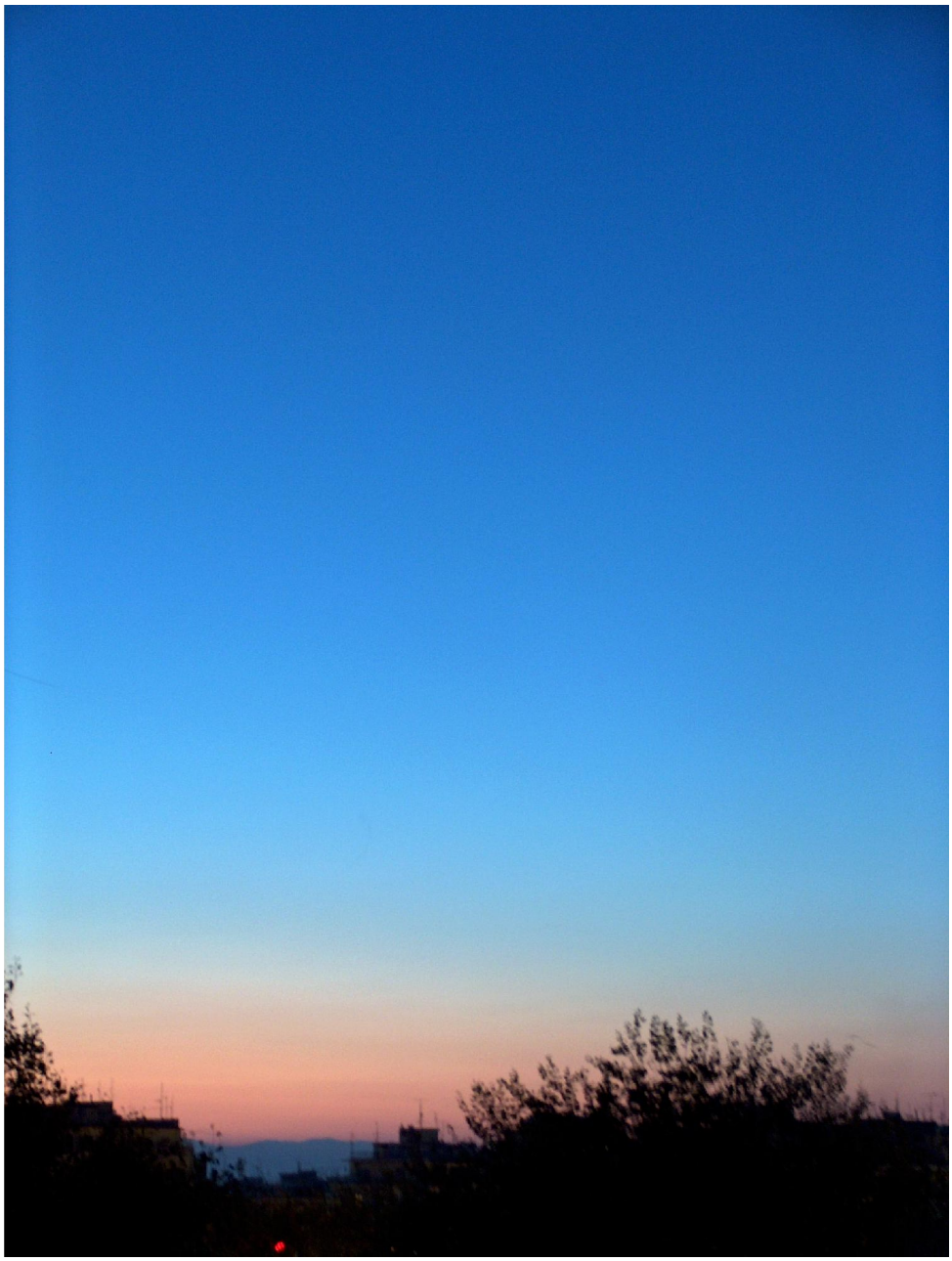
(Σχ. 5.8.3.11)

Στην (Εικ. 5.8.3.13) φαίνονται οι αποχρώσεις του ουρανού λίγο μετά τη δύση του ηλίου, σε κατευθύνσεις από τον ορίζοντα μέχρις σχεδόν το ζενίθ. Από τις προσπίπτουσες δέσμες του λευκού φωτός που προέρχονται από τον ήλιο, στις θέσεις από το *Ο* στο *Ζ* (Σχ. 5.8.3.11) του εξωτερικού στρώματος της ατμόσφαιρας, οι σκεδανύμενες προς τον παρατηρητή, διαπερνούν διαφορετικά πάχη της ατμόσφαιρας από το μεγαλύτερο (*ΟΠ*) μέχρις το μικρότερο (*ΖΠ*). Οι προερχόμενες από τη



(Εικ. 5.8.3.12)

διεύθυνση *ΟΠ* (λόγω διάνυσης μεγάλης απόστασης) ήδη έχουν χάσει – όπως περιγράψαμε προηγουμένως – τις μπλε-πράσινες περιοχές του φάσματος του λευκού φωτός λόγω εντονότερης σκέδασης εξ ου και η κόκκινο-πορτοκαλή απόχρωση του ορίζοντα. Οι προερχόμενες όμως από περιοχές σχετικά χαμηλότερα από το ζενίθ,



(Εικ. 5.8.3.13)

είναι οι σκεδανύμενες κάθετα σχεδόν με τις προπίπτουσες σ' εκείνες τις περιοχές δέσμες λευκού φωτός από το ήλιο. Άρα ο παρατηρητής δέχεται τις εντονότερα σκεδανύμενες μπλε περιοχές του φάσματος, οι οποίες δεν προλαβαίνουν να αλλοιωθούν φασματικά (λόγω συνεχιζόμενης σκέδασης) επειδή διανύουν την μικρή σχε-

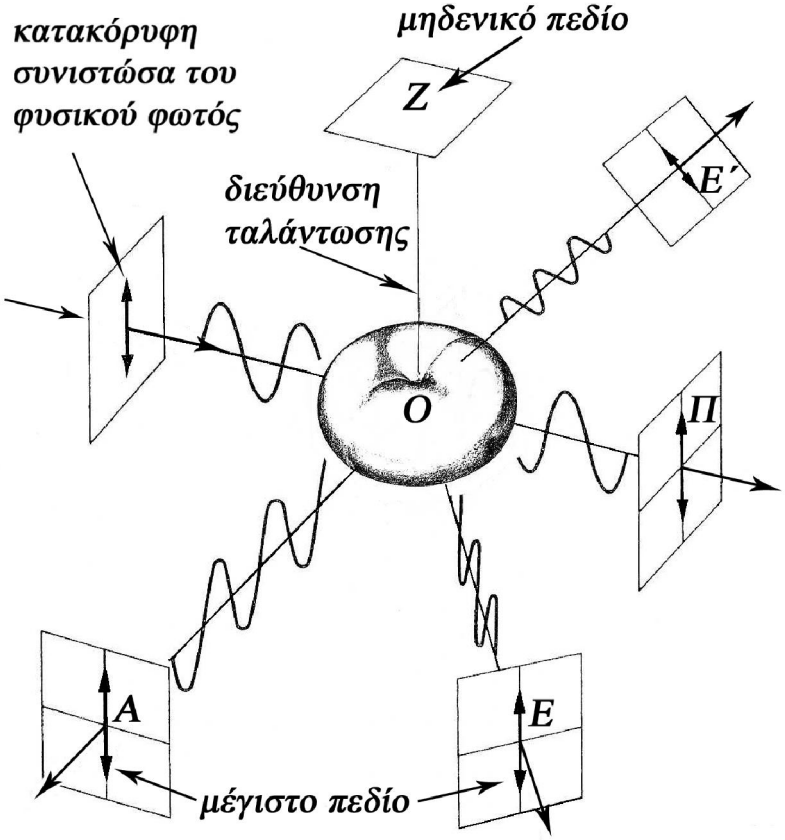
τικά απόσταση *ΖΠ*. Σε περιπτώσεις μεγάλης καθαρότητας της ατμόσφαιρας, σαν αποτέλεσμα θα έχουμε – με την συνεπικουρία και της υποκειμενικής αντίληψης των χρωμάτων και του διανυομένου πάχους της ατμόσφαιρας – την εμφάνιση (για γωνίες από τον ορίζοντα μέχρις το ζενίθ), αποχρώσεων: Από το βαθύ κόκκινο στον ορίζοντα, σε πορτοκαλί, κίτρινο, βεραμάν, τιρκουάζ, μπλε, μέχρις και το βαθύ μπλε στο ζενίθ, όπως μερικά τουλάχιστον φαίνεται στην (Εικ. 5.8.3.13).

Το 'φάσμα' αυτό των χρωμάτων από σκέδαση του ηλιακού φωτός στην ατμόσφαιρα, δεν σχετίζεται με το φάσμα που προέρχεται από την ανάλυση του λευκού φωτός μέσω π.χ. πρίσματος (Κεφ. 4: Διασκεδασμός του Φωτός (§ 4.3.2)), αν και εμφανίζει μια παρόμοια χρωματική αλληλουχία από το κόκκινο προς το μπλε. Στο φάσμα του ***διασκεδασμού(dispersion)*** μέσω πρίσματος έχουμε την ανάλυση του λευκού φωτός στις συνιστώσες ακτινοβολίες του. Ενώ στη ***σκέδαση(scattering)*** τα χρώματα προέρχονται από αφαιρετική διαδικασία διαφορετικών ποσοστών από τις προσπίπτουσες (προς σκέδαση) δέσμες του λευκού φωτός.

Πόλωση του φωτός από σκέδαση

Υποθέτουμε ότι βρισκόμαστε σε μία θέση που μπορούμε να βλέπουμε από τον ορίζοντα μέχρις το ζενίθ καθώς και σε μεγάλο εύρος αριστερά και δεξιά μας. Έστω επίσης ότι η μέρα είναι πολύ καθαρή (δηλ. χωρίς υδρατμούς και σκόνη) και ότι ο ήλιος βρίσκεται σε κάποιο μέσο ύψος από τον ορίζοντα. Παρατηρώντας τον ήλιο κατ' ευθείαν, γνωρίζουμε ότι η δέσμη του φωτός που δεχόμαστε συνίσταται από φυσικό φως. Πράγματι το γεγονός αυτό είναι δυνατόν να το ελέγξουμε πειραματικά αν μεταξύ του ήλιου και του ματιού μας παρεμβάλλουμε έναν γραμμικό πολωτή (π.χ. Polaroid) και τον περιστρέψουμε κατά 360^0. Τότε παρατηρούμε ότι δεν έχουμε μεταβολή στην διερχόμενη ένταση του φωτός για οποιοδήποτε αζιμούθιο του άξονα διέλευσης του πολωτή. Το να ήταν το φως αυτό κυκλικά πολωμένο ή μερικά κυκλικά πολωμένο μπορούμε πάλι να το ελέγξουμε πειραματικά αν και μια κάπως πιο σύνθετη διαδικασία (βλ. ΠΑΡ/ΜΑ 3). Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο – όσον αφορά την κατάσταση πόλωσης του φωτός – που προέρχεται από διαφορετικά σημεία παρατήρησης του ουρανού. Πράγματι με τον πολωτή διαπιστώνουμε ότι για κατευθύνσεις πάνω, αριστερά και δεξιά, που είναι κάθετες σε σχέση με τη διεύθυνση πρόσπτωσης του ηλιακού φωτός, το φως που έρχεται στο μάτι μας και το οποίο βέβαια προέρχεται από σκέδαση, είναι γραμμικά πολωμένο. Δηλ. περιστρέφοντας τον πολωτή θα έχουμε για συγκεκριμένες διευθύνσεις του άξονα διέλευσής του, πλήρη σχεδόν κατάσβεση. Σε ενδιάμεσες από τις προαναφερόμενες θέσεις στον ουρανό, η περιστροφή του πολωτή μας δίνει αυξομείωση της έντασης χωρίς μηδενικά ελάχιστα και όπως αποδεικνύεται πειραματικά το φως είναι μερικά γραμμικά πολωμένο.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ***πόλωση από σκέδαση (polarization by scattering)*** και οφείλεται όπως θα δούμε αμέσως μετά, στον γνωστό τρόπο με τον οποίο σκεδανύουν την ακτινοβολία τα δίπολα των ατόμων της ατμόσφαιρας. Για το σκοπό αυτό αναλύουμε το φυσικό φως που προέρχεται από τον ήλιο (λόγω της πλήρους συμμετρίας του), σε δύο ορθογώνιες συνιστώσες, ισοδύναμες μεταξύ τους κατά τα γνωστά από την άποψη της έντασης. Σε μια κατακόρυφη (Σχ. 5.8.3.14)

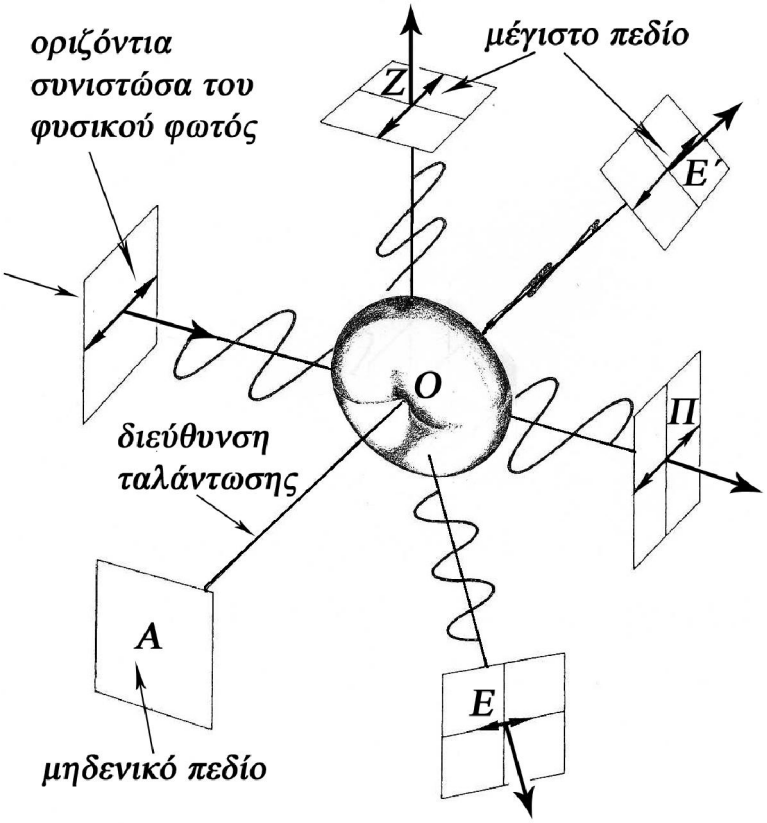


(Σχ. 5.8.3.14)

με διεύθυνση ζενίθ – ναδίρ και μια οριζόντια (Σχ. 5.8.3.15) κάθετη προς την προηγούμενη. Οποιαδήποτε από αυτές τις συνιστώσες θέτει το δίπολο ενός ατομικού εκπομπού – κατά τα γνωστά – σε ταλάντωση. Δηλ. κατά τη διεύθυνση ταλάντωσης η εκπομπή ακτινοβολίας είναι μηδενική και στις άλλες διευθύνσεις η κατανομή της έντασης είναι ανάλογη του παράγοντα $\sin^2\theta/r^2$ και του πλάτους ανάλογη του παράγοντα $\sin\theta/r$ (τοροϊδείς κατανομές). Στα (Σχ. 5.8.3.14,15) σχεδιαγράφονται τα πλάτη του πεδίου (διαδιδόμενα αμέσως μετά της εξωτερική επιφάνεια των τοροϊδών κατανομών για εποπτικούς λόγους) προς διάφορες διευθύνσεις από το κέντρο του διπόλου. Προκειμένου να μην προκαλείται σύγχυση, δεν σχεδιαγράφονται οι συμμετρικές τους ως προς το κέντρο σκέδασης. Στο επίπεδο, το κάθετο στη διεύ-

θυνση ταλάντωσης, το πλάτος του πεδίου σ' οποιαδήποτε κατεύθυνση θα είναι μέγιστο.

Στο (Σχ. 5.8.3.14) φαίνονται οι διευθύνσεις *ΟΑ*, *ΟΠ* (προς τον παρατηρητή) και μία ενδιάμεση μεταξύ των δύο προηγούμενων (στο ίδιο επίπεδο το κάθετο στη διεύθυνση ταλάντωσης) η *ΟΕ*. Έχουν το ίδιο μέγιστο πλάτος και είναι γραμμικά πολωμένες με διεύθυνση παράλληλη με την κατακόρυφη (διεγείρουσα) συνιστώσα του φυσικού φωτός. Στο ίδιο σχήμα σχεδιαγραφείται το πλάτος προς τη διεύθυνση *ΟΕ΄* που βρίσκεται στο επίπεδο των *ΟΖ* και *ΟΠ*. Είναι γραμμικά πολωμένη σ' αυτό το επίπεδο αλλά η τιμή του πλάτους της δεν είναι η μέγιστη.

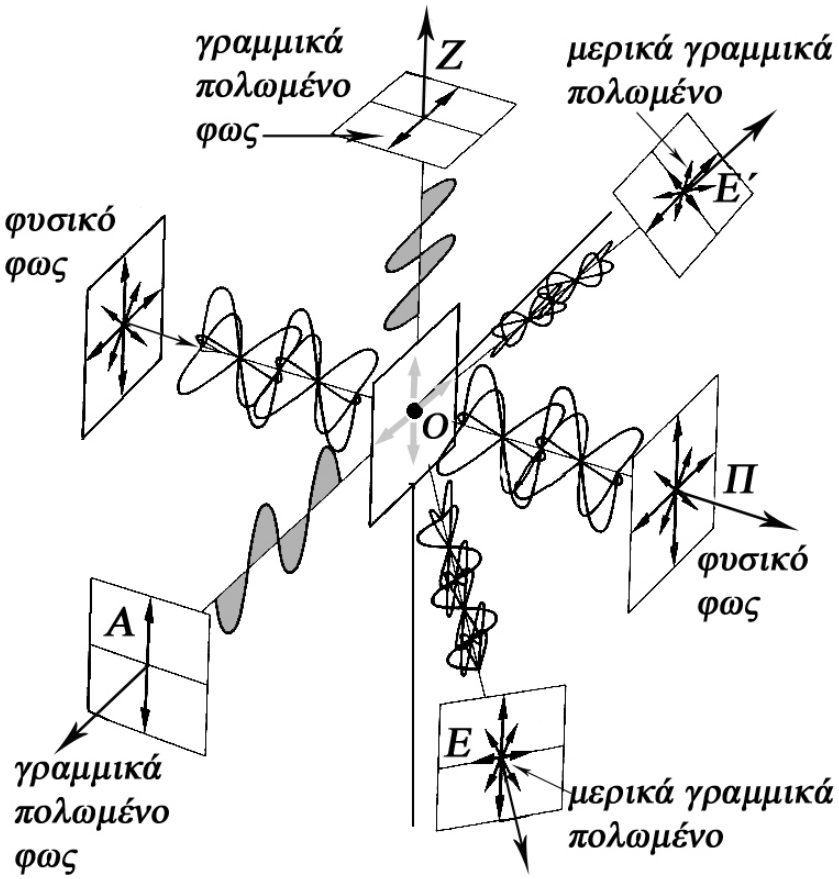


(Σχ. 5.8.3.15)

Στο (Σχ. 5.8.3.15) φαίνονται (με τον ίδιο τρόπο όπως και στο προηγούμενο σχήμα) οι τιμές των πλατών καθώς και οι καταστάσεις πόλωσης ταλαντούμενου διπόλου σε ορισμένες χαρακτηριστικές διευθύνσεις , για την περίπτωση όμως που διεγείρουσα αιτία είναι η οριζόντια συνιστώσα του προσπίπτοντος σ' αυτό φυσικού φωτός. Στην περίπτωση αυτή διεύθυνση μηδενικής εκπομπής είναι η *ΟΑ*. Στο κατακόρυφο επίπεδο το κάθετο στη διεύθυνση ταλάντωσης, το πλάτος του πεδίου σ' οποιαδήποτε διεύθυνση θα είναι μέγιστο. Τρεις από αυτές τις διευθύνσεις είναι οι *ΟΖ*, *ΟΠ* και η *ΟΕ΄*. Έχουν το ίδιο μέγιστο πλάτος και είναι γραμμικά πολωμένες με

διεύθυνση παράλληλη με την οριζόντια (διεγείρουσα) συνιστώσα του φυσικού φωτός. Στο ίδιο σχήμα σχεδιαγραφείτε και η ενδιάμεση *ΟΕ* μεταξύ των *ΟΑ* και *ΟΠ*. Θα είναι γραμμικά πολωμένη σ' αυτό το επίπεδο αλλά η τιμή του πλάτους της δεν θα είναι η μέγιστη.

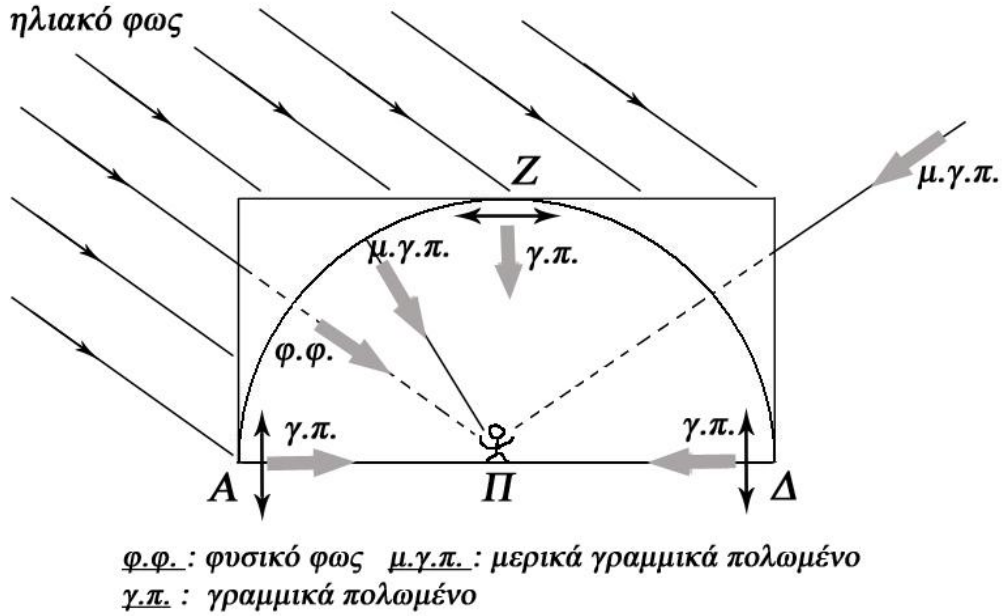
Σκοπός μας είναι ν' αναδείξουμε τελικά την κατάσταση πόλωσης που προκύπτει σε διάφορες διευθύνσεις, κατά την πρόσπτωση φυσικού φωτός στα μόρια της ατμόσφαιρας. Για το λόγο αυτό αρκεί να φέρουμε σε 'ασύμφωνη' επαλληλία τις προκύπτουσες διαταραχές από την πρόσπτωση στα μόρια των δύο, 'ασύμφωνων'



(Σχ. 5.8.3.16)

γραμμικά πολωμένων συνιστωσών του φυσικού φωτός. Η σύνθεση αυτή φαίνεται στο (Σχ. 5.8.3.16). Είναι εμφανές ότι κατά τη διεύθυνση πρόσπτωσης του φωτός το σκεδανύμενο παραμένει φυσικό ('ασύμφωνη' επαλληλία δύο ορθογωνίων γραμμικά πολωμένων φώτων του ιδίου πλάτους). Οι μόνες διευθύνσεις προς τις οποίες εκπέμπεται πλήρως γραμμικά πολωμένο φως, είναι η οριζόντια και η κατακόρυφη – οι κάθετες στη διεύθυνση πρόσπτωσης του φυσικού φωτός – δηλ. οι διευθύνσεις των δύο συνιστωσών στις οποίες το αναλύσαμε. Σ' όλες τις άλλες διευθύνσεις το φως θα είναι μερικά γραμμικά πολωμένο.

Θεωρούμε τελικά (Σχ. 5.8.3.17) έναν παρατηρητή σε μια θέση Π με ανοιχτό μπροστά του πεδίο, ν' ανιχνεύει την κατάσταση πόλωσης του φωτός που προέρχεται από διαφορετικές διευθύνσεις του ουρανού, όταν ο ήλιος βρίσκεται σ' ένα ορισμένο ύψος από τον ορίζοντα. Στο σχήμα βλέπουμε το επίπεδο το οποίο είναι κάθετο στη διεύθυνση πρόσπτωσης του ηλιακού φωτός. Το φως που σκεδανύεται από τα μόρια στον ενδιάμεσο χώρο με κατεύθυνση ήλιος – παρατηρητής είναι φυσικό. Γραμμικά πολωμένο φως θα έρχεται στον παρατηρητή μόνο από τις διευθύνσεις *ΖΠ*, *ΑΠ* και *ΔΠ* δηλ. από τα μόρια που σκεδανύουν το φως στις περιοχές *Α, Δ, Ζ*. Από οποιαδήποτε άλλη διεύθυνση το φως θα είναι μερικά γραμμικά πολωμένο. Ο έλεγχος αυτών των καταστάσεων πόλωσης μπορεί να γίνει με την βοήθεια ενός γραμμικού πολωτή, όπως ακριβώς περιγράψαμε προηγουμένως.



(Σχ. 5.8.3.17)

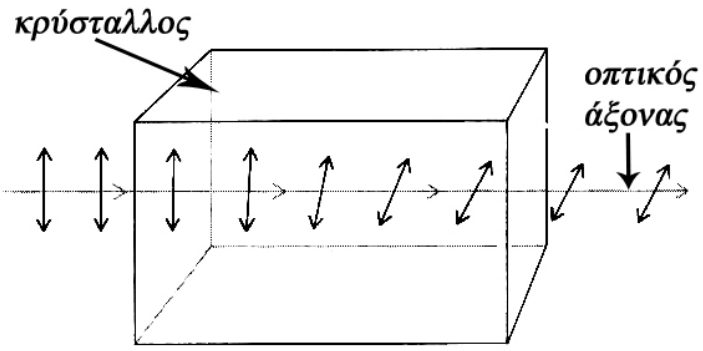
Υπάρχουν όμως ορισμένα φαινόμενα τα οποία μεταβάλλουν μερικώς τα συμπεράσματα της προαναφερόμενης θεωρίας. Αυτά είναι η ανισοτροπία των μορίων της ατμόσφαιρας, η παρουσία μεγάλου μεγέθους σωματιδίων (όπως υδρατμών σκόνης κ.λ.π.) καθώς και το φαινόμενο της πολλαπλής σκέδασης που αποτελεί αιτία μέχρις και πλήρους αποπόλωσης του σκεδανύμενου φωτός.

Το γεγονός αυτό είναι δυνατόν να ελεγχθεί σε εργαστηριακή κλίμακα ως εξής. Μεταξύ δύο διασταυρωμένων πολωτών (δηλ. που βρίσκονται σε θέση κατάσβεσης) (Εικ. 5.5.1.4), παρεμβάλλουμε ένα κομμάτι ριζόχαρτου. Το τελευταίο είναι γνωστό ότι συντίθεται από σωματίδια και νημάτια κυτταρίνης τα οποία αποπολώνουν ολικά (λόγω πολλαπλών μεταξύ τους σκεδάσεων) το προσπίπτον σ' αυτά

γραμμικά πολωμένο φως, που προέρχεται από τον πρώτο πολωτή. Άρα από την περιοχή του ριζόχαρτου θα εξέρχεται φυσικό φως, του οποίου η μία συνιστώσα θα διέρχεται από τον δεύτερο πολωτή. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα το κομμάτι του χαρτιού να φαίνεται φωτεινό, σε σχέση με τις ελεύθερες περιοχές μεταξύ των διασταυρωμένων πολωτών που είναι εντελώς σκοτεινές.

5.9 *Οπτική ενεργότητα*

Το φαινόμενο της ***οπτικής ενεργότητας (optical activity)*** για πρώτη φορά παρατηρήθηκε από τον F. J. Arago το 1811 σε κρύσταλλο α-Χαλαζία (Σχ. 5.9.1). Ένα επίπεδο μέτωπο κύματος γραμμικά πολωμένου μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει σ' ένα πλακίδιο Χαλαζία ορισμένου πάχους κατά μήκος του οπτικού του άξονα. Το μετ. κύματος στην έξοδό του από το πλακίδιο είναι και πάλι γραμμικά πολωμένο. Η μόνη διαφορά του με το προσπίπτον είναι ότι έχει διαφορετικό αζιμούθιο όπως είναι εύκολο να διαπιστωθεί με την βοήθεια ενός αναλυτή. Το γεγονός

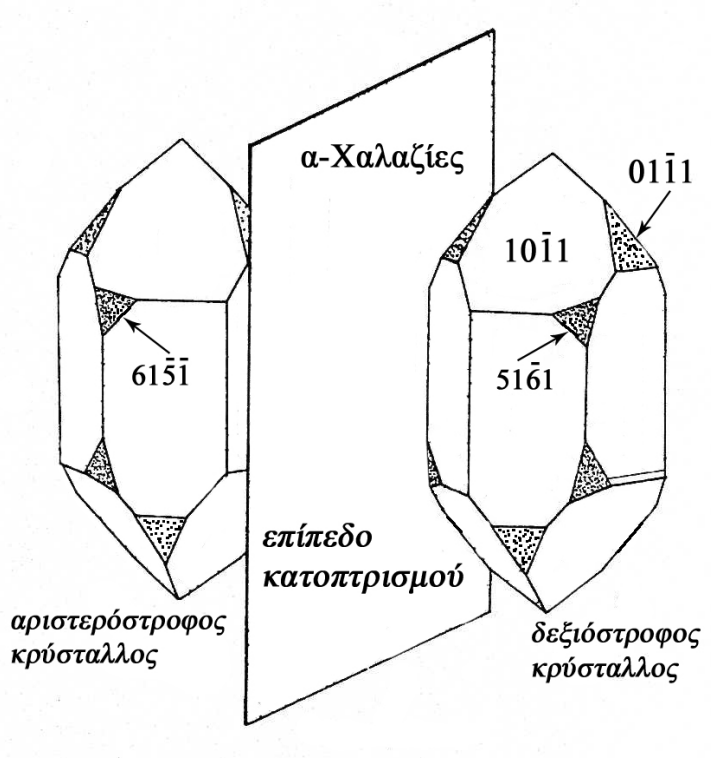


(Σχ. 5.9.1)

αυτό σημαίνει ότι το επίπεδο ταλάντωσης του γραμμικά πολωμένου φωτός κατά τη διάδοσή του στο εσωτερικό του υλικού για κάποιο λόγο στρέφεται διαδοχικά μέχρις ότου στην έξοδο από αυτό αποκτήσει τον τελικό του προσανατολισμό. Την ίδια περίπου εποχή ο J. B. Biot παρατήρησε ότι στροφή του επιπέδου πόλωσης του γραμμικά πολωμένου φωτός συμβαίνει και όταν το τελευταίο διαδίδεται μέσα από ορισμένα υγρά και αέρια. Συγκεκριμένα για τον Turpentine $\left(C_{10}H_6\right)$ στην υγρή και αέρια μορφή του. Επίσης διαπίστωσε ότι ανάλογα με το εξεταζόμενο υλικό, η φορά περιστροφής του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}$ – για φως το οποίο ερχόταν προς τον παρατηρητή από την πηγή – ήταν δεξιόστροφη (δηλ. κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού), ή αριστερόστροφη (δηλ. αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού).

Υλικά όπως στερεά, υγρά, αέρια ή διαλύματα τα οποία εμφανίζουν την προαναφερόμενη στροφικότητα, ονομάζονται ***οπτικώς ενεργά (optically active)***. Και μάλιστα ***δεξιόστροφα (dextrorotatory, d - rotatory)*** ή ***αριστερόστροφα (levorotatory, l - rotatory)*** ανάλογα με τη φορά περιστροφής του πεδίου $\mathbf{E}$, όπως ήδη έχει αναφερθεί. Μια επίσης αξιοσημείωτη παρατήρηση έγινε το 1822 από τον J. F. W. Herschel και αφορούσε την εξωτερική μορφολογία των κρυστάλλων του α-Χαλαζία σε σχέση με τη στροφικότητα που εκδήλωναν οι τελευταίοι. Πράγματι

παρατηρώντας διαφορετικά συμπλέγματα κρυστάλλων Χαλαζία όπως αυτοί εμφανίζονται στη φύση (δηλ. στην ορυκτή τους μορφή)(βλ. Εικ. 5.7.2.1.β), μπορούμε να ξεχωρίσουμε μορφολογικά δύο μοντέλα τα οποία κατ' αρχή φαίνονται πανομοιότυπα (Σχ. 5.9.2). Στην πραγματικότητα όμως ενέχουν τη σχέση αντικειμένου και ειδώλου ως προς ένα επίπεδο συμμετρίας (επίπεδο κατοπτρισμού). Η ιδιότητα αυτή των κρυστάλλων ονομάζεται ***εναντιομορφισμός (enantiomorphism)***



(Σχ. 5.9.2)

και οι κρύσταλλοι ***εναντιόμορφοι (enantiomorphs)*** μεταξύ τους. Στην Κρυσταλλοφυσική αποδεικνύεται ότι τα διαφανή κρυσταλλικά υλικά (δηλ. αυτά τα οποία δεν εμφανίζουν απορρόφηση) και που είναι εναντιόμορφα, είναι και οπτικά ενεργά. Πράγματι οι κρύσταλλοι του α-Χαλαζία, ανάλογα με την δεξιόστροφη ή αριστερόστροφη εξωτερική μορφολογική εμφάνισή τους είναι και δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα οπτικά ενεργοί. Όπως θα δούμε στα επόμενα, η εξωτερική μορφολογία των κρυστάλλων του Χαλαζία είναι άμεσο αποτέλεσμα του τρόπου με τον οποίο είναι διατεταγμένα τα μόρια του SiO_2 στο εσωτερικό τους. Στην περίπτωση π.χ. του άμορφου Χαλαζία (τετηγμένος) (βλ. Σχ. 5.7.3.11β), δεν εμφανίζεται οπτική ενεργότητα, γεγονός το οποίο οφείλεται στην πλήρη παραμόρφωση της εσωτερικής του δομής.

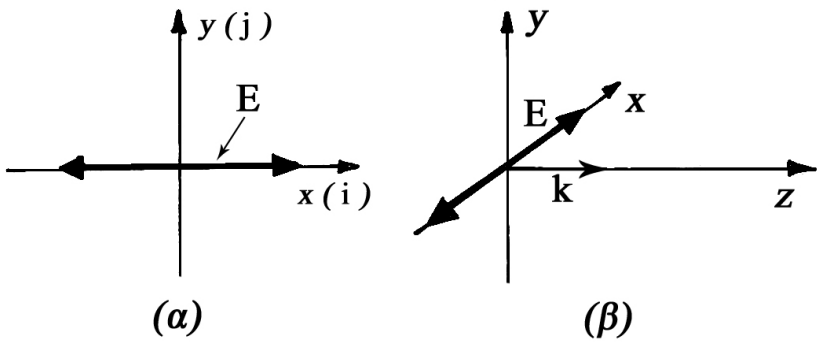
Το φαινόμενο της οπτικής ενεργότητας – όσον αφορά τη μελέτη του – είναι αρκετά περίπλοκο και γίνεται ως επί το πλείστον μέσω της Κβαντομηχανικής. Αναπτύχθηκαν όμως και πλήρεις φαινομενολογικές Η/Μ θεωρίες, που μπορούν να

εξετάσουν τέτοιου είδους διαδικασίες και οι οποίες επιβεβαιώνονται πειραματικά. Σε γενικές γραμμές – όπως ήδη αναφέραμε – οπτική ενεργότητα εμφανίζουν τα κρυσταλλικά στερεά, τα υγρά, τα αέρια όπως και διαλύματα στερεών και υγρών σε συγκεκριμένους ουδέτερους (από άποψη οπτ. ενεργότητας) διαλύτες. Αυτό σημαίνει ότι οπτική ενεργότητα μπορεί να προέλθει όχι μόνο από συγκεκριμένη πλεγματική δομή μορίων σε κρυστάλλους. Αλλά και από τα ίδια ξεχωριστά μόρια (στα υγρά, αέρια ή στα διαλύματά τους). Πράγματι τα τελευταία εμφανίζουν ασυμμετρίες (π.χ. εναντιομορφικής δομής) όσον αφορά τη θέση των ατόμων που τα συγκροτούν. Δηλ. παρά το ότι δύο μόρια αποτελούνται από τον ίδιο αριθμό και είδος ατόμων, μπορεί να συνθέτουν στο χώρο δύο διαφορετικές δομές δηλ. να είναι κατοπτρικά είδωλα σε σχέση με ένα επίπεδο συμμετρίας. Δηλ. τελικά τα ίδια τα μόρια μπορούν να χαρακτηριστούν δεξιόστροφα και αριστερόστροφα.

Πράγματι σ' ένα υγρό που συντίθεται από τέτοιου είδους μόρια (ή σ' ένα διάλυμα τέτοιων μορίων) παρά το ότι τα τελευταία έχουν διαφορετικό προσανατολισμό, υπάρχει η δυνατότητα εμφάνισης οπτικής ενεργότητας, με την προϋπόθεση βέβαια ότι υφίσταται διαφορετικό ποσοστό αριστερόστροφων και δεξιοστρόφων.

5.9.1 *Φαινομενολογική ερμηνεία της οπτικής ενεργότητας κατά Fresnel.*

Η θεωρία που ακολουθεί προτάθηκε από τον Fresnel το 1825. Βασίζεται στην ανάλυση ενός γραμμικά πολωμένου επιπέδου μετώπου κύματος σε δύο 'συνιστώσες' που αποτελούνται από κυκλικά πολωμένα φώτα της ίδιας συχνότητας,



(Σχ. 5.9.1.1)

αντίθετης στροφικότητας καθώς και ταχύτητας διάδοσης. Στα επόμενα θ' αναδείξουμε τον τρόπο με τον οποίο στρέφεται το επίπεδο πόλωσης γραμμικά πολωμένου φωτός, όταν αυτό διαδοθεί στο εσωτερικό οπτικά ενεργού μέσου.

Θα θεωρήσουμε κατ' αρχή (Σχ. 5.9.1.1) τη διάδοση γραμμικά πολωμένου φωτός $\mathbf{E}$ στο επίπεδο xz με $\mathbf{E} \parallel \mathbf{i}$. Κατά τα γνωστά το φως αυτό είναι δυνατόν να περιγραφεί από την επαλληλία (στον ελεύθερο χώρο) δύο κυκλικά πολωμένων φώτων της ίδιας συχνότητας ω. Δηλ.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L$$

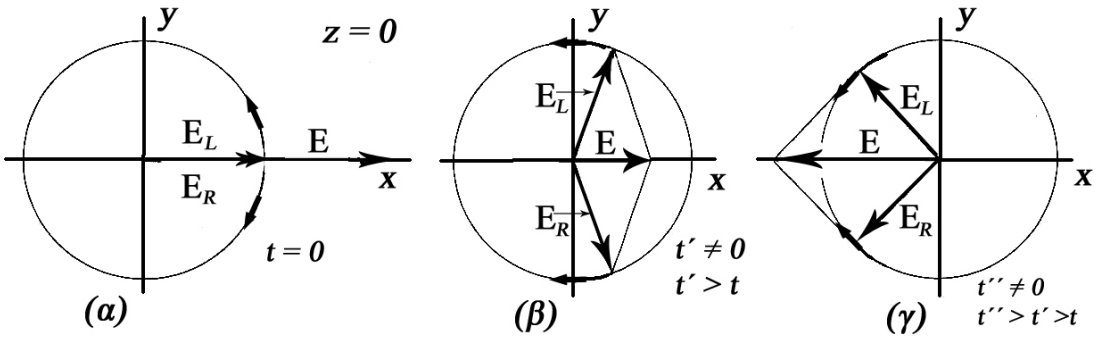
όπου:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{E}_R = \frac{E_0}{2}\left[\mathbf{i}\cos(\omega t - kz) - \mathbf{j}\sin(\omega t - kz)\right] = \\
&\frac{E_0}{2}\left[\mathbf{i}\cos(\omega t - kz) + \mathbf{j}\cos(\omega t - kz + \pi/2)\right] \rightarrow (\text{δεξιόστροφο}) \\
&\mathbf{E}_L = \frac{E_0}{2}\left[\mathbf{i}\cos(\omega t - kz) + \mathbf{j}\sin(\omega t - kz)\right] = \\
&\rightarrow \frac{E_0}{2}\left[\mathbf{i}\cos(\omega t - kz) + \mathbf{j}\cos(\omega t - kz - \pi/2)\right] (\text{αριστερόστροφο})
\end{aligned}\right\} \quad (5.9.1.1)$$

πράγματι για $z \neq 0$ θα έχουμε:

$$\mathbf{E} = E_0 \mathbf{i}\cos(\omega t - kz) \quad (5.9.1.2)$$

και στο (Σχ.5.9.1.2) βλέπουμε την επαλληλία των R και L φώτων για $z = 0$ σε διάφορες χρονικές στιγμές.



(Σχ. 5.9.1.2)

Στην περίπτωση όμως που γραμμικά πολωμένο φως διαδίδεται σε οπτικά ενεργό μέσο σε μια ορισμένη απόσταση z, για να δικαιολογήσουμε τη στροφή του επιπέδου πόλωσης θα πρέπει να δεχθούμε ότι στο εσωτερικό του διαδίδονται δύο κυκλικά πολωμένα φώτα (αντίθετης στροφικότητας), με διαφορετικές όμως ταχύ-

τητες διάδοσης (φάσης) υ_R , υ_L και άρα με διαφορετικούς δ.δ. n_R , n_L και κατά προέκταση κυματοκαθέτους (κατά μέτρο) k_R , k_L. Το φαινόμενο αυτό το ονομάζουμε και ***κυκλική διπλοθλαστικότητα (circular birefringence)***.

Σημείωση

1) $\upsilon_R < \upsilon_L \Rightarrow \left(n_R = c/\upsilon_R \,, n_L = c/\upsilon_L\right) \Rightarrow n_R > n_L$

$\left(n_R = \lambda_0/\lambda_R = c/\upsilon_R \,, n_L = \lambda_0/\lambda_L = c/\upsilon_L \,,\, k_R = 2\pi/\lambda_R \,, k_L = 2\pi/\lambda_L\right) \Rightarrow k_R > k_L$

2) $\upsilon_R > \upsilon_L \Rightarrow n_R < n_L \Rightarrow k_R < k_L$

Τα κυκλικά αυτά φώτα στο εσωτερικό του υλικού θα περιγράφονται από τις εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_R &= \frac{E_0}{2}\left[\mathbf{i}\cos\left(\omega t - k_R z\right) - \mathbf{j}\sin\left(\omega t - k_R z\right)\right] \rightarrow \left(\text{δεξιόστροφο}\right) \\ \mathbf{E}_L &= \frac{E_0}{2}\left[\mathbf{i}\cos\left(\omega t - k_L z\right) + \mathbf{j}\sin\left(\omega t - k_L z\right)\right] \rightarrow \left(\text{αριστερόστροφο}\right) \end{aligned} \tag{5.9.1.3}$$

και η επαλληλία τους στη θέση z (με αρχή το $z = 0$) στο εσωτερικό του υλικού θα μας δώσει:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L \tag{5.9.1.4}$$

$$\mathbf{E} = E_0 \cos\left[\omega t - \frac{\left(k_R + k_L\right)z}{2}\right]\left[\mathbf{i}\cos\frac{\left(k_R - k_L\right)z}{2} + \mathbf{j}\sin\frac{\left(k_R - k_L\right)z}{2}\right] \tag{5.9.1.5}$$

Σημείωση

Πράγματι από τις (σχ. 5.9.1.3,4) θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L = \frac{E_0}{2}\Big\{&\mathbf{i}\left[\cos\left(\omega t - k_R z\right) + \cos\left(\omega t - k_L z\right)\right] + \\ &+ \mathbf{j}\left[\sin\left(\omega t - k_L z\right) - \sin\left(\omega t - k_R z\right)\right]\Big\} \end{aligned}$$

Εάν θέσουμε:

$$a = \left(\omega t - k_R z\right), \qquad \beta = \left(\omega t - k_L z\right)$$

Τότε θα είναι:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \;,\; \sin\beta - \sin\alpha = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

Οπότε:

$$\cos(\omega t - k_R z) + \cos(\omega t - k_L z) = 2\cos\left[\omega t - \frac{(k_R + k_L)z}{2}\right]\cos\frac{(k_R - k_L)z}{2}$$

$$\sin(\omega t - k_L z) - \sin(\omega t - k_R z) = 2\cos\left[\omega t - \frac{(k_R + k_L)z}{2}\right]\sin\frac{(k_R - k_L)z}{2}$$

Τελικά μετά την αντικατάσταση στην πρώτη σχέση παίρνουμε τη (σχ. 5.9.1.5).

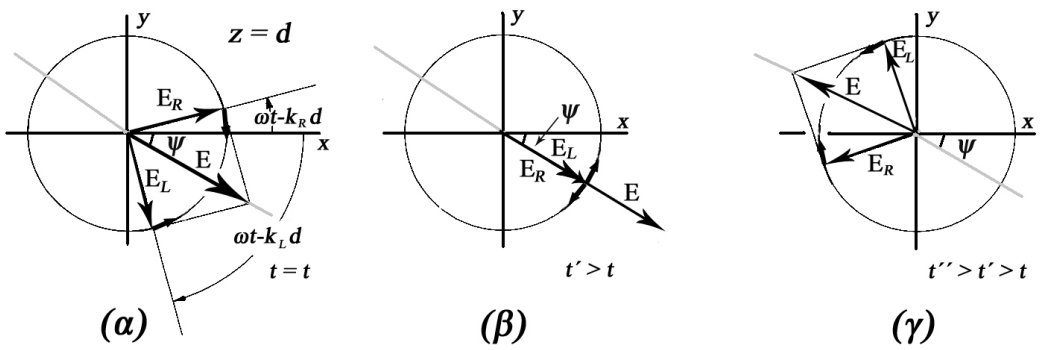
Η τελευταία όμως σχέση περιγράφει ένα γραμμικά πολωμένο φως (στη θέση z) επειδή οι συνιστώσες του κατά τους άξονες x και y έχουν ακριβώς την ίδια χρονική εξάρτηση, δηλ. η διαφορά φάσης τους θα είναι μηδέν λόγω του κοινού παράγοντα:

$\cos\left[\omega t - \frac{(k_R + k_L)z}{2}\right]$ οπότε πάντοτε θα βρίσκονται σε φάση. Για $z = 0$ θα έχουμε:

$$\mathbf{E} = E_0 \mathbf{i} \cos \omega t$$

δηλ. είναι το προσπίπτον στην είσοδο του υλικού γραμμικά πολωμένο φως.

Το γραμμικά όμως πολωμένο φως στη θέση z είναι στραμμένο κατά αζιμούθιο ψ σε σχέση με τον άξονα x. Στο (Σχ. 5.9.1.3) φαίνεται η ταλάντωση του $\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L$ για διαφορετικές χρονικές στιγμές t σε απόσταση z εντός του οπτικά



(Σχ. 5.9.1.3)

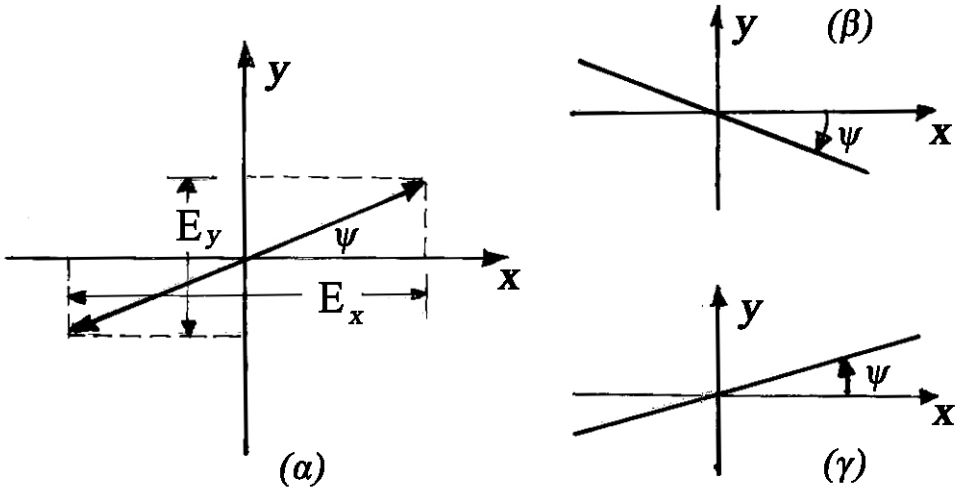
ενεργού υλικού και για $k_R < k_L$. Μπορούμε να υπολογίσουμε το αζιμούθιο (δηλ. τη γωνία στροφής) ψ, από την εφαπτομένη της κλίσης του γραμμικά πολωμένου

φωτός, σε σχέση με τον άξονα x (Σχ. 5.9.1.4α). Πράγματι από τη γνωστή σχέση: $\tan\psi = \dfrac{E_y}{E_x}$ και τη (σχ. 5.9.1.5) θα έχουμε:

$$E_x = E_0 \cos\frac{(k_R - k_L)z}{2} \quad \text{και} \quad E_y = E_0 \sin\frac{(k_R - k_L)z}{2}$$

οπότε βρίσκουμε: $\tan\psi = \dfrac{\sin(k_R - k_L)z/2}{\cos(k_R - k_L)z/2} = \tan\left[(k_R - k_L)z/2\right]$. Άρα τελικά:

$$\psi = \frac{(k_R - k_L)}{2} z \tag{5.9.1.6}$$



(Σχ. 5.9.1.4)

και επειδή: $\begin{cases} n_R = \lambda_0/\lambda_R \Rightarrow k_R = 2\pi/\lambda_R = (2\pi/\lambda_0)n_R \\ n_L = \lambda_0/\lambda_L \Rightarrow k_L = 2\pi/\lambda_L = (2\pi/\lambda_0)n_L \end{cases}$

$$\psi = \frac{\pi z}{\lambda_0}(n_R - n_L) \tag{5.9.1.7α}$$

Όταν τώρα $n_R < n_L \ (\upsilon_R > \upsilon_L) \Rightarrow \psi < 0$ (Σχ. 5.9.1.4β), το επίπεδο πόλωσης περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού για φως που διαδίδεται προς τα εμάς. Τη φορά αυτή τη θεωρούμε θετική (δεξιόστροφη). Όταν τώρα $n_R > n_L \ (\upsilon_R < \upsilon_L) \Rightarrow \psi > 0$ (Σχ. 5.9.1.4γ), το επίπεδο πόλωσης περιστρέφεται αντίθετα της φοράς των δεικτών του ρολογιού για φως που διαδίδεται προς τα εμάς. Τη φορά αυτή τη θεωρούμε αρνητική (αριστερόστροφη). Η σχέση:

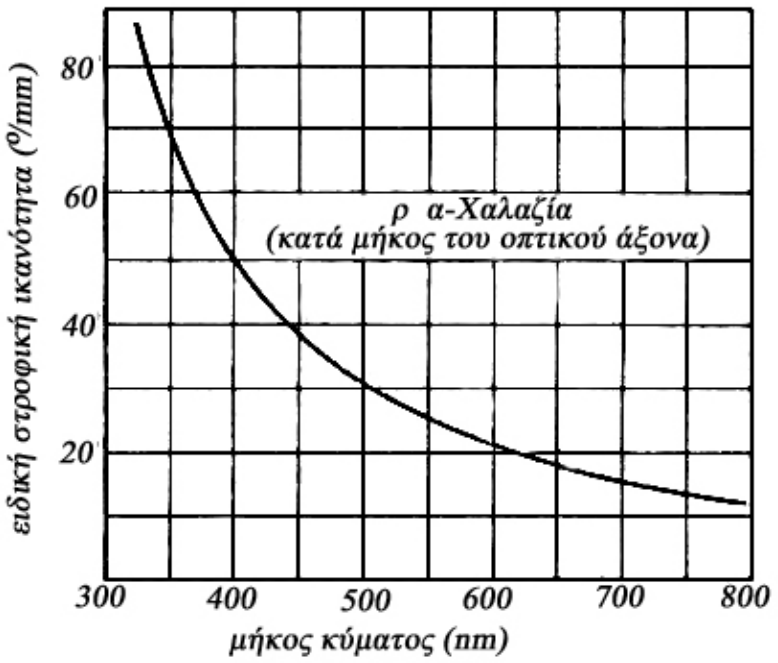
$$\rho = \frac{\psi}{z} = \frac{\pi}{\lambda_0}\left(n_R - n_L\right) \qquad (5.9.1.8\alpha)$$

που μας δίνει τη γωνία στροφής ανά μονάδα μήκους στο εσωτερικό ενός υλικού, ονομάζεται ***ειδική στροφική ικανότητα (specific rotatory power)***. Όπως αποδεικνύεται και πειραματικά η ρ εξαρτάται από το μ.κ. του φωτός δηλ. εμφανίζει διασκεδασμό. Στον (Πίν. 5.9.1.5) δίνονται οι τιμές των ρ του α-Χαλαζία (για διάδο-

λ(nm)	ρ($^0/$mm)	λ(nm)	ρ($^0/$mm)	λ(nm)	ρ($^0/$mm)	λ(nm)	ρ($^0/$mm)
226.5	201.9	404.6	48.94	508.5	29.72	670.7	16.53
250.3	153.9	435.8	41.54	546.0	25.53	728.1	13.92
303.4	95.02	447.8	35.60	589.2	21.72	794.7	11.58
340.3	72.45	486.1	32.76	643.8	18.02		

(Πίν. 5.9.1.5)

ση κατά μήκος του οπτικού του άξονα) για διάφορα μ.κ. και στο (Σχ. 5.9.1.6) η



(Σχ. 5.9.1.6)

αντίστοιχη καμπύλη διασκεδασμού $\rho(\lambda)$.

Σημείωση

Η αζιμουθιακή γωνία στροφής ψ του επιπέδου πόλωσης είναι αρνητική ($\psi < 0$) όταν $n_R < n_L \left(\upsilon_R > \upsilon_L\right)$ (σχ. 5.9.1.7α). Στη διεθνή όμως βιβλιογραφία πολλές φορές ζητείται η γωνία αυτή να προκύπτει θετική (όταν δηλ. έχουμε δεξιόστροφη περιστροφή για το φως που έρχεται προς τα εμάς). Για το λόγο αυτό η (σχ. 7.1.7α) θα πρέπει να γραφεί:

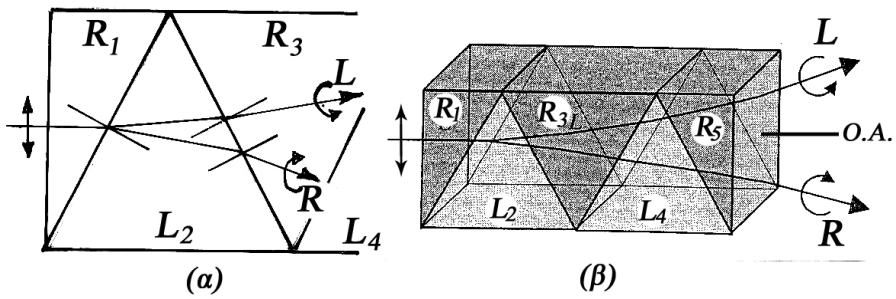
$$\psi = \frac{\pi z}{\lambda_o}\left(n_L - n_R\right) \qquad (5.9.1.7\beta)$$

Το ίδιο ακριβώς ισχύει και για την ειδική στροφική ικανότητα. Οπότε η (σχ. 5.9.1.8α) γράφεται:

$$\rho = \frac{\pi}{\lambda_o}\left(n_L - n_R\right) \qquad (5.9.1.8\beta)$$

5.9.2 *Πειραματική επιβεβαίωση της θεωρίας του Fresnel για την οπτική ενεργότητα*

Με τη βοήθεια ενός συστήματος πρισμάτων το οποίο περιγράφουμε στα επόμενα, ο Fresnel απέδειξε ότι γραμμικά πολωμένο φως είναι δυνατόν ν' αναλυθεί σε δύο κυκλικά πολωμένα μέτωπα κύματος, τα οποία έχουν αντίθετη στροφικότητα. Πρόκειται για μια αλληλουχία ορθών πρισμάτων κατασκευασμένων από κρυσταλλικό α-Χαλαζία και συγκολλημένων οπτικά μεταξύ τους όπως φαίνεται στο



(Σχ. 5.9.2.1)

(Σχ. 5.9.2.1). Τα πρίσματα διαδοχικά συντίθενται από α-Χαλαζία: 1) δεξιόστροφο(R), 2) αριστερόστροφο(L), 3) δεξιόστροφο (R) κ.ο.κ. δηλαδή από μια συστοιχία :$(R - L - R - L - R - \cdots\cdots)$. Κύριο χαρακτηριστικό είναι ότι οι οπτικοί τους άξονες είναι παράλληλοι κατά τη διεύθυνση του προσπίπτοντος φωτός.

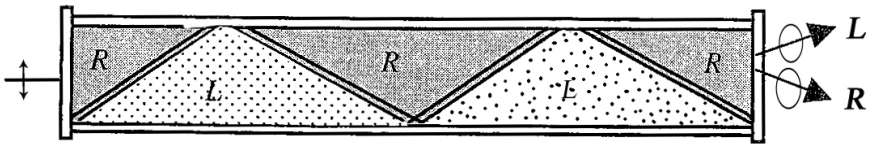
Γραμμικά πολωμένο μονοχρωματικό μετ. κύματος, το οποίο προσπίπτει κάθετα στην πλευρά του πρίσματος R_1 διαδίδεται στο εσωτερικό του με τη μορφή δύο κυκλικά πολωμένων φώτων τα οποία έχουν δ.δ. n_{R_1} και n_{L_1}. Επομένως επειδή στην ενδοεπιφάνεια μεταξύ των πρισμάτων R_1, L_2 το προσπίπτον Δ.Κ.Π. (Δεξιόστροφα Κυκλικά Πολωμένο) φως με δ.δ. n_{R_1} θα διαθλαστεί σαν Δ.Κ.Π. αλλά με δ.δ. n_{R_2} όπου $n_{R_1} < n_{R_2}$, θα συγκλίνει τελικά προς την κάθετο στην ενδοεπιφάνεια. Δηλ.

$$\left.\begin{array}{l}
\underline{\text{πρίσμα}\, R_1}\ \left(n_{R_1} < n_{L_1}\right)\ \text{αλλά}\ \left(n_{L_1} = n_{R_2}\ \text{και}\ n_{L_2} = n_{R_1}\right)^{*}\ \text{οπότε}\ \left(n_{R_1} < n_{R_2}\ \text{και}\ n_{L_2} < n_{L_1}\right) \\
\underline{\text{πρίσμα}\, L_2}\ \left(n_{R_2} > n_{L_2}\right)\ \text{αλλά}\ \left(n_{R_2} = n_{L_3}\ \text{και}\ n_{L_2} = n_{R_3}\right)\ \text{οπότε}\ \left(n_{R_2} > n_{R_3}\ \text{και}\ n_{L_3} > n_{L_2}\right) \\
\underline{\text{πρίσμα}\, R_3}\ \left(n_{R_3} < n_{L_3}\right)\ \text{αλλά}\cdots\ \text{κ.ο.κ.} \\
^{*}\text{(λόγω μετάβασης σε αντίθετης στροφικότητας κρύσταλλο)}
\end{array}\right\}$$

θα στραφεί προς την κάτω βάση του συστήματος των πρισμάτων. Το αντίθετο θα συμβεί με το προσπίπτον Α.Κ.Π. (Αριστερόστροφα Κυκλικά Πολωμένο) φως δ.δ. n_{L_1} το οποίο διαθλώμενο στο πρίσμα L_2 θ' απομακρυνθεί από την κάθετο στην ενδοεπιφάνεια επειδή $n_{L_1} > n_{L_2}$. Δηλ. θα στραφεί προς την πάνω βάση του συστήματος των πριμάτων. Επομένως τα δύο φώτα Δ.Κ.Π. και Α.Κ.Π., θα συνεχίσουν να διαδίδονται στο εσωτερικό του πρίσματος L_2 με μια κλίση μεταξύ τους.

Στην ενδοεπιφάνεια μεταξύ των πρισμάτων L_2 και R_3 θα συμβεί το εξής: Το προσπίπτον Δ.Κ.Π. φως με δ.δ. n_{R_2} θα διαθλαστεί σαν Δ.Κ.Π. αλλά με δ.δ. n_{R_3} όπου $n_{R_2} > n_{R_3}$. Επομένως θ' αποκλίνει από την κάθετη στην ενδοεπιφάνεια και θα συνεχίσει να στρέφεται προς την κάτω βάση του πρίσματος. Το αντίθετο θα συμβεί με το προσπίπτον Α.Κ.Π. φως με δ.δ. n_{L_2}, το οποίο διαθλώμενο στο πρίσμα R_3 θα συγκλείνει προς την κάθετη επειδή $n_{L_3} > n_{L_2}$. Δηλ. θα συνεχίσει να στρέφεται προς την πάνω βάση του συστήματος των πρισμάτων. Σαν τελικό αποτέλεσμα θα έχουμε την αύξηση του γωνιακού ανοίγματος μεταξύ της Α.Κ.Π. και της Δ.Κ.Π. διαταραχής. Η διαδικασία συνεχίζεται η ίδια μέχρις ότου από την έξοδο του συστήματος αναδυθούν υπό συγκεκριμένη γωνία δύο επίπεδα κυκλικά πολωμένα μέτ. κύματος αντίθετης στροφικότητας. Το γεγονός αυτό διαπιστώνεται πειραματικά με τη βοήθεια ενός πλακιδίου καθυστέρησης $\lambda/4$ και ενός αναλυτή. Μετά την παρεμβολή του $\lambda/4$ σ' οποιαδήποτε από τις δύο δέσμες και την περιστροφή του αναλυτή, διαπιστώνουμε πλήρη κατάσβεση του φωτός. Οι σχετικές θέσεις μεταξύ των αξόνων

διέλευσης του αναλυτή και του ταχύ άξονα του πλακιδίου $\lambda/4$ (σε γωνία μεταξύ τους 45^0) θα μας αναδείξει το είδος της στροφικότητας.



(Σχ. 5.9.2.2)

Με μια παραπλήσια διάταξη (Σχ. 5.9.2.2), είναι δυνατόν να επιτύχουμε την ανάλυση γραμμικά πολωμένου φωτός σε δύο αντίθετης στροφικότητας κυκλικά πολωμένα με τη βοήθεια οπτικά ενεργών υγρών ή διαλυμάτων. Τα τελευταία εισάγονται με την R ή L σύνθεσή τους σε γυάλινα πρισματικής μορφής δοχεία, με διάταξη πανομοιότυπη αυτής του συστήματος του (Σχ. 5.9.2.1).

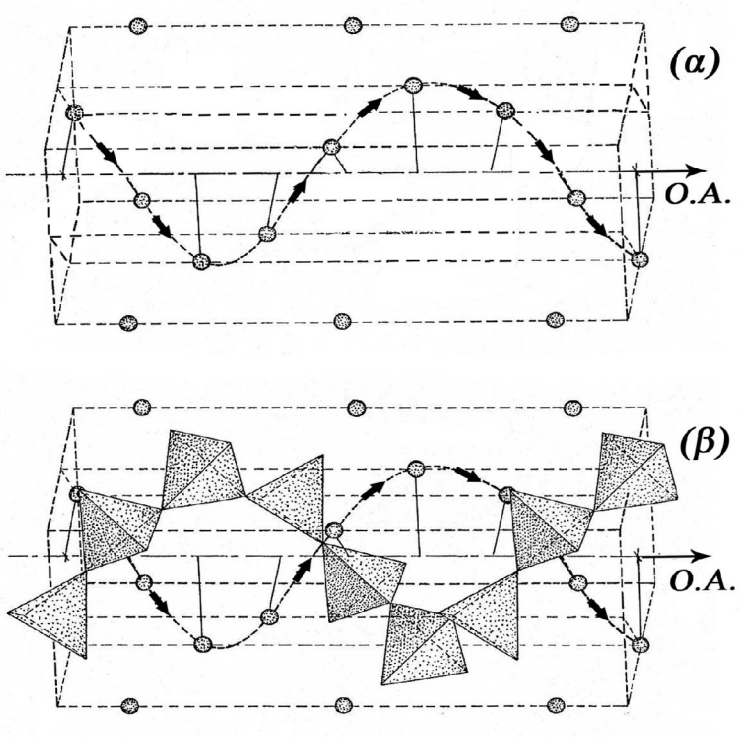
5.9.3 *Φυσική ερμηνεία της οπτικής ενεργότητας για τα ανόργανα κρυσταλλικά υλικά*

Οι κρύσταλλοι του α-Χαλαζία και της Ζάχαρης

Στον κρύσταλλο του α-Χαλαζία έχουμε ήδη αναφερθεί στις (§ 5.7.3,4) κατά τη διαδικασία της μελέτης της διπλής διάθλασης του φωτός. Δύο από τους πολυμορφικούς τρόπους εμφάνισής των Χαλαζιών είναι: α) Ο προαναφερόμενος α-quartz, ο λεγόμενος χαμηλής θερμοκρασιακής σύνθεσης α-Χαλαζίας, που αναπτύσσεται κάτω από τη θερμοκρασία των 575^0C. Κρυσταλλώνεται στο τριγωνικό σύστημα στην ομάδα συμμετρίας σημείου (32) και β) Ο β-quartz, ο λεγόμενος υψηλής θερμοκρασιακής σύνθεσης Χαλαζίας που αναπτύσσεται μεταξύ των θερμοκρασιών $575^0 - 870^0$C και κρυσταλλώνεται στο εξαγωνικό σύστημα στην ομάδα συμμετρίας (622) . Τα είδη αυτών των Χαλαζιών μπορούν να βρεθούν στη δεξιόστροφη (R) και την αριστερόστροφη (L) μορφή τους.

Στους κρυστάλλους αυτούς η διάταξη των μορίων του Si και του O στο χώρο, αποτελείται κατά τα γνωστά από ικριώματα σχηματισμών ισοπλεύρων τετραέδρων $\left(SiO_4^{4-}\right)$. Δηλ. το κέντρο του τετραέδρου καταλαμβάνεται από το άτομο του Πυριτίου και οι κορυφές του από άτομο Οξυγόνου. Τα τετράεδρα ανά δύο μοιράζονται ένα κοινό άτομο Οξυγόνου. Στο (Σχ. 5.9.3.1β) γίνεται εμφανής η σπειρο-

ειδής διάταξη των τετραέδρων από αριστερά προς τα δεξιά (κατά μήκος του οπτικού άξονα του κρυστάλλου) για την περίπτωση που ο τελευταίος είναι οπτικά δεξιόστροφος (R). Στο (Σχ. 5.9.3.1α) εμφανίζονται μόνο τα άτομα του Πυριτίου για



(Σχ. 5.9.3.1)

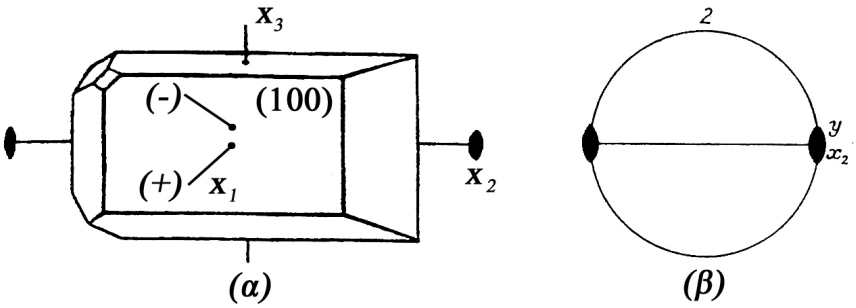
ν' αναδείξουν με μεγαλύτερη έμφαση τον τρόπο που περιελίσσονται στο εσωτερικό του κρυστάλλου. Επομένως μπορούμε να δούμε ότι οι οπτικά ενεργοί κρύσταλλοι συνίστανται από ένα σύστημα στρωμάτων ατόμων, τα οποία συστρέφονται ελαφρά κατά μία φορά καθώς μεταβαίνουν από το ένα στο άλλο έτσι που να δημιουργούν σπείρες γύρω από τον οπτικό τους άξονα. Στους δεξιόστροφους (R) (dextro - rotatory) κρυστάλλους, τα στρώματα περιελίσσονται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού γύρω από τον οπτικό τους άξονα. Ενώ στους αριστερόστροφους (L) (levo - rotatory) κρυστάλλους περιελίσσονται αντίθετα της φοράς των δεικτών του ρολογιού.

Αναφερόμαστε στα επόμενα σε ένα ακόμα παράδειγμα, που αφορά την οπτική ενεργότητα που εμφανίζει η φυσική ζάχαρη (sucrose). Έχει χημικό τύπο $C_{12}H_{22}O_{11}$ και από κρυστάλλωσή της σε διάλυμα νερού μπορούν να προκύψουν ευμεγέθεις κρύσταλλοι (Εικ. 5.9.3.2). Κρυσταλλώνεται στο μονοκλινές σύστημα στην τάξη (2) και διαθέτει μόνο ένα άξονα συμμετρίας δεύτερης τάξης. Η ιδανική μορφή του κρυστάλλου (ολοεδρική) φαίνεται στο (Σχ. 5.9.3.3α). Επομένως είναι

διάξονας διπλοθλαστικός κρύσταλλος (δηλ. διαθέτει δύο οπτικούς άξονες) και όπως αποδεικνύεται είναι και οπτικά ενεργός όχι μόνο στην κρυσταλλική του μορ-

(Εικ. 5.9.3.2)

φή αλλά και σε διάλυματα. Το επίπεδο που βρίσκονται οι δύο οπτικοί του άξονες είναι κάθετο στον άξονα δεύτερης τάξης. Ένας από τους οπτικούς του άξονες είναι συνήθως κάθετος στο επίπεδο (100). Ο άλλος είναι σε γωνία $2V = 45^0 50'$ από



(Σχ.5.9.3.3)

το θετικό άκρο του άξονα x_3 για το φως της λυχνίας Na. Οι κρύσταλλοι της ζάχαρης έχουν δεξιόστροφη οπτική ενεργότητα $\rho = +22^0/\text{mm}$ κατά μήκος του πρώτου οπτικού άξονα και αριστερόστροφη $\rho = -6.4^0/\text{mm}$ κατά μήκος του δεύτερου άξονα για το φως του Na. Σε διάλυμα όμως η φυσική ζάχαρη εκδηλώνει δεξιόστροφη μόνο οπτική ενεργότητα.

Ο (Πίν. 5.9.3.4) μας δίνει την οπτική ενεργότητα ορισμένων επιπλέον κρυσταλλικών υλικών (για φως της λυχνίας του $\text{Na}: \lambda = 589.2\text{nm}$), κατά μήκος των οπτικών τους αξόνων.

Υλικό	$\rho\left[{}^{0}/\text{mm}\right]$
HgS (Κυνάβαρι)	+32.5
Lead hyposulfate	+5.5
Potassium hyposulfate	+8.4
α-Quartz	+21.684
$NaBrO_3$	+2.8
$NaClO_3$	+3.13

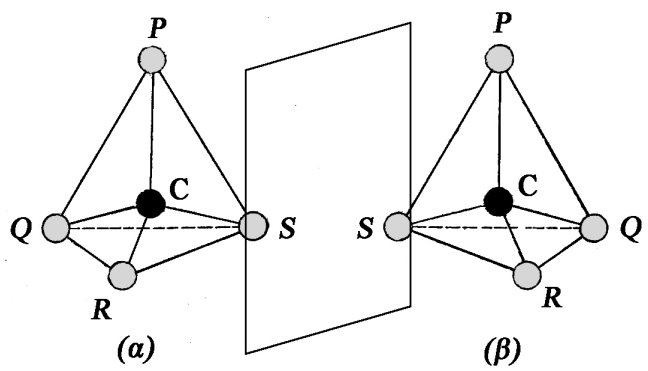
(Πίν. 5.9.3.4)

5.9.4 *Φυσική ερμηνεία της οπτικής ενεργότητας για τα υγρά και τα διαλύματα. Ισομερισμός των μορίων*

Στην περίπτωση των υγρών και διαλυμάτων ουσιών – τα περισσότερα των οποίων είναι οργανικά υλικά – η οπτική ενεργότητα οφείλεται στη μοριακή τους δομή. Δηλ. στο με ποιόν τρόπο είναι διευθετημένα τα άτομα στο εκάστοτε μόριο. Πράγματι αποδεικνύεται ότι τέτοιου είδους μόρια, εκδηλώνουν κάποιου είδους ασυμμετρίες. Όπως λοιπόν στην περίπτωση των κρυστάλλων του α-Χαλαζία διακρίνουμε αριστερόστροφους και δεξιόστροφους, με τον ίδιο τρόπο και τα μόρια ενός ορισμένου αριθμού ουσιών διακρίνονται σε αριστερόστροφα και δεξιόστροφα. Όπως θα εξετάσουμε στα επόμενα, το εναντιομορφικό αυτό φαινόμενο στην περίπτωση των μορίων, ονομάζεται ***οπτικός ή κατοπτρικός ισομορφισμός (optical or mirror isomorphism)***. Επομένως υγρά ή διαλύματα που συντίθενται αποκλειστικά από R ή L μόρια ή προεξάρχει ποσοτικά ένας τύπος μορίων σε σχέση με τον άλλο, εμφανίζουν στροφή του επιπέδου πόλωσης προσπίπτοντος Γ.Π.Φ. κατά τη διάδοση διά μέσου τους, δηλ. οπτική ενεργότητα.

Ο L. Pasteur το 1860 δέχτηκε ότι το αίτιο της οπτικής ενεργότητας που εμφανίζουν τα υγρά είναι η λεγόμενη ***μοριακή δισυμμετρία (molecular disymmetry).*** Η ιδέα της δισυμμετρίας αναφέρεται στο γεγονός ότι ένα μοντέλο (π.χ. ένα μόριο που αποτελείται από ένα αριθμό ατόμων), δεν είναι δυνατόν να ταυτιστεί με το κα-

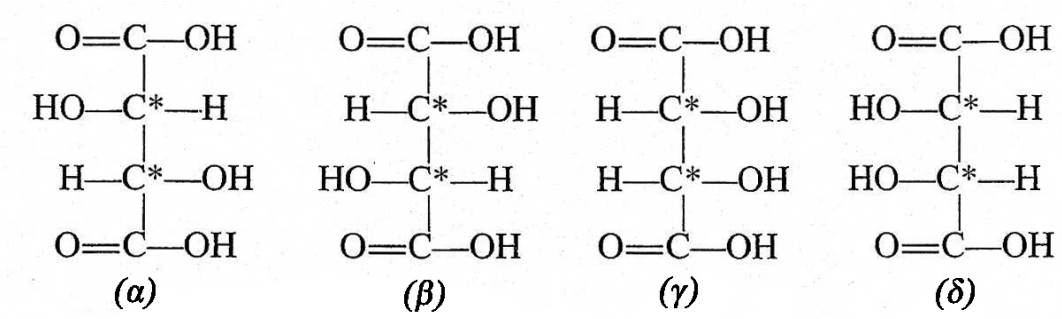
τοπτρικό του απλά με μια υπέρθεση. Ένα κλασσικό παράδειγμα αυτού του είδους 'συμμετρίας' είναι ο κατοπτρισμός του αριστερού μας χεριού από ένα επίπεδο κάτοπτρο (βλ. Κεφ. 3: Γεωμ. Οπτική (Εικ. 3.2.1.6). Τότε το είδωλο του παριστάνει το δεξιό μας χέρι, αλλά αντικείμενο και είδωλο δεν είναι δυνατόν να ταυτιστούν με απλή υπέρθεση. Σε μια τέτοιου είδους συμμετρία είναι σαφές ότι δεν περιλαμβάνονται στοιχεία συμμετρίας δεύτερης τάξης όπως: Επίπεδα συμμετρίας, άξονες περιστροφής, κέντρα συμμετρίας κ.λ.π. τα οποία καθορίζουν τις ***συμμετρίες σημείου*** της Κρυσταλλογραφίας. Ούτε όμως η δισσυμμετρία θα πρέπει να ταυτίζεται με την κατάσταση της ***ασυμμετρίας (asymmetry)***, δηλ. την παντελή απουσία συμμετρίας.
Ο Van't Hoff το 1875 ανέπτυξε την ιδέα του L. Pasteur και πρότεινε το εξής: Η οπτική ισομορφία (εδώ δισυμμετρία), εμφανίζεται σε μοντέλα μορίων που τέσσερα άτομα (ή πιο σύνθετες ομάδες ατόμων) καταλαμβάνουν ανά μία τις κορυφές τετραέδρου και το κέντρο του καταλαμβάνεται από άτομο Άνθρακα. Το άτομο αυτό ονομάζεται ασύμμετρο άτομο Άνθρακα. Δηλ. υφίστανται δεσμοί μεταξύ του τετρασθενούς Άνθρακα και των άλλων ατόμων ή ομάδων στις κορυφές του τετραέδρου. Τέτοιου είδους συστήματα εμφανίζουν δισυμμετρία όπως σαφώς μπορεί να φανεί στο (Σχ. 5.9.4.1). Εκεί το κάθε άτομο του Άνθρακα C περιβάλλεται από τέσσερα διαφορετικά άτομα (ή ομάδες ατόμων) τα P, Q, R, S. Στο (Σχ. 5.9.4.1α) τα Q, R, S διευθετούνται κατά φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Ενώ στο (Σχ. 5.9.4.1β) διευθετούνται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού όπως τα βλέπουμε κατά μήκος του άξονα PC. Αν τώρα παρατηρούμε κατά μήκος του QC, τα άτομα R, S, P και πάλι θα ιδωθούν να διανύονται στις δύο περιπτώσεις κατ' αντίθετη φορά. Κάτω από αυτές τις συνθήκες τα δύο μόρια εμφανίζουν κατοπτρική συμμετρία. Άρα θα υφίστανται μόρια R και L.



(Σχ. 5.9.4.1)

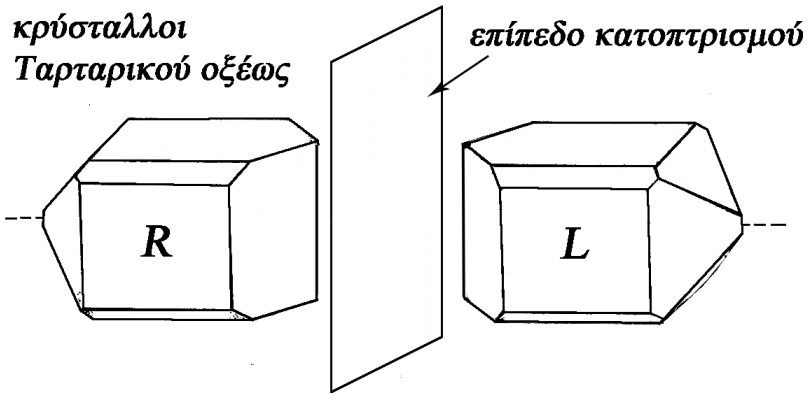
Ένα κλασσικό παράδειγμα αποτελούν τα μόρια του Ταρταρικού οξέος (Tartaric acid)(Σχ. 5.9.4.2). Το τελευταίο περιλαμβάνει δύο ασύμμετρα άτομα Άν-

θρακα $\left(C^*\right)$ και το καθένα του, συνδέεται με το όμοιό του και με τρεις ανόμοιες ομάδες $\left(H, OH, COOH\right)$. Το Ταρταρικό οξύ εμφανίζεται σε τέσσερεις διαφορετικές μορφές από τις οποίες οι δύο (Σχ. 5.9.4.2α,β) είναι οπτικά ενεργές (αριστερόστροφη και δεξιόστροφη) σε διαλύματα. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με την κρυσταλλική τους μορφή. Η ανάδειξη της οπτικής ενεργότητας του Ταρταρικού οξέος



(Σχ. 5.9.4.2)

έγινε από τον L.Pasteur κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής του διατριβής. Ο δισύμμετρος χαρακτήρας των δύο μορφών του Ταρταρικού οξέος γίνεται ακόμα πιο έντονος στην περίπτωση της σύνθεσης ενός άλατός του που ονομάζεται διπλοταρταρικό νάτριο – αμμώνιο(double tartarate of sodium and ammonium). Για να παρασκευαστεί το τελευταίο ο όξινος δεσμός $\left(COOH\right)$ ουδετεροποιείται από αμμωνία και ο άλλος από νάτριο. Δηλ. η μία καρβοξυλική ρίζα οριοθετείται από



(Σχ. 5.9.4.3)

ένα ιόν $\left(NH_4^+\right)$ και η άλλη από το ιόν του $\left(Na^+\right)$. Η κρυστάλλωση διαλύματος του τελευταίου, μπορεί να δώσει μικρούς αλλά εξαιρετικής ανάπτυξης κρυστάλλους αριστερόστροφους και δεξιόστροφους (Σχ. 5.9.4.3), που έχουμε τη δυνατότητα να

τους διακρίνουμε μεταξύ τους. Ο L.Pasteur με τη βοήθεια μικροσκοπίου κατόρθωσε να ξεχωρίσει τους αριστερόστροφους από τους αντίστοιχους δεξιόστροφους. Κατόπιν με διάλυση των τελευταίων, κατόρθωσε να παρασκευάσει διαλύματα τα οποία είχαν καθαρά δεξιόστροφο ή αριστερόστροφο χαρακτήρα.

Ανάμιξη ίσων ποσοτήτων αριστερόστροφου και δεξιόστροφου διαλύματος, δημιουργούν τα λεγόμενα ***ρακεμικά (racemic) μίγματα*** τα οποία δεν εμφανίζουν οπτική ενεργότητα. Μια αξιόλογη παρατήρηση του L.Pasteur – που στην ειδικότητα ήταν βιολόγος – οδήγησε κατά τα γνωστά στην ανακάλυψη των αντιβιοτικών. Επρόκειτο για την ανάπτυξη σε ρακεμικό μίγμα του διπλοταρταρικού νάτριο – αμμωνίου μιας αποικίας του penicillium glaurum. Το τελευταίο κατάστρεφε συστηματικά τα δεξιόστροφα στοιχεία του μίγματος αφήνοντας ανέγγιχτα τα αριστερόστροφα.

Γενικά η τεχνική παρασκευή ενός οργανικού συστατικού οδηγεί στην ισόποση ύπαρξη αριστερόστροφων και δεξιόστροφων μορίων. Κατά συνέπεια το συστατικό θα είναι (σαν υγρό, αέριο ή μίγμα) οπτικά ανενεργό. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και για τα οργανικά υλικά τα οποία συντίθενται στη φύση. Είδαμε στην (§ 5.9.3) ότι η φυσική ζάχαρη (sucrose), σαν διάλυμα εμφανίζει μόνο δεξιόστροφη

Υλικό	$\rho\left[{}^{0}/\mathrm{dm}\right]$
Amyl alcohol	-5.7
Camphor	+70.33
Nicotine	-162
Menthol	-49.7
Turpentine	-49.7

(Πίν. 5.9.4.4)

οπτική ενεργότητα. Η ιδιότητα αυτή είναι ανεξάρτητη από το αν η ζάχαρη προέρχεται από ζαχαροκάλαμα τεύτλα ή από αλλού. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με τα αμινοξέα (amino acids) που αποτελούν τη βάση σύνθεσης των πρωτεϊνών (proteins). Αποδεικνύεται πειραματικά ότι από τα είκοσι αμινοξέα εκτός του ενός (της γλυκίνης-glycine) που τα μόριά της δεν εμφανίζουν εναντιομορφία, τα υπόλοιπα είναι αριστερόστροφα. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι αν από οποιοδήποτε οργανικό συστατικό (από άνθρωπο, ζώο, έντομο κ.λπ.) απομονωθεί ένα από αυτά τα αμινοξέα, θα είναι αριστερόστροφο. Μια σημαντική εξαίρεση αποτελούν τα αντιβι-

οτικά όπως π.χ. η πενικιλίνη, τα οποία διαθέτουν ένα αριθμό δεξιόστροφων αμινοξέων. Μάλιστα στο γεγονός αυτό οφείλεται και η καταστροφή που προκαλεί η πενικιλίνη στα βακτηρίδια. Τελικά από τα όσα αναφέραμε στην παράγραφο αυτή, διαπιστώνουμε ότι το φαινόμενο της οπτικής ενεργότητας, παίζει σημαντικό ρόλο σε κλάδους της επιστήμης όπως η Κρυσταλλοφυσική, η Κρυσταλλογραφία, η Στερεοχημεία, η Βιολογία κ.λ.π.

Υλικό	Διαλύτης	$\rho\left[{}^{0}/\mathrm{dm}\right]$
Camphor	Alcohol	+54.4
Camphor	Benzene	+56
Camphor	Ether	+57
Galactose	Water	+83.9
d-Glucose (dextrose)	Water	+52.5
l-Glucose	Water	-51.4
Lactose	Water	+52.4
Maltose	Water	+138.48
Nicotine	Water	-77
Nicotine	Benzene	-164
Sucrose	Water	+66.412

(Πίν.5.9.4.5)

Στον (Πίν. 5.9.4.4) παρατίθενται οι ειδικές στροφικές ικανότητες ορισμένων υγρών. Για τα υγρά και τα μίγματα όπως και για τα αέρια, λόγω της μικρής τιμής της στροφικής τους ικανότητας ανά mm η τελευταία δίνεται ανά 10cm. Επίσης στον (Πίν. 5.9.4.5) παρατίθενται οι ειδικές στροφικές ικανότητες ορισμένων ουσιών στους αντίστοιχους διαλύτες τους.

5.9.5 *Ένα απλοποιημένο μοντέλο ερμηνείας της οπτικής ενεργότητας, με βάση τη δισυμμετρία των μορίων*[*]

Στην (§ 5.6.1) αναφερθήκαμε στο μοντέλο του μηχανικού ταλαντωτή Lorentz. Δηλ. στην υπόθεση ότι το ηλεκτρονικό νέφος ενός ατόμου μπορεί να ταλαντωθεί σε σχέση με τον υποτιθέμενο ακίνητο πυρήνα του, εφόσον υποστεί την επί-

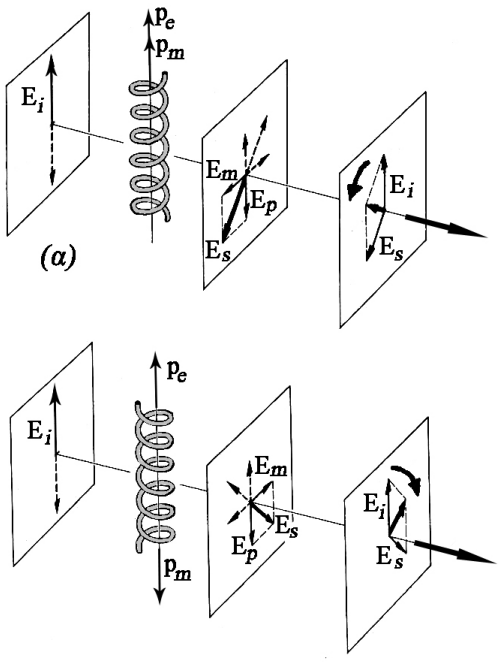
[*] E. Hecht: 'Optics' Addison-Wesley (Third Ed.) Ch.8.

δραση εξωτερικού πεδίου. Στην περίπτωση της ελαστικής σκέδασης, θα έχουμε επανεκπομπή της ακτινοβολίας. Ανάλογα με το αν το υλικό είναι ισότροπο ή ανισότροπο τα 'ελατήρια' ως προς x, y, z που 'συγκρατούν' το ηλεκτρονικό νέφος με τον πυρήνα θα έχουν την ίδια ή διαφορετικές σταθερές. Με τη βοήθεια αυτών των μοντέλων ερμηνεύσαμε το φαινόμενο της διάδοσης του φωτός με σταθερή ταχύτητα προς οποιαδήποτε διεύθυνση στο εσωτερικό των ισοτρόπων υλικών, καθώς και το φαινόμενο της διπλής διάθλασης στα ανισότροπα υλικά (δηλ. τους κρυστάλλους). Μια επιπλέον υπόθεση την οποία μπορούμε να κάνουμε για την περίπτωση των οπτικά ενεργών υλικών είναι η εξής: Τα ηλεκτρόνια των μορίων τους λόγω της δισυμετρίας, αναγκάζονται να κινηθούν εξ αιτίας του εξωτερικά δρώντος ταλαντούμενου πεδίου κατά μήκος τροχιών, που με κάποιο τρόπο θα είναι ελικοειδής. Δηλ. το φορτίο εκτός της γραμμικής του ταλάντωσης, εκτελεί συγχρόνως και μια περιστροφική κίνηση καθιστώντας 'αγώγιμη' την ελικοειδή του τροχιά.

Υποθέτουμε ότι Γ.Π.Φ. έντασης $\mathbf{E}_i$ πέφτει σ' ένα τέτοιο άτομο (Σχ. 5.9.5.1α) και θέτει το ηλεκτρονικό νέφος σε ταλάντωση κατά μήκος της υποτιθέμενης σπείρας που είναι παράλληλη με το ηλεκ. πεδίο. Κατά τα γνωστά στο δίπολο αναπτύσσεται μια αρμονική ηλεκ. διπολική ροπή $\mathbf{p}_e(t)$ παράλληλη με τον άξονα της σπείρας. Σαν επακόλουθο θα έχουμε επανεκπομπή ακτινοβολίας (λόγω απορρόφησης ποσοστού της προσπίπτουσας) και έστω ότι $\mathbf{E}_p$ είναι αυτό το πεδίο ($\mathbf{E}_p \sim -\mathbf{p}_e(t)$(βλ. Κεφ.2: Η/Μ Κύματα (§2.2.3) (σχ. 2.2.3.5)) Επιπλέον όμως λόγω της σπειροειδούς κίνησης του ηλεκτρονικού νέφους θα έχουμε και την ανάπτυξη ταλαντούμενου μαγνητικού πεδίου του οποίου η μαγνητική διπολική ροπή $\mathbf{p}_m(t)$ έχει τη διεύθυνση του άξονα της σπείρας. Ταλαντούμενο όμως μαγνητικό πεδίο, αναπτύσσει κάθετα προς την $\mathbf{p}_m(t)$ ηλεκτρικό πεδίο $\mathbf{E}_m$. Επομένως το συνολικό ηλεκτρ. πεδίο της επανεκπεμπόμενης από το άτομο ακτινοβολίας θα είναι το $\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_m$. Η διεύθυνση όμως αυτού του πεδίου δεν θα είναι η ίδια με αυτήν του προσπίπτοντος πεδίου $\mathbf{E}_i$.

Η διεύθυνση του πεδίου $\mathbf{E}_m$ άρα και του $\mathbf{E}_s$ θα εξαρτώνται από το αν (για οποιαδήποτε χρονική στιγμή) τα διανύσματα $\mathbf{p}_m(t)$ και $\mathbf{p}_e(t)$ είναι παράλληλα ή αντιπαράλληλα. Το τελευταίο βέβαια εξαρτάται από τη στροφικότητα της σπείρας (αριστερόστροφη ή δεξιόστροφη) η οποία ανάγεται τελικά στο αν τα μόρια είναι αριστερόστροφα(L) ή δεξιόστροφα(R). Το επίπεδο ταλάντωσης τελικά του συνολικά διαδιδόμενου πεδίου – με την προϋπόθεση ότι δεν έχουμε πλήρη απορρόφηση του προσπίπτοντος πεδίου $\mathbf{E}_i$ στο άτομο – θα δίνεται από τη διεύθυνση του διανύσματος $\mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i$ (Σχ. 5.9.5.1α,β). Δηλ. θα είναι ένα πεδίο στραμμένο αριστερόστροφα (Σχ. 5.9.5.1α), ή δεξιόστροφα (Σχ. 5.9.5.1β) και θα καθορίζεται από τη στροφι-

κότητα των σπειρών του μοντέλου του ατόμου. Το τελευταίο γεγονός ερμηνεύει την οπτική ενεργότητα που εμφανίζουν τέτοιου είδους άτομα. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι ίδια συλλογιστική ισχύει και για τα διαμεσολαβούντα μαγνητικά πεδία της προσπίπτουσας διαταραχής καθώς και γι' αυτά που αναπτύσσονται λόγω της ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου του διπόλου. Δηλ. σαν αποτέλεσμα θα έχουμε ένα στραμμένο κατά την ίδια γωνία (δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα) τελικό μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_s + \mathbf{B}_i$ (ορθογώνιο προς το $\mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i$) στην περιοχή της ζώνης ακτινοβολίας.



(Σχ.5.9.5.1)

Παρά το ότι η παραπάνω προτεινομένη ερμηνευτική διαδικασία είναι ανεπαρκώς τεκμηριωμένη, εντούτοις μια πειραματική προσομοίωσή της στην περιοχή των μικροκυμάτων την επιβεβαιώνει πλήρως*. Σ' ένα δοχείο με κάθετες πλευρές τοποθετήθηκε μεγάλος αριθμός από χάλκινες σούστες (σπείρες) διαμέτρου 0.5cm και μήκους 1cm σε εντελώς τυχαία διάταξη. Μεταξύ τους ήταν πλήρως μονωμένες και η στροφικότητά τους ήταν η ίδια (δηλ. όλες αριστερόστροφες ή δεξιόστροφες). Κάθετα προς τη μία έδρα του δοχείου προσέπεσε δέσμη μικροκυμάτων μ.κ. 3cm γραμμικά πολωμένη σε μία διεύθυνση. Το αποτέλεσμα έδειξε ότι στην έξοδο του δοχείου η δέσμη των μικροκυμάτων είχε υποστεί σαφή στροφή του επιπέδου πόλωσής της σε σχέση με την προσπίπτουσα.

* I. Tinoco and M. P. Freeman, 'The Optical Activity of Oriented Copper Helices' J. Phys. Chem. **61** 1196 (1975).

5.9.6 *Διπλοθλαστικότητα και οπτική ενεργότητα**

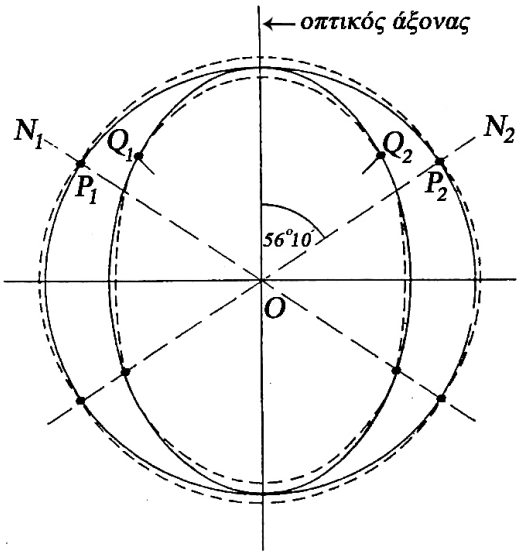
Η θεωρία της οπτικής ενεργότητας την οποία αναπτύξαμε στις προηγούμενες παραγράφους, ισχύει για ισότροπα στροφικά υλικά όπως: υγρά (και τα διαλύματά τους), αέρια, κρυστάλλους του κυβικού συστήματος καθώς και για ανισότροπα υλικά, όπου όμως η διάδοση του φωτός γίνεται κατά τη διεύθυνση του οπτικού τους άξονα. Ένας τέτοιος κρύσταλλος στον οποίο αναφερθήκαμε πολλές φορές ήταν αυτός του α-Χαλαζία. Και όπως γνωρίζουμε (βλ. § 5.7.3) πρόκειται για ένα μονοάξονα διπλοθλαστικό κρύσταλλο ο οποίος όμως είναι οπτικά ενεργός σε αντίθεση με τον κρύσταλλο του Ασβεστίτη, που είναι μεν αρνητικός διπλοθλαστικός αλλά στερείται οπτικής ενεργότητας. Γνωρίζουμε βέβαια το γεγονός ότι κατά μήκος του οπτικού τους άξονα οι διπλοθλαστικοί κρύσταλλοι δεν εμφανίζουν το φαινόμενο της διπλής διάθλασης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι ταχύτητες διάδοσης τακτικής και έκτακτης διαταραχής είναι ίδιες. Επομένως για οπτικά ενεργούς διπλοθλαστικούς κρυστάλλους στη διεύθυνση αυτή, η ταχύτητες διάδοσης του φωτός καθώς και οι καταστάσεις πόλωσης των δύο διαταραχών, θα καθορίζονται εκτός της διπλοθλαστικότητας και από την οπτική τους ενεργότητα. Το ερώτημα λοιπόν που μπορεί να τεθεί είναι το εξής: Τι ακριβώς φαινόμενα θα προκύψουν, όταν η διεύθυνση διάδοσης του φωτός στο εσωτερικό του οπτικά ενεργού και διπλοθλαστικού κρυστάλλου είναι διαφορετική από αυτήν του οπτικού άξονα. Αποδεικνύεται ότι στην περίπτωση αυτή, τα φαινόμενα της οπτικής ενεργότητας έρχονται σε 'επαλληλία' με τα της διπλοθλαστικότητας και μπορούν να θεωρηθούν σαν 'διαταραχές' πάνω στα τελευταία.

Θα περιγράψουμε εδώ ποιοτικά (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4-Η) το φαινόμενο με ένα παράδειγμα, στηριζόμενοι στον κρύσταλλο του α-Χαλαζία (§ 5.7.3,4). Πρόκειται για θετικό μονοάξονα κρύσταλλο, όπου αν θεωρήσουμε αρχικά ότι δεν είναι οπτικά ενεργός τότε οι επιφάνειες κύματος (οι λεγόμενες και επιφάνειες ταχύτητας ακτίνας βλ. (§ 5.7.4)) δίνονται στο (Σχ. 5.9.6.1) (συνεχείς γραμμές). Θ' αποτελούνται στο επίπεδο του (Ο.Α.) από ένα κύκλο ο οποίος θα περιβάλλει μία έλλειψη και θα έρχονται σε επαφή μόνο κατά μήκος του οπτικού άξονα (Ο.Α.), όπου δηλ. οι ταχύτητες ακτίνας (που στη διεύθυνση αυτή ταυτίζονται με τις ταχύτητες φάσης) είναι ίδιες. Οι κύριοι δ.δ. του είναι $n_e = 1.553$ και $n_o = 1.544$. Επομένως ο λόγος των ακτίνων των δύο επιφανειών κύματος σε διεύθυνση κάθετη στον (Ο.Α.) (βλ.Σχ. 5.7.4.6β) θα είναι:

$$\frac{R_o}{R_e} = \frac{1/n_o}{1/n_e} = \frac{n_e}{n_o} = \frac{1.553}{1.544} = 1.006$$

* J. F. Ney, ‘‘Physical Properties of Crystals’’ Oxford (1967) ch. XIV: Optical Activity.

Η συμμετοχή όμως και του φαινόμενου της οπτικής ενεργότητας στη διαμόρφωση των επιφανειών αυτών, έρχεται να διαταράξει (έστω και κατ' ολίγον) τη μορφολογία τους όπως διαπιστώνουμε από το (Σχ. 5.9.6.1) (διακεκομμένες γραμμές). Βλέπουμε (έστω κατ' αρχή) ότι κατά μήκος του (Ο.Α.) οι επιφάνειες κύματος δεν εφάπτονται πλέον. Η απόσταση μεταξύ τους οφείλεται στο ότι οι ταχύτητες διάδο-

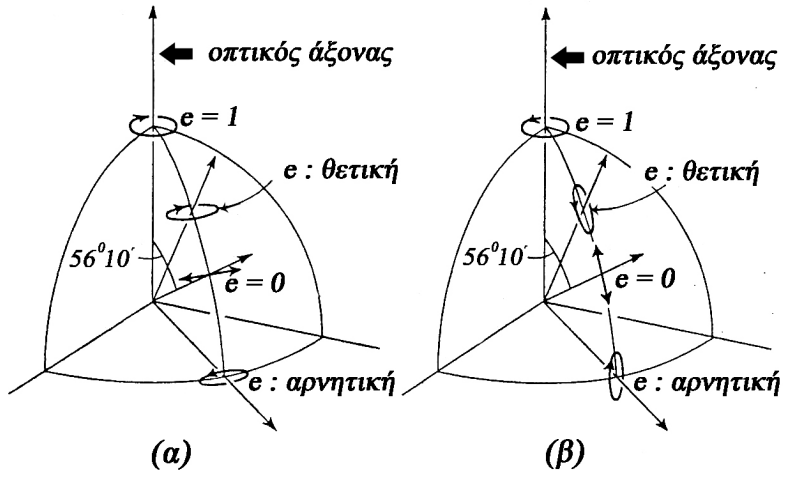


(Σχ. 5.9.6.1)

σης των δύο κυκλικά πολωμένων διαταραχών (λόγω οπτικής ενεργότητας) δεν έχουν ίδια τιμή. Κάτω από αυτές τις συνθήκες αποδεικνύεται ότι η διαφορά των δύο ακτίνων κατά μήκος του (Ο.Α.) είναι πολύ μικρή αλλά διάφορη του μηδενός (της τάξης του 5×10^{-5} της μέσης ακτίνας των R_o, R_e). Στο σχήμα για εποπτικούς λόγους η διαφορά αυτή υπερτονίζεται.

Στην ((§ 5.7.4) (Σχ. 5.7.4.1β)), πριν εισάγουμε την έννοια της οπτικής ενεργότητας, θεωρήσαμε ότι οι δύο επιφάνειες κύματος του κρυστάλλου του α-Χαλαζία (τακτική και έκτακτη) αντιπροσώπευαν την ταχύτητα διάδοσης προς κάθε διεύθυνση, των εκπεμπόμενων διαταραχών από μια σημειακή πηγή στο κέντρο του. Οι διαταραχές αυτές αποτελούνταν από δύο γραμμικά πολωμένα επίπεδα μέτωπα κύματος, ορθογώνια μεταξύ τους, που διαδίδονταν στην ίδια διεύθυνση αλλά με διαφορετικές ταχύτητες (τακτική και έκτακτη διαταραχή)(ταχύτητες διάδοσης της ενέργειας). Στην περίπτωση όμως που ο κρύσταλλος είναι οπτικά ενεργός, αποδείξαμε (και πειραματικά) ότι τουλάχιστον κατά μήκος του οπτικού του άξονα οι δύο διαταραχές είναι κυκλικά πολωμένες με διαφορετικές ταχύτητες διάδοσης καθώς και αντίθετες στροφικότητες. Αποδεικνύεται τελικά ότι στη γενικότερη περίπτωση που η διάδοση στο εσωτερικό του κρυστάλλου γίνεται προς μια τυχαία διεύθυνση

(κυματοκάθετο) ως προς τον (Ο.Α.) διαδίδονται προς τα εκεί και πάλι δύο επίπεδα μέτωπα κύματος που είναι ορθογώνια μεταξύ τους. Μόνο που η κατάσταση πόλωσής τους είναι ελλειπτική και η ταχύτητα διάδοσής τους διαφορετική. Η ελλειπτικότητα (δηλ. ο λόγος του μικρού προς τον μεγάλο άξονα) των ελλειπτικά πολωμένων καταστάσεων είναι η ίδια αλλά η στροφικότητά τους αντίθετη.



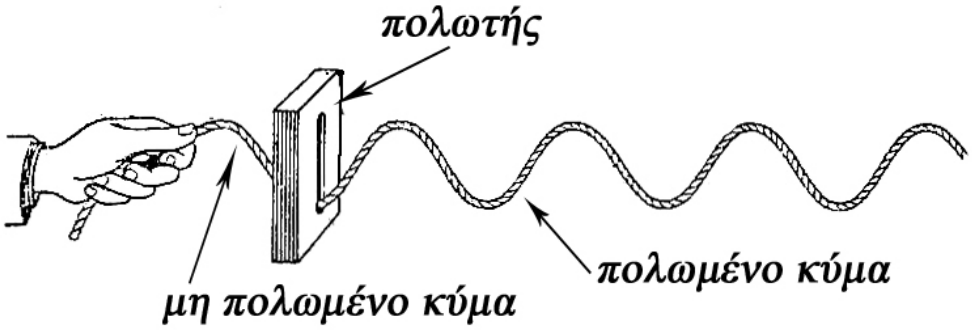
(Σχ. 5.9.6.2)

Στον α-Χαλαζία η ελλειπτικότητα e, εξαρτάται από τη γωνία που σχηματίζουν η διεύθυνση διάδοσης στο εσωτερικό του κρυστάλλου (κυματοκάθετη) και ο οπτικός του άξονας. Στο (Σχ. 5.9.6.2) δίνεται παραστατικά η ελλειπτικότητα σε διάφορες από τις προαναφερόμενες γωνίες, για την τακτική (Σχ. 5.9.6.2α) και την έκτακτη (Σχ. 5.9.6.2β) διαταραχή. Βλέπουμε ότι κατά τη διεύθυνση του (Ο.Α.) $e = 1$. Δηλ. έχουμε τις κυκλικά πολωμένες καταστάσεις. Αποδεικνύεται ότι για γωνία διάδοσης ως προς τον (Ο.Α.) $\phi = 56^0 10'$ θα είναι $e = 0$. Δηλ. μόνο προς αυτή τη διεύθυνση διάδοσης οι καταστάσεις πόλωσης των δύο ορθογωνίων διαταραχών είναι γραμμικά πολωμένα μετ. κύματος. Σε οποιαδήποτε άλλη διεύθυνση οι καταστάσεις θα είναι ελλειπτικά πολωμένες. Ποσοτικοί υπολογισμοί της ειδικής στροφικής ικανότητας, των καταστάσεων πόλωσης καθώς και των ταχυτήτων φάσης προς οποιαδήποτε διεύθυνση διάδοσης στο εσωτερικό του κρυστάλλου κατά της διεύθυνση μια κυματοκαθέτου $\mathbf{k}$, προϋποθέτει τον προσδιορισμό ενός μεγέθους G (μικρού σε μέγεθος σε σχέση με τη μονάδα). Είναι το μέτρο του λεγόμενου ***στροφικού διανύσματος*** $\mathbf{G}$ παραλλήλου προς την $\mathbf{k}$ του οποίου το μέτρο G μεταβάλλεται κατά διεύθυνση και μας δίνει το μέγεθος της οπτικής ενεργότητας (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4-Η). Εξαρτάται από το είδος του κρυστάλλου καθώς και τη συμμετρία του.

5.10 *Ανάδειξη φαινομένων που σχετίζονται με την πόλωση του φωτός*

Ένα μηχανικό ανάλογο της πόλωσης[*]

Η πόλωση του φωτός συνδέεται άμεσα με τον εγκάρσιο και διανυσματικό χαρακτήρα των διαταραχών του Η/Μ πεδίου. Θα μπορούσε κατ' αρχή ν' αναδειχθεί μέσω ενός μηχανικού ανάλογου που περιγράφεται συχνά στα κλασσικά εγχειρίδια της Γενικής Φυσικής στο κεφάλαιο της κυματικής. Το πείραμα αυτό φαίνεται στο (Σχ. 5.10.1), όπου με το χέρι μας κρατάμε ένα σχοινί που περνάει μέσα από μια



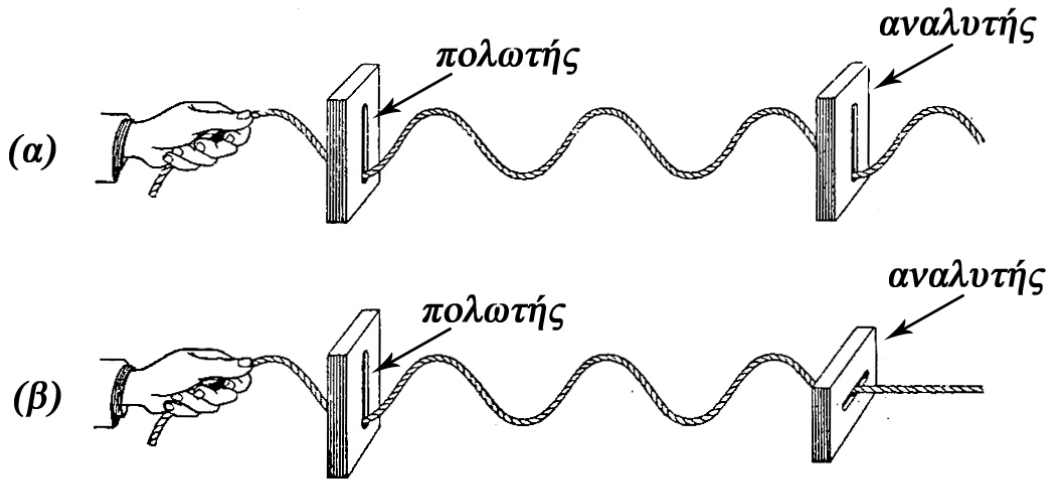
(Σχ. 5.10.1)

σχισμή ορισμένου μήκους και πλάτους, περίπου ίσου με τη διάμετρο του σχοινιού. Κουνάμε το σχοινί τυχαία προς οποιαδήποτε κατεύθυνση πάνω σ' ένα επίπεδο που είναι παράλληλο με αυτό του επιπέδου της σχισμής αλλά πάντα με την ίδια συχνότητα. Θα παρατηρήσουμε ότι ενώ πριν τη σχισμή δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε συγκεκριμένο επίπεδο πάνω στο οποίο διαταράσσεται το σχοινί, μετά από αυτήν, βλέπουμε καθαρά την αρμονική κίνησή του χωρικά και χρονικά. Επίσης ότι η κίνηση αυτή πλέον γίνεται πάνω σ' ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Το επίπεδο αυτό προσδιορίζεται από τη διεύθυνση διάδοσης και τη διεύθυνση της εγκάρσιας ταλάντωσης του σχοινιού, δηλ. περιλαμβάνει τη σχισμή και είναι κάθετο στο επίπεδό της. Η κυματική διαταραχή του σχοινιού που έχει τα παραπάνω χαρακτηριστικά ονομάζεται ***γραμμικά πολωμένη (linear polarized***) και το σύστημα της σχισμής ***πολωτής (polarizer).*** Οι ιδιότητες αυτού του διαδιδόμενου κύματος είναι δυνατόν ν' αναδειχθούν με τη βοήθεια του πειράματος που φαίνεται στο (Σχ. 5.10.2).

---

[*] Θ. Γ. Κουγιουμζέλη Σ. Γ. Περιστεράκη: 'Στοιχεία Φυσικής' Τόμ. ΙΙ Κυματική. Βιβλιοπωλείο Αθαν. Καραβία. Αθήνα 1965 Έκδ. 5η.

Εκεί, αν μετά τον πολωτή και σε μια ορισμένη απόσταση από αυτόν τοποθετήσουμε μια πανομοιότυπη σχισμή που να είναι παράλληλη με την πρώτη (Σχ. 5.10.2α), παρατηρούμε ότι η αρμονική διαταραχή του σχοινιού θα διαδίδεται ανεμπόδιστα και μετά από αυτήν. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο όταν ο προσανατολισμός της δεύτερης σχισμής είναι ορθογώνιος σε σχέση με αυτόν της πρώτης (Σχ. 5.10.2β). Τώρα βλέπουμε ότι η διαταραχή απορροφάτε τελείως, με συνέπεια πίσω από την δεύτερη σχισμή να μην διαδίδεται κύμα. Η δεύτερη σχισμή συνηθίζεται να ονομάζεται ***αναλυτής (analyzer)***.



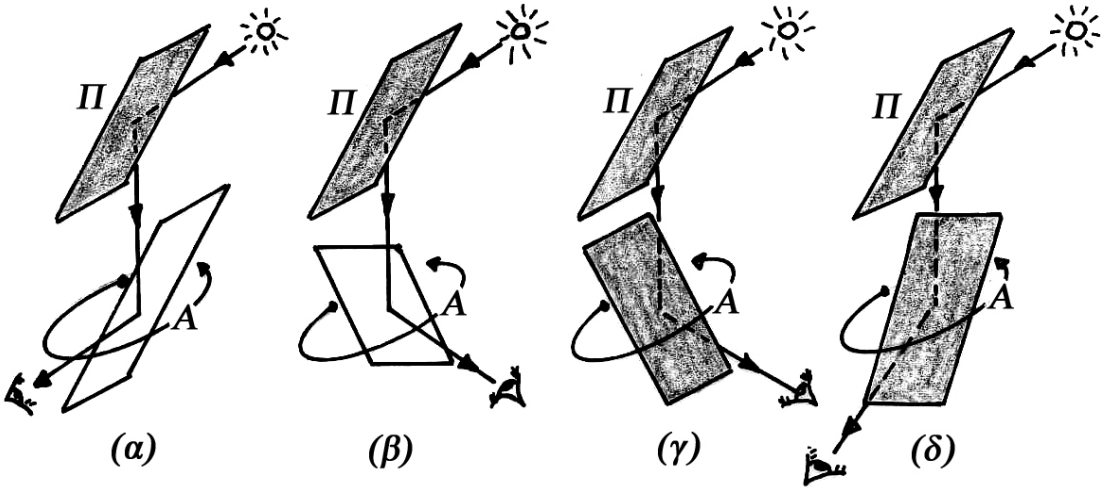
(Σχ. 5.10.2)

Την ιδιότητα αυτή της πόλωσης την έχουν και οι εγκάρσιες Η/Μ διαταραχές σε όλο το εύρος του φάσματός τους. (Ομιλούμε εδώ για τις διαταραχές της έντασης **Ε** του ηλεκτρικού πεδίου των διαδιδόμενων Η/Μ κυμάτων). Για την ορατή περιοχή του φάσματος με την οποία ασχολούμαστε, υπάρχουν φαινόμενα που αναδεικνύουν άμεσα την πόλωση του φωτός όπως το επόμενο.

Ανάδειξη της πόλωσης του φωτός με δύο επίπεδα γυαλιά

Περιγράφεται με τη βοήθεια του (Σχ. 5.10.3) και αφορά την πόλωση του φωτός από ανάκλαση πάνω σε επίπεδα κομμάτια τζαμιού (βλ.§ 5.8.1). Στο (Σχ. 5.10.3α) ηλιακό φως πέφτει στην επιφάνεια του πρώτου τζαμιού (πολωτής Π) και ανακλάται. Η ανακλώμενη δέσμη φωτός θα διαπιστώσουμε ότι είναι διαφορετική από την άποψη της πόλωσης σε σχέση με την προσπίπτουσα. Πράγματι αυτό γίνεται με τη βοήθεια ενός δευτέρου κομματιού τζαμιού (αναλυτής Α), το οποίο κατ'

αρχή (Σχ. 5.10.3α) το κρατάμε παράλληλο με το πρώτο. Στην περίπτωση αυτή τα επίπεδα πρόσπτωσης των δύο επιφανειών συμπίπτουν δηλ. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 0^0. Παρατηρούμε ότι η ανακλώμενη από την επιφάνεια (Α) έχει μια ορισμένη ένταση. Σε δεύτερη φάση περιστρέφουμε την επιφάνεια (Α) δεξιόστροφα κατά 90° έτσι ώστε τα επίπεδα πρόσπτωσης των (Π) και (Α) να είναι κάθετα μεταξύ τους. Αυτό γίνετε παρατηρώντας συνεχώς την ένταση της ανακλώμενης από τον (Α) (Σχ. 5.10.3β). Θα δούμε ότι κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας η ένταση της δέσμης συνεχώς μειώνεται μέχρις μια ελάχιστη τιμή. Αν συνεχίσουμε την περιστροφή του (Α) από $90^0 \rightarrow 180^0$ (Σχ. 5.10.3γ) μέχρις ότου τα επίπεδα πρόσπτωσης ξανατουτιστούν, παρατηρούμε ότι η ένταση της δέσμης επανέρχεται στην αρχική της τιμή. Η τελευταία θα τείνει πάλι στην ελάχιστη, όταν συνεχίσουμε την περιστροφή του (Α) από $180^0 \rightarrow 270^0$ (Σχ. 5.10.3δ).

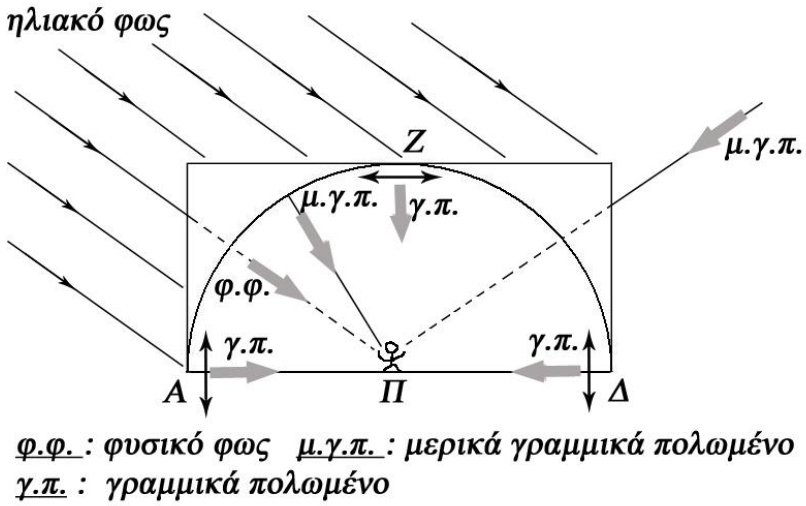


(Σχ. 5.10.3)

Αν η γωνία με την οποία πέφτει το ηλιακό φως στον (Π) είναι μία συγκεκριμένη (είναι η γνωστή γωνία Brewster), τότε τα ελάχιστα που παίρνουμε στις θέσεις (β) και (δ) είναι μηδενικά. Το πείραμα αυτό μπορεί να ερμηνευθεί στοιχειωδώς με τη βοήθεια του μηχανικού ανάλογου του (Σχ. 5.10.2) αν στο κομμάτι του τζαμιού (Π) αποδοθεί ρόλος πολωτή. Τότε μπορούμε να πούμε ότι για τυχαία προσπίπτοντα (και σε τυχαία επίπεδα ταλαντούμενα) εγκάρσια αρμονικά Η/Μ κύματα του ηλιακού φωτός, το (Π) 'επιλέγει' εκείνα που ταλαντεύονται (δηλ. είναι πολωμένα) πάνω σ' ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Η δεύτερη επιφάνεια του τζαμιού (Α) ενεργεί σαν αναλυτής όπου στις θέσεις (α) και (γ) επιτρέπει στο γραμμικά πολωμένο φως ν' ανακλαστεί ενώ στις θέσεις (β) και (δ) το αποκόπτει.

Πόλωση από σκέδαση του φωτός στην ατμόσφαιρα

Ένα άλλο κλασσικό παράδειγμα πόλωσης της Η/Μ ακτινοβολίας είναι αυτό που προέρχεται από την ελαστική σκέδαση του ηλιακού φωτός στα μόρια της ατμόσφαιρας (βλ. § 5.8.3). Αν διαθέτουμε έναν ***γραμμικό πολωτή (Polaroid)*** (βλ.§ 5.5), ή μια συστάδα γυαλιών σε επαφή (σαν πολωτή) (βλ. § 5.8.1), που ούτως ή



(Σχ. 5.10.4)

άλλως είναι εύκολα διαθέσιμα, μπορούμε να παρατηρήσουμε διά μέσου του τα εξής (Σχ. 5.10.4): Κατά τη διεύθυνση που βλέπουμε τον ήλιο (περιστρέφοντας τον πολωτή) η ένταση του φωτός δεν μεταβάλετε. Το φως αυτό είναι φυσικό. Όμως αν επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία σε διευθύνσεις αριστερά ή δεξιά ή προς τα πάνω, πάνω σε ένα επίπεδο που είναι κάθετο σε σχέση με την αρχική διεύθυνση (προς τον ήλιο), υπάρχουν θέσεις του πολωτή για τις οποίες η ένταση του διερχομένου φωτός είναι μηδενική. Δηλ. το φως που μας έρχεται από τις διευθύνσεις αυτές είναι γραμμικά πολωμένο. Σε οποιαδήποτε άλλη διεύθυνση και να δούμε, η ένταση του φωτός (κατά την περιστροφή του πολωτή) θ' αυξομειώνεται χωρίς μηδενικό ελάχιστο. Το φως αυτό είναι ***μερικά γραμμικά πολωμένο (partial linear polarized)*** (βλ. § 5.2), δηλ. ένα μίγμα γραμμικά πολωμένου και φυσικού φωτός.

Το φυσικό αυτό φαινόμενο χρησιμοποιήθηκε πολύ πρώιμα από τους Βίκινκς για την εξυπηρέτηση της ναυσιπλοΐας τους. Πράγματι ο ουρανός του βορείου Ατλαντικού (όπου οι τελευταίοι διακινούνταν) τη νύχτα συνήθως είναι καθαρός οπότε ο προσανατολισμός των πλοίων τους ήταν εύκολος με τη βοήθεια των αστερισμών. Την ημέρα όμως ο ουρανός είναι νεφοσκεπής οπότε χρειαζόταν οπωσδήποτε να εντοπίζουν τη θέση του ήλιου. Αυτό γινόταν με τη βοήθεια ενός ορυκτού που ονο-

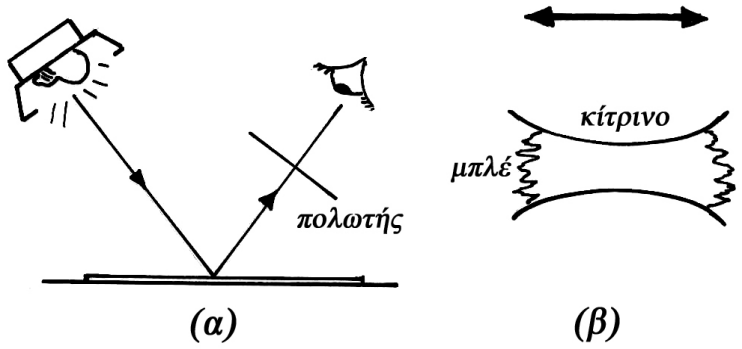
μάζεται ***Κορδιερίτης (Cordierite)***.Πρόκειται για τον κρύσταλλο με χημικό τύπο $(Mg, Fe)_2 Al_3[Si_5AlO_{18}]$ του ορθορομβικού συστήματος. Η ομάδα συμμετρίας σημείου του είναι η $\boxed{mmm}$ και οι φυσικές του ιδιότητες τον κατατάσσουν στους πλεοχρωικούς κρυστάλλους (βλ.§ 5.8.2), εφόσον από οπτική άποψη είναι διάξονας. Βρίσκεται στη Δανία (όπως και αλλού) και εξορύσσεται με τη μορφή αρκετά χονδρών σχισμογενών κομματιών. Έχει την ιδιότητα να συμπεριφέρεται σαν γραμμικός πολωτής για το φως που πέφτει πάνω του. Πράγματι αν το φως αυτό είναι πολωμένο κατά μήκος ενός από τους οπτικούς του άξονές απορροφάτε τελείως και ο κρύσταλλος φαίνεται καστανός. Το αντίθετο ακριβώς γίνετε όταν το φως είναι πολωμένο παράλληλα εκάστοτε προς τους δύο άλλους άξονες του κρυστάλλου. Τότε το φως διαδίδεται ελεύθερα και αυτός φαίνεται σχεδόν διαφανής. Βλέποντας λοιπόν κάποιος μέσα από τον κρύσταλλο σε διάφορα σημεία του ουρανού και περιστρέφοντάς τον μπορούσε να εντοπίσει τα σημεία από τα οποία προερχόταν γραμμικά πολωμένο φως. Και κατά προέκταση να εντοπίσει τη θέση που βρισκόταν ο ήλιος.

Ένας άλλος διχρωικός κρύσταλλος που εμφανίζει παρόμοια συμπεριφορά είναι ο Βιβιανίτης τις ιδιότητες του οποίου περιγράφουμε στην (§ 5.8.2). Το πείραμα αυτό σήμερα μπορεί να επαναληφθεί εύκολα με τη βοήθεια ενός φύλλου γραμμικού πολωτή Polaroid που βρίσκεται στην αγορά σχετικά εύκολα. Είναι σύνηθες παρελκόμενο των φακών των φωτογραφικών μηχανών και χρησιμοποιείται προκειμένου ν' αποφεύγονται τα είδωλα από ανάκλαση (§ 5.8.1) πάνω σε ανακλώσες επιφάνειες όπως είναι τα τζάμια. Επίσης πολλά γυαλιά ηλίου που αναγράφουν τη λέξη Polaroid είναι πράγματι γραμμικοί πολωτές.

Ανίχνευση του γραμμικά πολωμένου φωτός από το ανθρώπινο μάτι

Το γραμμικά πολωμένο φως είναι δυνατόν ν' ανιχνευθεί με το μάτι μας και αυτό οφείλεται βασικά στην συγκεκριμένη φυσιολογική δομή του. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τη διάταξη του (Σχ. 5.10.5α) όπου μια λυχνία πυράκτωσης λευκού φωτός φωτίζει ένα λευκό χαρτί τοποθετημένο σε μια τράπεζα. Παρατηρούμε με μεγάλη προσήλωση στην περιοχή πρόσπτωσης του φωτός μέσω ενός πολωτή Polaroid για τριάντα περίπου δευτερόλεπτα. Αυτό το οποίο θα δούμε να εμφανίζεται σε λίγο, είναι της μορφής του (Σχ. 5.10.5β)(Εικ. 5.10.6). Δηλ. μια σχετικά λεπτή κυλινδρικής μορφής δέσμη ακτίνων μπλε χρώματος σε οριζόντια θέση. Στις περιοχές πάνω και κάτω από αυτήν θα επικρατεί το κίτρινο χρώμα. Η εικόνα ονομάζεται ***βούρτσα του Haidinger***. Στην περίπτωσή μας ο άξονας διέλευσης του πολωτή (δηλ. η διεύθυνση στην οποία ταλαντεύεται το εξερχόμενο από αυτόν γραμμικά πολωμένο φως), είναι παράλληλος με τις δέσμες των μπλε περιοχών. Πε-

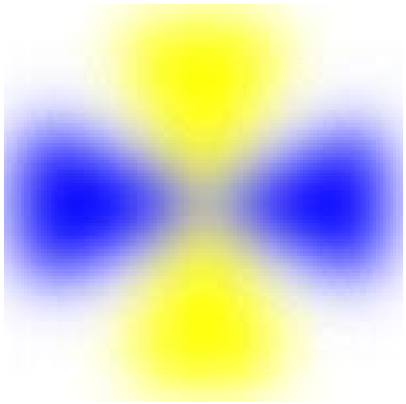
ριστρέφοντας τον πολωτή, θα περιστρέφεται ταυτόχρονα και η εικόνα που περιγράψαμε προηγουμένως. Η εξήγηση αυτού του φαινομένου οφείλεται στον Helmholtz και έχει σχέση με τον τρόπο διάταξης των φωτοευαίσθητων κυττάρων της ωχράς κηλίδας του αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού μας. Τα φωτοευαίσθητα



(Σχ. 5.10.5)

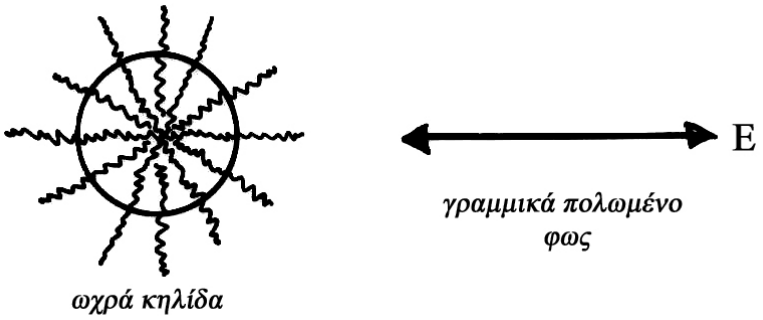
Σημείωση

Η ωχρά κηλίδα είναι ένα μικρό βαθούλωμα που καταλαμβάνει το κεντρικό τμήμα του αμφιβληστροειδή χιτώνα και είναι πλούσια σε κονία. Δηλ. φωτοευαίσθητα κύτταρα υπεύθυνα για την (έγχρωμη) όραση την περίοδο της ημέρας (φωτοπτική όραση)(βλ. Κεφ.3: Γεωμετρική Οπτική (§3.7.1)).



(Εικ. 5.10.6)

κύτταρα προσανατολίζονται με τη μορφή μακρών πυκνών νηματίων στην ωχρά κηλίδα (Σχ. 5.10.7). Το φως το οποίο είναι γραμμικά πολωμένο κατά μήκος των νηματίων, φέρνει σε κόρο τελείως τα κύτταρα με συνέπεια να έχουμε την αίσθηση



(Σχ. 5.10.7)

του μπλε χρώματος. Κάθετα όμως προς αυτήν την κατεύθυνση τα κύτταρα ελάχιστα αντιδρούν οπότε και έχουμε την αίσθηση του κίτρινου χρώματος.

Ανάδειξη του φαινομένου της φωτοελαστικότητας, μετά από ανάκλαση μερικά πολωμένου φωτός σε διαφανή πλαστική επιφάνεια

Βρισκόμαστε στο εσωτερικό ενός δωματίου σχετικά σκοτεινού, του οποίου ο φωτισμός προέρχεται από παράθυρα τα οποία έχουν νότιο προσανατολισμό (Εικ. 5.10.8). Ο ήλιος σχεδόν μεσουρανεί και βρίσκεται σε διεύθυνση αριστερά των παραθύρων. Οπότε στο πάνω μέρος τους (από όπου προέρχεται και ο φωτισμός του δωματίου) προβάλλεται γαλανός ο ουρανός, με την προϋπόθεση ότι η ημέρα είναι τελείως καθαρή. Όμως – όπως ήδη έχουμε περιγράψει – λόγω του φαινομένου της σκέδασης του φωτός από τα μόρια της ατμόσφαιρας (βλ. § 5.8.3), το φως που μπαίνει στο δωμάτιο είναι σε αρκετά μεγάλο βαθμό μερικά γραμμικά πολωμένο.

Σε μια τράπεζα στο εσωτερικό του δωματίου μπροστά σχεδόν στο παράθυρο, τοποθετούμε μια μαύρη γλασέ επιφάνεια. Και πάνω στην επιφάνεια αυτή ένα κομμάτι ορθογώνιου πλαστικού π.χ. $(10\times 20)\,\text{cm}^2$ και πάχους 5mm. Το πλαστικό (όπως φαίνεται και στην εικόνα) διαθέτει μέχρι τη μέση του μια σχισμή. Θα μπορούσαμε βέβαια στην ίδια θέση να τοποθετήσουμε ένα τρίγωνο σχεδίασης ένα καμπυλόγραμμο ή άλλα πλαστικά διαφανή αντικείμενα.

Είμαστε τώρα πίσω από την τράπεζα και απέναντι από τα παράθυρα, έτσι ώστε το σύστημα που περιγράψαμε να βρίσκεται ανάμεσά μας. Παρατηρώντας κατόπιν το ανακλώμενο φως από την επιφάνεια του πλαστικού με μια γωνία ίση περίπου με αυτή της πρόσπτωσης (40^0-50^0 από την κατακόρυφη), βλέπουμε τα εξής: Η επιφάνεια του πλαστικού να διατρέχεται από έγχρωμους κροσσούς. Πρόκει-

γαλανός ουρανός
διεύθυνση
θέσης ηλίου
διεύθυνση πρόσπτωσης
μερικά γραμμικά πολωμένου
φωτός (από σκέδαση)
γλασέ μαύρη
ανακλαστική επιφάνεια
πλαστική διαφανής
επιφάνεια
εικόνα ανάδειξης
φωτοελαστικού
φαινομένου

(Εικ. 5.10.8)

ται για την ανάδειξη του φαινομένου της φωτοελαστικότητας, το οποίο έχει άμεση σχέση με το φαινόμενο της πόλωσης του φωτός.

Το προερχόμενο μερικά πολωμένο λευκό φως από το παράθυρο προσπίπτει στο πλαστικό, το διαπερνά και ανακλώμενο στην κάτω γλασέ επιφάνεια ξαναδιέρχεται από το εσωτερικό του πλαστικού. Το ανακλώμενο βέβαια από τη γλασέ επιφάνεια λευκό φως είναι και αυτό μερικά πολωμένο. Το πλακίδιο όμως του πλαστικού παρά το ότι συντίθεται από ισότροπο διαφανές υλικό, κατά την κατασκευή του (καλούπιασμα) δεν είναι ομογενές, με συνέπεια στο εσωτερικό του να υφίστανται παραμένουσες μηχανικές τάσεις. Η ύπαρξη αυτών των τάσεων καθιστά το υλικό από σημείο σε σημείο ανισότροπο και κατά μια απλή εκδοχή πλακίδιο καθυστέρησης (λ/x) (§ 5.7.6) ανά περιοχές. Οι περιοχές αυτές αποκόπτουν λόγω κατασβέσεων τμήμα από το φάσμα του μερικά πολωμένου λευκού φωτός, με συνέπεια στην περιοχή εκείνη να εμφανίζεται το συμπληρωματικό χρώμα του αποκοπτόμενου. Αυτός άλλωστε είναι και ο λόγος της ανάδειξης των εγχρώμων κροσσών και κατά προέκταση του φωτοελαστικού φαινομένου. Μια σύντομη περιγραφή του φαινομένου, γίνεται στα παρατιθέμενα του (ΘΕΜΑΤΟΣ 1).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

Θεωρούμε ότι ένα αρμονικό μονοχρωματικό επίπεδο μέτωπο κύματος κυκλικής συχνότητας ω διαδίδεται κατά τη διεύθυνση του άξονα z και το μέτρο της κυματοκαθέτου του είναι k. Να γίνει η περιγραφή των καταστάσεων πόλωσης που θα μπορούσαν να το χαρακτηρίζουν, με τη βοήθεια των πλατών A_x, A_y των συνιστωσών E_x, E_y της έντασης $\mathbf{E}$ του ηλεκτρικού του πεδίου, καθώς και της διαφοράς φάσης $\phi = \phi_y - \phi_x$ μεταξύ τους.

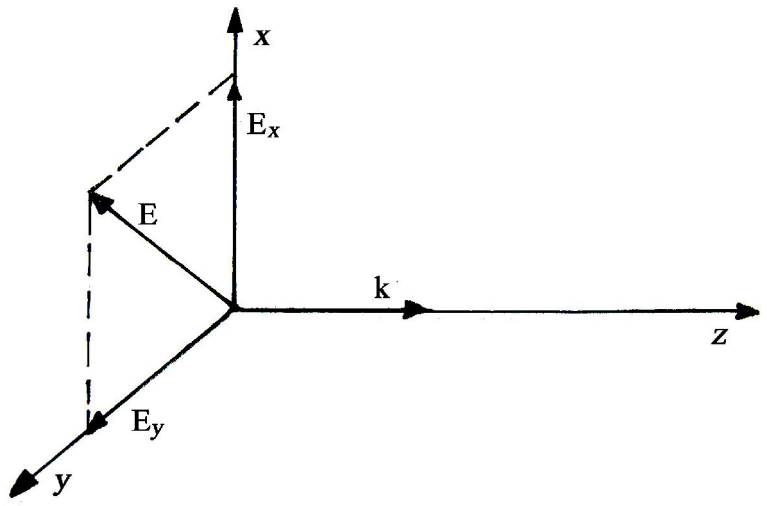
● Είναι γνωστό (§ 5.1) ότι στη γενικότερη περίπτωση, το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}$ στο επίπεδο x, y (Σχ. 1.1) θα έχει τη μορφή:

$$\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} \tag{1.1}$$

με:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A_x\cos(\omega t - kz + \phi_x) = A_x\cos(\theta + \phi_x) \\ E_y &= A_y\cos(\omega t - kz + \phi_y) = A_y\cos(\theta + \phi_y) \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

όπου $A_x \neq A_y$, $\phi = \phi_y - \phi_x$ $0 \le \phi < 2\pi$ και $\theta = \omega t - kz$. Θ' αποδείξουμε στα επό-



(Σχ. 1.1)

μενα ότι οι (σχ.1.2) είναι οι παραμετρικές εξισώσεις μιας έλλειψης. Δηλ. ότι το άκρο του διανύσματος $\mathbf{E}$ στη γενικότερη περίπτωση, διανύει χρονικά (για $z =$ σταθ.)

μια έλλειψη με συχνότητα $\nu = \omega/2\pi$ και χωρικά (για $t =$ σταθ.) μια ελλειπτική έλικα με $\lambda = 2\pi/k$.

Για ν' αποδείξουμε το προαναφερόμενο, αρκεί από τις (σχ. 1.2) ν' απαλείψουμε την παράμετρο $\theta = \omega t - kz$. Για το λόγο αυτό αναπτύσσοντας τα συνημίτονα των σχέσεων αυτών έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{A_x} &= \cos\theta\cos\phi_x - \sin\theta\sin\phi_x \\ \frac{E_y}{A_y} &= \cos\theta\cos\phi_y - \sin\theta\sin\phi_y \end{aligned} \tag{1.3}$$

Αν πολλαπλασιάσουμε την πρώτη των (σχ. 1.3) με το $\sin\phi_y$ και τη δεύτερη με το $\sin\phi_x$ και αφαιρέσουμε κατά μέλη και μετά, την πρώτη επί $\cos\phi_y$ τη δεύτερη επί $\cos\phi_x$ και αφαιρέσουμε και πάλι κατά μέλη θα βρούμε:

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{A_x}\sin\phi_y - \frac{E_y}{A_y}\sin\phi_x &= \cos\theta\sin\left(\phi_y - \phi_x\right) \\ \frac{E_x}{A_x}\cos\phi_y - \frac{E_y}{A_y}\cos\phi_x &= \sin\theta\sin\left(\phi_y - \phi_x\right) \end{aligned} \tag{1.4}$$

Τέλος αν λάβουμε τα τετράγωνα των δύο σχέσεων και αφαιρέσουμε κατά μέλη θα βρούμε:

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\phi = \sin^2\phi \tag{1.5}$$

Η (σχ. 1.5) περιγράφει μια εξίσωση κωνικής τομής στο σύστημα συντεταγμένων E_x, E_y επειδή είναι της μορφής:

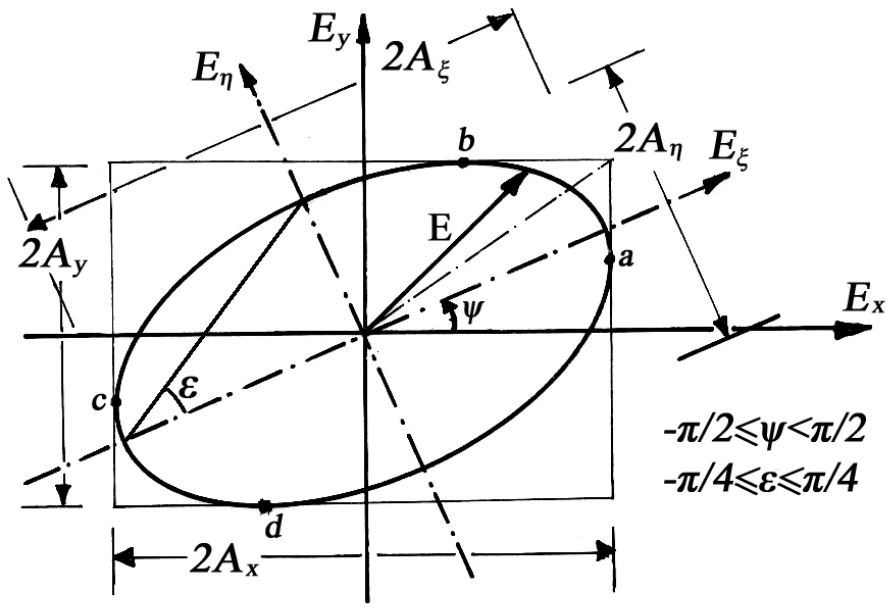
$$aE_x^2 + 2bE_xE_y + cE_y^2 + 2dE_x + 2eE_y + f = 0 \tag{1.6}$$

όπου: $a = 1/A_x^2$, $b = -\cos\phi/A_xA_y$,$c = 1/A_y^2$, $d = e = 0$, $f = -\sin^2\phi$

Η συγκεκριμένη κωνική τομή έχει το κέντρο της στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων E_x, E_y επειδή $d = e = 0$ και παριστάνει έλλειψη επειδή:

$$ac - b^2 = \frac{1}{A_x^2}\frac{1}{A_y^2} - \left(-\frac{\cos\phi}{A_x A_y}\right)^2 > 0$$

Η έλλειψη αυτή όπως φαίνεται στο (Σχ. 1.2), είναι εγγεγραμμένη σε ένα ορθογώνιο διαστάσεων $\left(2A_x \times 2A_y\right)$, που είναι παράλληλο με τους άξονες E_x, E_y. Τα τέσσερα σημεία επαφής του με την έλλειψη (για $E_x = A_x$ και $E_y = A_y$) είναι τα εξής:



(Σχ. 1.2)

$a\left(A_x, A_y\cos\phi\right), b\left(A_x\cos\phi, A_y\right), c\left(-A_x, -A_y\cos\phi\right), d\left(-A_x\cos\phi, -A_y\right)$. Είναι επίσης φανερό ότι οι άξονες της έλλειψης δεν θα συμπίπτουν εν γένει με τους άξονες του συστήματος συντεταγμένων E_x, E_y. Κάτω από αυτές τις συνθήκες ο μεγάλος άξονας της έλλειψης θα σχηματίζει με τον άξονα E_y μια γωνία ψ η οποία ονομάζεται αζιμουθιακή.

Ένα επίπεδο μέτωπο κύματος που περιγράφεται από το πεδίο **E** (σχ. 1.1) και του οποίου το άκρο (που καθορίζεται από τις συνιστώσες E_x, E_y) διαγράφει χρονικά και χωρικά μια έλλειψη, όπως αυτή που περιγράψαμε προηγουμένως, ονομάζεται ***ελλειπτικά πολωμένο(elliptical polarized)***. Η πλήρης περιγραφή αυτής της ***κατάστασης πόλωσης(state of polarization)***, προϋποθέτει τον προσδιορισμό τριών στοιχείων: α) Της ***αζιμουθιακής γωνίας (azimuth angle)*** ψ β) Της ***ελλειπτικότητας(ellipticity)*** e που ορίζεται σαν ο λόγος του μικρού προς τον μεγάλο άξονα της έλλειψης και γ) Της ***στροφικότητας(handedness)*** δηλ. της φοράς περιστροφής του

άκρου του διανύσματος $\mathbf{E}$. Η τελευταία είναι ***δεξιόστροφη(right handed)*** όταν, για φως που έρχεται προς τα εμάς, το άκρο του διανύσματος $\mathbf{E}$ περιστρέφεται (χρονικά) κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Αν η περιστροφή γίνεται αντίθετα προς τους δείκτες του ρολογιού, τότε είναι ***αριστερόστροφη (left handed)***. Στα επόμενα θα επιδιώξουμε να προσδιορίσουμε αυτού του είδους τα στοιχειά.

Για το σκοπό αυτό επιλέγουμε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων E_ξ, E_η το οποίο ταυτίζεται με τον μεγάλο και τον μικρό άξονα της έλλειψης αντίστοιχα (Σχ. 1.2). Αν τα μήκη του μεγάλου και του μικρού άξονα της έλλειψης είναι $2A_\xi, 2A_\eta$ τότε οι παραμετρικές της εξισώσεις στο νέο σύστημα μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\begin{aligned} E_\xi &= A_\xi \cos(\theta + \phi_0) \\ E_\eta &= \pm A_\eta \sin(\theta + \phi_0) \end{aligned} \tag{1.7}$$

όπου $\theta = \omega t - kz$ και τα δύο πρόσημα $(\pm)$ χαρακτηρίζουν τις δύο αντίθετες φορές περιστροφής του $\mathbf{E}$, δηλ. το $(-)$ την δεξιόστροφη και το $(+)$ την αριστερόστροφη περιστροφή του πεδίου. Κατά τα γνωστά όμως, οι σχέσεις μετασχηματισμού των συντεταγμένων κατά την περιστροφή του E_ξ, E_η σε σχέση με το E_x, E_y κατά γωνία ψ είναι οι εξής:

$$\left.\begin{aligned} E_\xi &= E_x \cos\psi + E_y \sin\psi \\ E_\eta &= -E_x \sin\psi + E_y \cos\psi \end{aligned}\right\} \text{ ή } \left.\begin{aligned} E_x &= E_\xi \cos\psi - E_\eta \sin\psi \\ E_y &= E_\xi \sin\psi + E_\eta \cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{1.8}$$

όπου η $\psi\left(-\pi/2 \le \psi < \pi/2\right)$ είναι η αζιμουθιακή γωνία της έλλειψης. Αν τώρα αντικαταστήσουμε τις (σχ. 1.8) στις (σχ. 1.3) θα έχουμε:

$$\begin{aligned} E_\xi &= A_x\left(\cos\theta\cos\phi_x - \sin\theta\sin\phi_x\right)\cos\psi + A_y\left(\cos\theta\cos\phi_y - \sin\theta\sin\phi_y\right)\sin\psi \\ E_\eta &= -A_x\left(\cos\theta\cos\phi_x - \sin\theta\sin\phi_x\right)\sin\psi + A_y\left(\cos\theta\cos\phi_y - \sin\theta\sin\phi_y\right)\cos\psi \end{aligned} \tag{1.9}$$

Επίσης οι (σχ. 1.7) μπορούν να γραφούν αναλυτικά ως εξής:

$$\begin{aligned} E_\xi &= A_\xi\left(\cos\theta\cos\phi_0 - \sin\theta\sin\phi_0\right) \\ E_\eta &= \pm A_\eta\left(\sin\theta\cos\phi_0 + \cos\theta\sin\phi_0\right) \end{aligned} \tag{1.10}$$

Αν τώρα εξισώσουμε τους συντελεστές $\cos\theta, \sin\theta$ των (σχ. 1.10) και (σχ. 1.9) θα έχουμε:

$$\begin{aligned} A_\xi \cos\phi_0 &= A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi \\ A_\xi \sin\phi_0 &= A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \sin\phi_y \sin\psi \end{aligned} \tag{1.11}$$

και

$$\begin{aligned} (\pm) A_\eta \cos\phi_0 &= A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi \\ (\pm) A_\eta \sin\phi_0 &= -A_x \cos\phi_x \sin\psi + A_y \cos\phi_y \cos\psi \end{aligned} \tag{1.12}$$

Αν επίσης υψώσουμε στο τετράγωνο και προσθέσουμε κατά μέλη τι (σχ. 1.11,12) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} A_\xi^2 &= A_x^2 \cos^2\psi + A_y^2 \sin^2\psi + A_x A_y \sin 2\psi \cos\phi \\ A_\eta^2 &= A_x^2 \sin^2\psi + A_y^2 \cos^2\psi - A_x A_y \sin 2\psi \cos\phi \end{aligned} \tag{1.13}$$

Προσθέτοντας την πρώτη και τη δεύτερη των (σχ. 1.13) βρίσκουνε:

$$A_\xi^2 + A_\eta^2 = A_x^2 + A_y^2 \tag{1.14}$$

Πολλαπλασιάζοντας τις πρώτες και τις δεύτερες των (σχ. 1.11,12) και προσθέτοντας κατά μέλη βρίσκουμε:

$$(\pm) A_\xi A_\eta = A_x A_y \sin\phi \tag{1.15}$$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις πρώτες και τις δεύτερες των (σχ.1.11,12) θα έχουμε:

$$(\pm)\frac{A_\eta}{A_\xi} = \frac{A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi} = \frac{-A_x \cos\phi_x \sin\psi + A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \sin\phi_x \cos\psi + A_y \sin\phi_y \sin\psi} \tag{1.16}$$

Μετά από μια σειρά τριγωνομετρικών πράξεων μεταξύ των δύο τελευταίων μελών της (σχ. 1.16) βρίσκουμε:

$$\tan 2\psi = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi \tag{1.17}$$

από την οποία προσδιορίζουμε την αζιμουθιακή γωνία ψ ($-\pi/2 \le \psi < \pi/2$).

Προς απλοποίηση των προηγουμένων σχέσεων θα εισάγουμε δύο βοηθητικές γωνίες την α και την ε. Η α παίρνει τιμές στο διάστημα $(0 \le \alpha \le \pi/2)$ και ορίζεται ως εξής:

$$\tan a = \frac{A_y}{A_x} \tag{1.18}$$

Η ε παίρνει τιμές στο διάστημα $(-\pi/4 \le \varepsilon \le \pi/4)$ και ορίζεται ως εξής:

$$e = \tan\varepsilon = (\pm)\frac{A_\eta}{A_\xi} \tag{1.19}$$

Ο λόγος του μικρού προς τον μεγάλο των ημιαξόνων της έλλειψης είναι A_η / A_ξ και το πρόσημό του $(-)$ δεξιόστροφη, $(+)$ αριστερόστροφη, χαρακτηρίζουν τη στροφικότητα του ελλειπτικά πολωμένου φωτός. $e = \tan\varepsilon$ είναι η ***ελλειπτικότητα*** της έλλειψης (ή ***εκκεντρότητα***). Με βάση τον ορισμό της γωνίας α η (σχ. 1.17) παίρνει τη μορφή:

$$\tan 2\psi = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}\cos\phi \;\Rightarrow\; \tan 2\psi = \tan 2a\cos\phi \tag{1.20}$$

Διαιρώντας τώρα τις (σχ. 1.14,15) θα έχουμε:

$$(\pm)\frac{2A_\xi A_\eta}{A_\xi^2 + A_\eta^2} = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2}\sin\phi \tag{1.21}$$

Χρησιμοποιώντας όμως τις (σχ. 1.18,19) η (σχ. 1.21) γίνεται:

$$\frac{2\tan\varepsilon}{1+\tan^2\varepsilon} = \frac{2\tan a}{1+\tan^2 a}\sin\phi \tag{1.22}$$

και τελικά: $$\sin 2\varepsilon = \sin 2a\sin\phi \tag{1.23}$$

Στα επόμενα δίνονται συγκεντρωτικά οι σχέσεις που συνδέουν: α) Τα πλάτη A_x, A_y και τη διαφορά φάσης ϕ των συνιστωσών E_x, E_y του πεδίου, του εν γένει ελλειπτικά πολωμένου φωτός στο σύστημα συντεταγμένων E_x, E_y με β) Τα πλάτη A_ξ, A_η

των συνιστωσών E_ξ, E_η του ίδιου πεδίου (στο σύστημα συντεταγμένων E_ξ, E_η) και την αζιμουθιακή γωνία ψ.

1) $$\begin{aligned} A_\xi^2 &= A_x^2 \cos^2\psi + A_y^2 \sin^2\psi + A_x A_y \sin 2\psi \cos\phi \\ A_\eta^2 &= A_x^2 \sin^2\psi + A_y^2 \cos^2\psi - A_x A_y \sin 2\psi \cos\phi \end{aligned} \quad \rightarrow \quad (1.13)$$

2) $$A_\xi^2 + A_\eta^2 = A_x^2 + A_y^2 \quad \rightarrow \quad (1.14)$$

3) $$(\pm) A_\xi A_\eta = A_x A_y \sin\phi \quad \rightarrow \quad (1.15)$$

4) $$\tan 2\psi = \frac{2 A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos\phi \quad \rightarrow \quad (1.17)$$

5) $$\tan a = \frac{A_y}{A_x} \quad (1.18) \qquad e = \tan\varepsilon = (\pm)\frac{A_\eta}{A_\xi} \quad \rightarrow \quad (1.19)$$

6) $$\tan 2\psi = \tan 2a \cos\phi \quad \rightarrow \quad (1.20)$$

7) $$\sin 2\varepsilon = \sin 2a \sin\phi \quad \rightarrow \quad (1.23)$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

Σύνθεση μιας κατάστασης πόλωσης, με τη βοήθεια της 'σύμφωνης' επαλληλίας (σύζευξης), δύο διαφορετικών καταστάσεων πόλωσης της ίδιας συχνότητας

Έστω μια δέσμη φωτός με τη μορφή επιπέδου μονοχρωματικού μετώπου κύματος, διαδίδεται προς μια ορισμένη διεύθυνση και χαρακτηρίζεται από μια ορισμένη κατάσταση πόλωσης. Τότε υπάρχει η δυνατότητα το τελευταίο να εκφραστεί από τη 'σύμφωνη' επαλληλία δύο άλλων φώτων που διαδίδονται στην ίδια διεύθυνση και έχουν διαφορετική κατάσταση πόλωσης.

Θα επικεντρώσουμε την ανάλυσή μας σε μια συγκεκριμένη περίπτωση όπου ένα γενικά ελλειπτικά πολωμένο φως να μπορεί να εκφραστεί από την σύμφωνη επαλληλία δύο κυκλικά πολωμένων φώτων διαφορετικών πλατών και στροφικοτήτων. Θα δούμε επίσης με ποιό τρόπο είναι δυνατόν να προσδιοριστούν οι σχέσεις μεταξύ των πλατών και των φάσεων του ελλειπτικού και των δύο κυκλικά πολωμένων φώτων.

Πράγματι ένα επίπεδο μέτωπο κύματος ελλειπτικά πολωμένου φωτός περιγράφεται από τις (σχ. 5.2.1.2):

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

με την προϋπόθεση ότι θα πρέπει να ισχύει: $A_x \neq A_y$ και (ή) $\phi = \phi_y - \phi_x$ με $0 < \phi < 2\pi$. Από τη (σχ. 2.1) θα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{2} A_x e^{i\phi_x} e^{i\theta} + \frac{1}{2} A_x e^{-i\phi_x} e^{-i\theta} = \frac{1}{2}\alpha_x e^{i\theta} + \frac{1}{2}\alpha_x^* e^{-i\theta} \\ E_y &= \frac{1}{2} A_y e^{i\phi_y} e^{i\theta} + \frac{1}{2} A_y e^{-i\phi_y} e^{-i\theta} = \frac{1}{2}\alpha_y e^{i\theta} + \frac{1}{2}\alpha_y^* e^{-i\theta} \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

όπου: $\alpha_x = A_x e^{i\phi_x}$, $\alpha_y = A_y e^{i\phi_y}$ (2.3)

Τα πλάτη E_x και E_y μπορούν να θεωρηθούν αντίστοιχα σαν το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού μεγέθους $\tilde{E}$. Δηλ.

$$\left.\begin{aligned}\tilde{E} &= E_x + iE_y \\ &= \frac{1}{2}\alpha_x e^{i\theta} + \frac{1}{2}\alpha_x^* e^{-i\theta} + i\left(\frac{1}{2}\alpha_y e^{i\theta} + \frac{1}{2}\alpha_y^* e^{-i\theta}\right) \text{ ή} \\ \tilde{E} &= \frac{1}{2}\left(\alpha_x + i\alpha_y\right)e^{i\theta} + \frac{1}{2}\left(\alpha_x^* + i\alpha_y^*\right)e^{-i\theta}\end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

Θεωρούμε τώρα ένα αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο επίπεδο μέτωπο κύματος, με πλάτος A_L και σαν φάση εκκίνησης τη γωνία ϕ_L οπότε με βάση τη (σχ. 5.2.2.2) θα έχουμε για τα πλάτη του ηλεκτρικού πεδίου E_x, E_y:

$$\left.\begin{aligned}E_{xL} &= A_L\cos\left(\omega t - kz\right) = A_L\cos\left(\omega t - kz + \phi_L\right) = A_L\cos\left(\theta + \phi_L\right) \\ E_{yL} &= A_L\cos\left(\omega t - kz - \pi/2\right) = A_L\cos\left(\omega t - kz + \phi_L - \pi/2\right) = A_L\sin\left(\theta + \phi_L\right)\end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

όπου $\theta = \omega t - kz$. Οι (σχ. 2.5) γράφονται:

$$\left.\begin{aligned}E_{xL} &= A_L\cos\left(\theta + \phi_L\right) = \operatorname{Re} A_L e^{i\phi_L} e^{i\theta} \\ E_{yL} &= A_L\sin\left(\theta + \phi_L\right) = \operatorname{Im} A_L e^{i\phi_L} e^{i\theta}\end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

που μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού $\tilde{E}_L$ όπου:

$$\tilde{E}_L = E_{xL} + iE_{yL} = A_L e^{i\phi_L} e^{i\theta} \tag{2.7}$$

Για ένα δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως με πλάτος A_R και φάση εκκίνησης ϕ_R με βάση τη (σχ. 5.2.2.2) θα έχουμε για τα πλάτη E_x, E_y:

$$\left.\begin{aligned}E_{xR} &= A_R\cos\left(\omega t - kz\right) = A_R\cos\left(\omega t - kz - \phi_R\right) = A_R\cos\left(\theta - \phi_R\right) \\ E_{yR} &= A_R\cos\left(\omega t - kz + \pi/2\right) = A_R\cos\left(\omega t - kz - \phi_R + \pi/2\right) = -A_R\sin\left(\theta - \phi_R\right)\end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

Οι (σχ. 2.8) μπορούν να γραφούν:

$$\left.\begin{aligned} E_{xR} &= A_R \cos\left(\theta - \phi_R\right) = \operatorname{Re} A_R e^{i\phi_R} e^{-i\theta} \\ E_{yR} &= -A_R \sin\left(\theta - \phi_R\right) = \operatorname{Im} A_R e^{i\phi_R} e^{-i\theta} \end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

όπου με τον ίδιο τρόπο μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού $\tilde{E}_R$ με:

$$\tilde{E}_R = E_{xR} + iE_{yR} = A_R e^{i\phi_R} e^{-i\theta} \tag{2.10}$$

Το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο που είναι η 'σύμφωνη' επαλληλία του αριστερόστροφου και του δεξιόστροφου φωτός, θα δίνεται από τη σχέση:

$$\tilde{E} = \tilde{E}_L + \tilde{E}_R = A_L e^{i\phi_L} e^{i\theta} + A_R e^{i\phi_R} e^{-i\theta} \tag{2.11}$$

ή

$$\tilde{E} = \alpha_L e^{i\theta} + \alpha_R e^{-i\theta} \tag{2.12}$$

όπου:

$$\alpha_L = A_L e^{i\phi_L} \quad , \quad \alpha_R = A_R e^{i\phi_R} \tag{2.13}$$

Για να είναι τώρα το πεδίο του ελλειπτικά πολωμένου φωτός (αυτό το οποίο περιγράψαμε κατ' αρχή με βάση τις δύο ορθογώνιες συνιστώσες του γραμμικά πολωμένου φωτός (σχ. 2.4)) ισοδύναμο με το πεδίο που προκύπτει από την επαλληλία των δύο κυκλικά πολωμένων φώτων με διαφορετικό πλάτος και αντίθετη στροφικότητα (σχ. 2.12) θα πρέπει να ισχύει:

$$\left.\begin{aligned} a_L &= \frac{1}{2}\left(\alpha_x + i\alpha_y\right) \\ a_R &= \frac{1}{2}\left(\alpha_x^* + i\alpha_y^*\right) \end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

Και η συζυγής της δεύτερης των (σχ. 2.14) θα μας δώσει: $a_R^* = \frac{1}{2}\left(\alpha_x - i\alpha_y\right)$

οπότε:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_L + \alpha_R^* \\ \alpha_y &= -i(\alpha_L - \alpha_R^*) \end{aligned}\right\} \tag{2.15}$$

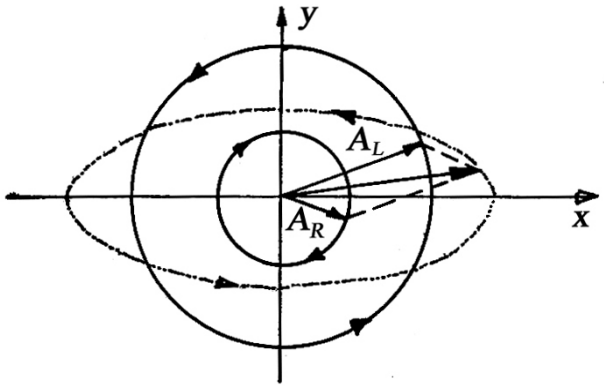
Παράδειγμα

Έστω $A_R, A_L \left(A_R > A_L\right)$ τα πλάτη και ϕ_R, ϕ_L οι φάσεις εκκίνησης δύο κυκλικά πολωμένων φώτων (δεξιόστροφου και αριστερόστροφου), τα οποία διαδίδονται κατά τη διεύθυνση του άξονα z. Να προσδιοριστούν οι συνιστώσες E_x, E_y του προκύπτοντος από την 'επαλληλία' (σύζευξη) εν γένει ελλειπτικά πολωμένου φωτός, με την προϋπόθεση ότι ο μέγιστος άξονας της έλλειψης, είναι κατά τη διεύθυνση του άξονα x.

- Οι σχέσεις μεταξύ των A_x, A_y και A_R, A_L θα δίνονται όπως αποδείχθηκε από τις (σχ. 2.15):

$$\alpha_x = \alpha_L + \alpha_R^* \qquad \text{και} \tag{1}$$

όπου από τις (σχ. 2.3): $\alpha_x = A_x e^{i\phi_x}$, $\alpha_y = A_y e^{i\phi_y}$ και τις (σχ. 2.13): $\alpha_L = A_L e^{i\phi_L}$, $\alpha_R = A_R e^{i\phi_R}$. Και με το δεδομένο ότι οι φάσεις εκκίνησης



(Σχ. 2.1)

των κυκλικών φώτων είναι $\phi_R = \phi_L = 0$ (μέγιστος άξονας της έλλειψης κατά x) θα έχουμε:

$$A_x e^{i\phi_x} = A_R + A_L, \qquad A_y e^{i\phi_y} = i\left(A_R - A_L\right) \tag{2}$$

οι οποίες γίνονται:

$$A_x e^{i\phi_x} e^{i\theta} = \left(A_R + A_L\right) e^{i\theta}, \qquad A_y e^{i\phi_y} e^{i\theta} = i\left(A_R - A_L\right) e^{i\theta} \tag{3}$$

όπου $\theta = \omega t - kz$. Οπότε από την δεύτερη των (σχ. 3):

$$\left.\begin{aligned} &A_y \cos\left(\theta + \phi_y\right) + iA_y \sin\left(\theta + \phi_y\right) = i\left(A_R - A_L\right)\left(\cos\theta + i\sin\theta\right) = \\ &= i\left(A_R - A_L\right)\cos\theta - \left(A_R - A_L\right)\sin\theta \end{aligned}\right\}.$$ Από την οποία:

$$A_y \cos\left(\theta + \phi_y\right) = E_y = \left(A_L - A_R\right)\sin\theta \tag{4}$$

Επίσης από την πρώτη των (σχ. 3):
$A_x \cos\left(\theta + \phi_x\right) + iA_x \sin\left(\theta + \phi_x\right) = \left(A_R + A_L\right)\cos\theta + i\left(A_R + A_L\right)\sin\theta$. Οπότε:

$$A_x \cos\left(\theta + \phi_x\right) = E_x = \left(A_R + A_L\right)\cos\theta \tag{5}$$

Και από τις (σχ. 4,5):

$$\tilde{\mathbf{E}} = \left(A_L + A_R\right)\cos\theta\mathbf{i} + \left(A_L - A_R\right)\sin\theta\mathbf{j} \tag{6}$$

Πρόκειται για το προκύπτον από τη 'σύμφωνη' επαλληλία φως, που διαδίδεται κατά τον άξονα των z. Η τελευταία μπορεί επίσης να γραφεί ως εξής:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \left(A_R + A_L\right)\cos\theta\mathbf{i} + \left(A_R - A_L\right)\cos\left(\theta + 90^0\right)\mathbf{j} = A'_x \cos\left(\theta + \phi'_x\right)\mathbf{i} + A'_y \cos\left(\theta + \phi'_y\right)\mathbf{j} \tag{7}$$

Όπου: $A'_x = A_R + A_L$, $A'_y = A_R - A_L$, $\phi'_x = 0^0$, $\phi'_y = +90^0$ $\left(\phi' = \phi'_y - \phi'_x = +90^0\right)$.

α) Από τη (σχ. 1.17): $\tan 2\psi = \dfrac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi' \Rightarrow \psi = 0^0$

β) Από τη (σχ. 1.16):

$$\frac{A'_\eta}{A'_\xi} = \frac{A'_x \sin\phi'_x \sin\psi - A'_y \sin\phi'_y \cos\psi}{A'_x \cos\phi'_x \cos\psi + A'_y \cos\phi'_y \sin\psi} = -\frac{A'_y}{A'_x} = -\frac{\left(A_R - A_L\right)}{A_R + A_L} > 0 \text{ (πρόσημο +)}$$

γ) Επίσης από τη (σχ. 1.16): $\dfrac{A'_\eta}{A'_\xi} = \dfrac{A_L - A_R}{A_R + A_L} < 1$ (επειδή από τα δεδομένα: $A_L > A_R$)

Άρα το φως το οποίο προκύπτει, είναι αριστερόστροφα ελλειπτικά πολωμένο, με τον μεγάλο άξονα της έλλειψης κατά τον άξονα x (Σχ. 2.1).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

Ανίχνευση τυχαίας κατάστασης πόλωσης

Οι καταστάσεις πόλωσης του φωτός τις οποίες καλούμαστε ν' ανιχνεύσουμε είναι οι εξής:

α) Φυσικό φως

β) Γραμμικά πολωμένο

γ) Κυκλικά πολωμένο (Α.Κ.Π. και Δ.Κ.Π.)

δ) Ελλειπτικά πολωμένο (Α.Ε.Π. και Δ.Ε.Π.)

ε) Μερικά πολωμένο φως

Για την τελευταία περίπτωση του μερικά πολωμένου φωτός, διακρίνουμε για τις καταστάσεις που πρόκειται ν' ανιχνεύσουμε μίγματα:

α) Φυσικού φωτός και γραμμικά πολωμένου

β) Φυσικού φωτός και κυκλικά πολωμένου (Α.Κ.Π. και Δ.Κ.Π.)

γ) Φυσικού φωτός και ελλειπτικά πολωμένου (Α.Ε.Π. και Δ.Ε.Π.)

Για την ανίχνευση των παραπάνω φώτων χρειαζόμαστε ένα πολωτή (αναλυτής Α) και ένα πλακίδιο καθυστέρησης (λ/4). Η όλη διαδικασία χωρίζεται σε τρεις φάσεις (βλ. Διάγραμμα 3.5).

ΦΑΣΗ Α΄

Επιτρέπουμε την προς ανίχνευση δέσμη να περάσει μέσα από τον αναλυτή (Α) (χωρίς να παρεμβάλουμε το πλακίδιο (λ/4)) και παρατηρούμε τις μεταβολές της έντασης καθώς τον περιστρέφουμε.

Παρατήρηση Α΄: Δεν βλέπουμε μεταβολές στην ένταση του φωτός. Οπότε αυτό θα μπορούσε να είναι: ***φυσικό φως*** ή ***κυκλικά πολωμένο*** ή ***μίγμα φυσικού φωτός και κυκλικά πολωμένων*** (αριστερόστροφων και δεξιόστροφων).

Παρατήρηση Β΄: Κατά τη διάρκεια της περιστροφής του αναλυτή κατά 360^0 βλέπουμε δύο μέγιστα έντασης και δύο ελάχιστα (μη μηδενικά). Οπότε το φως αυτό θα μπορούσε να είναι: ***ελλειπτικά πολωμένο*** ή ***μίγμα ελλειπτικά πολωμένου φωτός*** και ***φυσικού*** ή ***μίγμα γραμμικά πολωμένου*** και ***φυσικού*** (***μερικά γραμμικά πολωμένο φως)***. Αν τώρα τοποθετήσουμε τον άξονα διέλευσης του αναλυτή στη θέση που λαμβάνουμε το μέγιστο της έ-

ντασης τότε η διεύθυνση αυτή θ' αντιστοιχεί: στη διεύθυνση του μέγιστου άξονα της έλλειψης για το ελλειπτικό φως ή το μερικά ελλειπτικό φως (μίγμα ελλειπτικού και φυσικού φωτός) ή στη διεύθυνση ταλάντωσης του ηλ. πεδίου της γραμμικής συνιστώσας του μερικά γραμμικά πολωμένου φωτός (μίγμα γραμμικού και φυσικού φωτός).

Παρατήρηση Γ΄: Κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής του αναλυτή βλέπουμε δύο μέγιστα έντασης και δύο μηδενικά ελάχιστα (κατασβέσεις). Στην περίπτωση αυτή το προς ανίχνευση φως θα είναι ***γραμμικά πολωμένο*** με διεύθυνση ταλάντωσης κάθετη προς τον άξονα διέλευσης του αναλυτή (Α) στη θέση κατάσβεσης.

ΦΑΣΗ Β΄

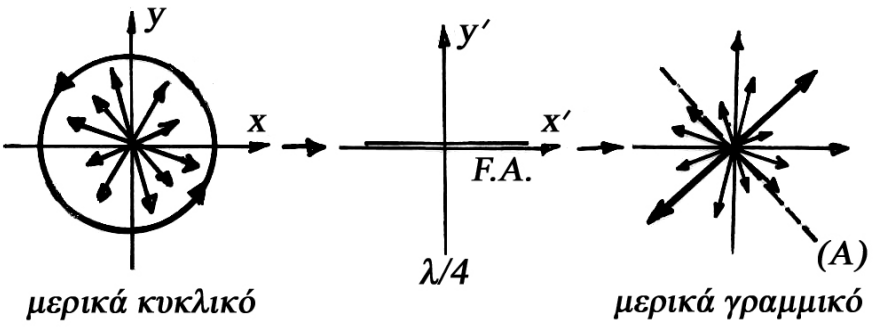
Για να ξεχωρίσουμε τώρα τις καταστάσεις πόλωσης μεταξύ του φυσικού φωτός, του κυκλικά πολωμένου και του μερικά κυκλικά πολωμένου (μίγμα κυκλικού και φυσικού φωτός), θα χρησιμοποιήσουμε πριν τον αναλυτή (Α) ένα πλακίδιο καθυστέρησης (λ/4).

Κατά τα γνωστά το φυσικό φως αν περάσει από το (λ/4) δεν αλλάζει την κατάσταση πόλωσης του. Οπότε αν περιστρέψουμε τον αναλυτή μας κατά 360^0 δεν θα παρατηρήσουμε καμία μεταβολή στην ένταση. Αν συμβεί το τελευταίο, σημαίνει ότι το προς ανίχνευση φως είναι φυσικό.

Αν κατά την περιστροφή του αναλυτή παρατηρήσουμε μηδενικά ελάχιστα και η γωνία στη θέση κατάσβεσης μεταξύ του άξονα διέλευσης του αναλυτή και του ταχύ άξονα του πλακιδίου είναι 45^0 τότε το προς ανίχνευση φως θα είναι κυκλικά πολωμένο. Πράγματι το κυκλικό φως μπορούμε κατά τα γνωστά να το αναλύσουμε σε δύο συνιστώσες κάθετες και σύμφωνες μεταξύ τους με ίσα πλάτη και διαφορά φάσης π/2. Λόγω της πλήρους συμμετρίας του, οι άξονες των E_x, E_y (κάθετοι μεταξύ τους) μπορούν να πάρουν οποιοδήποτε προσανατολισμό άρα και να ταυτιστούν (ο καθένας ξεχωριστά) με τον ταχύ άξονα του (λ/4). Αυτό σημαίνει ότι η διαφορά φάσης μεταξύ των $E_{x'}, E_{y'}$ στην έξοδο του (λ/4) θα είναι 0 ή π. Άρα το φως θα είναι γραμμικά πολωμένο και θα μπορεί να κατασβησθεί από τον αναλυτή. Το αν τώρα το κυκλικό φως είναι αριστερόστροφο ή δεξιόστροφο, εξαρτάται πρακτικά από τη φορά διάνυσης της γωνίας των 45^0 μεταξύ του ταχύ άξονα του (λ/4) και του άξονα διέλευσης του αναλυτή. Αν αυτή διαγράφεται δεξιόστροφα θα είναι Δ.Κ.Π. φως, αν διαγράφεται αριστερόστροφα θα είναι Α.Κ.Π. φως. Πάντα βέβαια βλέποντας το φως να έρχεται με κατεύ-

θυνση από την πηγή προς εμάς και η διανυόμενη μεταξύ των αξόνων γωνία να είναι η μικρότερη.

Στην τρίτη περίπτωση όπου μετά την τοποθέτηση του πλακιδίου (λ/4) και του αναλυτή (σε 45^0 μεταξύ τους) παρατηρήσουμε μη μηδενικό ελά-



(Σχ. 3.1)

χιστο, τότε το φως που εξετάζουμε είναι μερικά κυκλικά πολωμένο (Σχ. 3.1). Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να μετρήσουμε μετά το (λ/4) μέσω του αναλυτή σε δύο κάθετες διευθύνσεις τις ποσότητες $I_{\min}$ και $I_{\max}$ (του εξερχόμενου από αυτόν φωτός), οπότε με βάση τη γνωστή σχέση:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

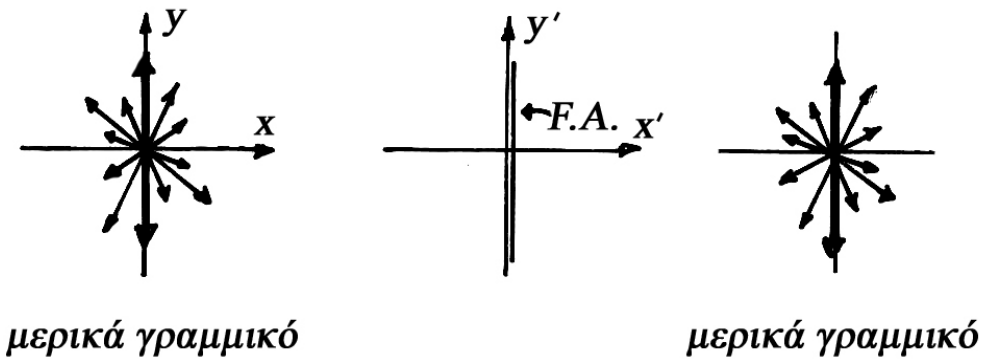
να υπολογίσουμε το ***βαθμό πόλωσης*** της δέσμης.

ΦΑΣΗ Γ΄

Προκειμένου σε τελική φάση να ξεχωρίσουμε τις καταστάσεις πόλωσης μεταξύ του μερικά γραμμικού, του ελλειπτικού και του μερικά ελλειπτικού φωτός, χρησιμοποιούμε πριν τον αναλυτή πάλι ένα πλακίδιο (λ/4). Όμως τώρα προσανατολίζουμε τον ταχύ άξονα του πλακιδίου παράλληλα με τη διεύθυνση όπου πριν τοποθετήσουμε το (λ/4) παρατηρούσαμε (με τον αναλυτή) μέγιστο έντασης (Σχ. 3.2,3,4).

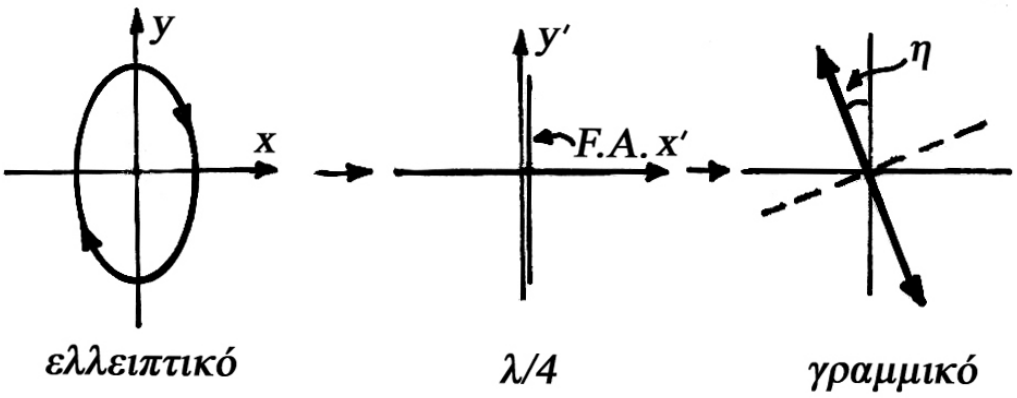
Αν η τοποθέτηση του (λ/4) δεν επηρεάζει την ένταση του φωτός, δηλ. περιστρέφοντας τον αναλυτή παρατηρούμε ακριβώς τα ίδια γεγονότα όπως και στην περίπτωση την χωρίς το (λ/4), τότε το φως θα είναι μερικά γραμ-

μικά πολωμένο (Σχ. 3.2). Η μέτρηση των $I_{\min}$ και $I_{\max}$ θα μας δώσει με τη βοήθεια της γνωστής σχέσης το βαθμό πόλωσης αυτού του φωτός.



(Σχ. 3.2)

Αν μετά την τοποθέτηση του (λ/4) με τον προσανατολισμό που προαναφέραμε, κατά την περιστροφή του αναλυτή πάρουμε μηδενικά ελάχι-



(Σχ. 3.3)

στα, τότε το προς ανίχνευση φως θα είναι ελλειπτικά πολωμένο (Σχ. 3.3). Πράγματι η τοποθέτηση του ταχύ άξονα του (λ/4) στη διεύθυνση του μεγάλου άξονα της έλλειψης (Σχ. 3.3) μετατρέπει το Ε.Π.Φ. σε γραμμικά πολωμένο κατά γωνία $\pm\eta = \arctan\sqrt{I_{\min}/I_{\max}}$ (+ ή - : Δ.Ε.Π. ή Α.Ε.Π. αντίστοιχα). Το φως αυτό τελικά μπορεί να κατασβεσθεί από τον αναλυτή.

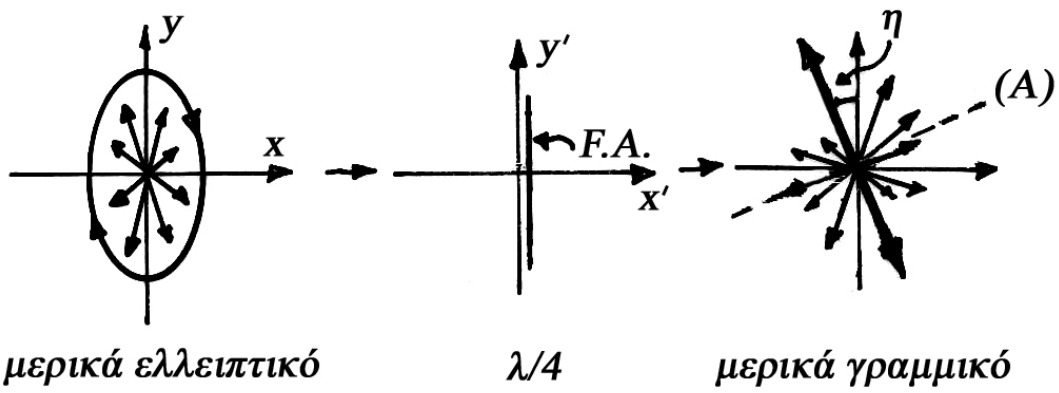
Αν τέλος μετά την τοποθέτηση του (λ/4) με το γνωστό προσανατολισμό του ταχύ άξονα στη θέση του μεγίστου, παίρνουμε με τη βοήθεια ανα-

λυτή μέγιστα έντασης στη διεύθυνση κατά γωνία η σε σχέση με τον ταχύ άξονα του πλακιδίου και ελάχιστα κάθετα προς αυτήν, τότε το φως θα είναι μερικά ελλειπτικά πολωμένο (Σχ. 3.4). Κατά τα γνωστά:

$$I_{\max} = I_{pol} + \frac{1}{2} I_{unpol}$$

όπου I_{pol} : η πολωμένη συνιστώσα της έντασης και $I_{unpol}/2$ η συνιστώσα του φυσικού φωτός στη διεύθυνση που παίρνουμε μέγιστη ένταση. Επίσης:

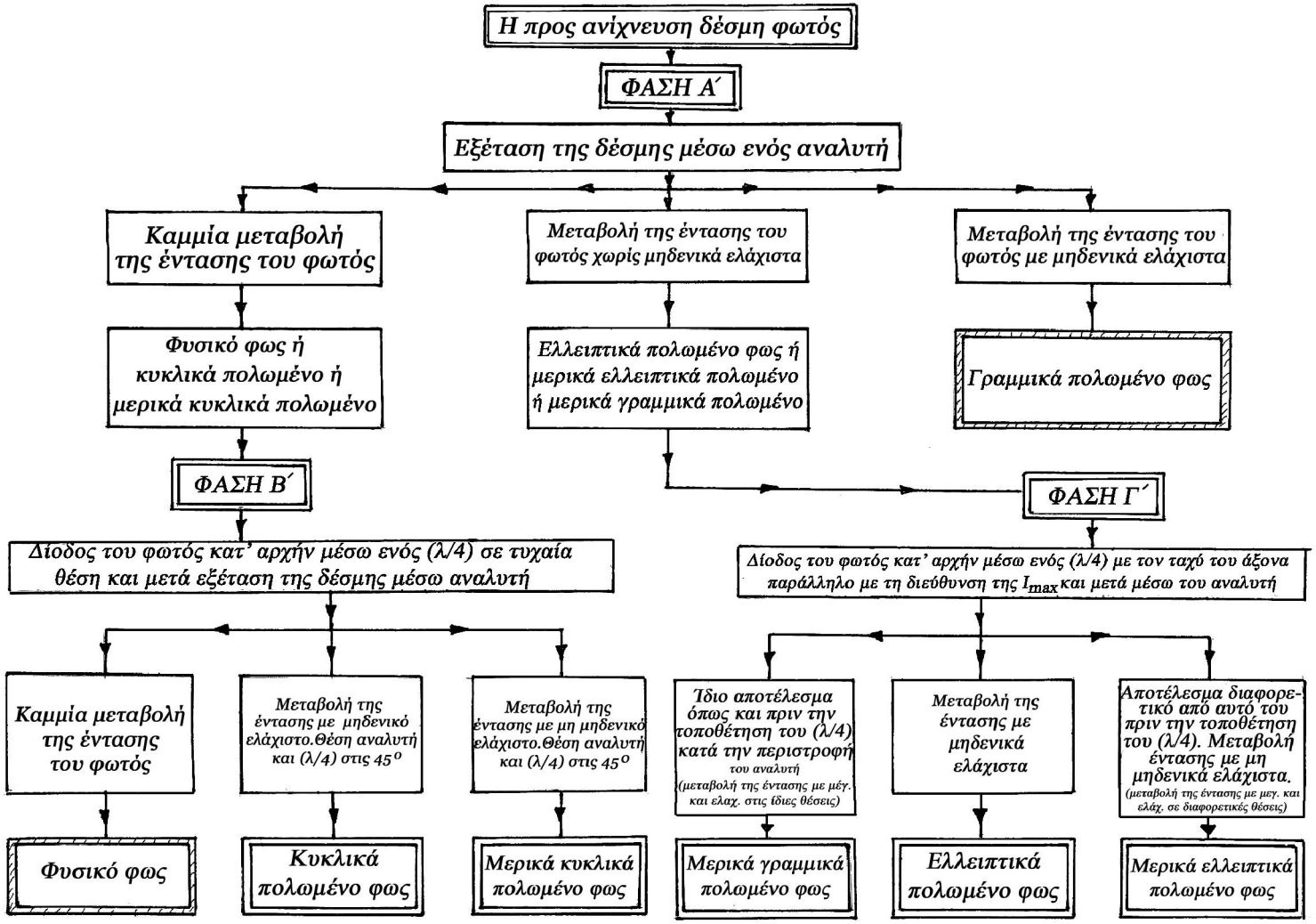
$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{unpol}$$



(Σχ. 3.4)

είναι η συνιστώσα της έντασης σε διεύθυνση κάθετη προς την προηγούμενη. Οπότε ο βαθμός πόλωσης θα είναι:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_{pol}}{I_{pol} + I_{unpol}} = \frac{I_{pol}}{I_{tot}}$$


Η προς ανίχνευση δέσμη φωτός
ΦΑΣΗ Α΄
Εξέταση της δέσμης μέσω ενός αναλυτή
Καμμία μεταβολή της έντασης του φωτός
Μεταβολή της έντασης του φωτός χωρίς μηδενικά ελάχιστα
Μεταβολή της έντασης του φωτός με μηδενικά ελάχιστα
Φυσικό φως ή κυκλικά πολωμένο ή μερικά κυκλικά πολωμένο
Ελλειπτικά πολωμένο φως ή μερικά ελλειπτικά πολωμένο ή μερικά γραμμικά πολωμένο
Γραμμικά πολωμένο φως
ΦΑΣΗ Β΄
ΦΑΣΗ Γ΄
Δίοδος του φωτός κατ' αρχήν μέσω ενός (λ/4) σε τυχαία θέση και μετά εξέταση της δέσμης μέσω αναλυτή
Δίοδος του φωτός κατ' αρχήν μέσω ενός (λ/4) με τον ταχύ του άξονα παράλληλο με τη διεύθυνση της I_{max} και μετά μέσω του αναλυτή
Καμμία μεταβολή της έντασης του φωτός
Μεταβολή της έντασης με μηδενικό ελάχιστο. Θέση αναλυτή και (λ/4) στις 45°
Μεταβολή της έντασης με μη μηδενικό ελάχιστο. Θέση αναλυτή και (λ/4) στις 45°
Ίδιο αποτέλεσμα όπως και πριν την τοποθέτηση του (λ/4) κατά την περιστροφή του αναλυτή
(μεταβολή της έντασης με μέγ. και ελαχ. στις ίδιες θέσεις)
Μεταβολή της έντασης με μηδενικά ελάχιστα
Αποτέλεσμα διαφορετικό από αυτό του πριν την τοποθέτηση του (λ/4). Μεταβολή έντασης με μη μηδενικά ελάχιστα.
(μεταβολή της έντασης με μεγ. και ελάχ. σε διαφορετικές θέσεις)
Φυσικό φως
Κυκλικά πολωμένο φως
Μερικά κυκλικά πολωμένο φως
Μερικά γραμμικά πολωμένο φως
Ελλειπτικά πολωμένο φως
Μερικά ελλειπτικά πολωμένο φως

(Διάγ. 3.5)

ΘΕΜΑ 1

Επαγόμενη διπλή διάθλαση του φωτός στα ισότροπα και ανισότροπα υλικά.

α) Γραμμικό ηλεκτρο-οπτικό φαινόμενο β) Τετραγωνικό ηλεκτρο-οπτικό φαινόμενο γ) Φωτοελαστικό φαινόμενο

Σε προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε τον τρόπο με τον οποίο διαδίδεται η Η/Μ ακτινοβολία στο εσωτερικό των ανισοτρόπων υλικών (των κρυστάλλων). Προέκυψε το εξής βασικό συμπέρασμα. Στη γενικότερη περίπτωση, κατά τη διεύθυνση μιας κυματοκαθέτου (διεύθυνση διάδοσης μετώπων κύματος) στο εσωτερικό ενός κρυστάλλου και για την περίπτωση που ο κρύσταλλος δεν είναι οπτικά ενεργός, μπορούν να διαδοθούν δύο επίπεδα γραμμικά πολωμένα μετωπα κύματος. Για ορισμένες περιπτώσεις (βλ. (§ 5.7): πλακίδια καθυστέρησης) ήταν δυνατόν να προσδιορίσουμε τις ταχύτητες φάσης των δύο αυτών κυμάτων. Δηλ. τους δείκτες διάθλασής και κατά προέκταση τη διαφορά φάσης, κατά τη διάδοσή τους σε απόσταση όση το πάχος των πλακιδίων.

Το ερώτημα που τίθεται είναι: Τι ακριβώς θα συμβεί εάν στον κρύσταλλο ή ακόμα και σε ένα ισότροπο υλικό, επιδράσουν διάφορες 'εξωγενείς δυνάμεις' όπως: Ηλεκτρικά πεδία (στατικά ή μη), μαγνητικά πεδία, μηχανικές τάσεις, θερμοκρασιακές μεταβολές ή συνδυασμός των προαναφερόμενων. Αποδεικνύεται ότι κάτω από αυτές τις συνθήκες οι οπτικές ιδιότητες των υλικών μεταβάλλονται, με συνέπεια να 'επάγονται' διαφόρων ειδών φαινόμενα. Κύριο χαρακτηριστικό τους, είναι ότι επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο διαδίδεται το φως μέσα στους κρυστάλλους που υπόκεινται στις προαναφερόμενες επιδράσεις. Δηλ. τις καταστάσεις πόλωσης των διαδιδόμενων πεδίων καθώς και τις ταχύτητες φάσης (δηλ. τους δ.δ.). Θα προσπαθήσουμε στα επόμενα να περιγράψουμε στοιχειωδώς ορισμένα από αυτά τα φαινόμενα με καθαρά φαινομενολογικό τρόπο. Από την άποψη ότι ελάχιστες μόνον νύξεις θα γίνουν όσον αφορά τον ατομικό χαρακτήρα των υλικών και τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των φορτίων και τους δεσμούς τους.

Φαινόμενα που στοιχειωδώς θα εξετάσουμε εδώ είναι: Το ***γραμμικό ηλεκτροοπτικό (linear electro-optic effect***) ή ***(Pockells effect).*** Το ***τετραγωνικό ηλεκτροοπτικό (quadratic electro-optic effect)*** ή ***(Kerr effect)***, και το ***φωτοελαστικό (photoelastic effect)***. Ηλεκτροοπτικό (γραμμικό και τετραγωνικό), είναι το φαινόμενο το οποίο προκύπτει όταν σε έναν κρύσταλλο εφαρμόσουμε ηλεκτρικό πεδίο $(\mathrm{V/m})$ προς μια ορισμένη διεύθυνση. Φωτοελαστικό, είναι το φαινόμενο το οποίο προκύπτει όταν σε κρύσταλλο ή σε ισότροπο υλικό εφαρμόσουμε μηχανική τά-

ση$\left(\mathrm{Nt/m^2}\right)$. Θα μπορούσε βέβαια ταυτόχρονα να εφαρμόζεται ηλ. πεδίο και μηχανική τάση γεγονός το οποίο ανάγει σε άλλου είδους φαινόμενα από αυτά που ήδη έχουμε αναφέρει.

Η Κβαντομηχανική θεωρία των στερεών αποδεικνύει ότι τα στοιχεία που χαρακτηρίζουν τον πίνακα της ηλεκτρικής διαπερατότητας ενός κρυστάλλου (βλ. (§ 5.6.2) και για τον τανυστικό χαρακτήρα της), εξαρτώνται από την κατανομή των φορτίων των ατόμων του. Αν όμως εφαρμόσουμε εξωτερικά ένα ηλεκτρικό πεδίο, τότε προκύπτει μια ανακατανομή τους. Το γεγονός αυτό θα έχει σαν συνέπεια τον επανακαθορισμό των στοιχείων του πίνακα της διαπερατότητας. Τα στοιχεία όμως αυτά καθορίζουν τις καταστάσεις πόλωσης των διαδιδόμενων με τις νέες συνθήκες κυμάτων, καθώς και τις ταχύτητες φάσης τους (δηλ. τους νέους δ.δ.).

Έστω ότι κατά μήκος ενός κύριου άξονα συμμετρίας κρυστάλλου εφαρμόζουμε: Αφ' ενός μεν ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο E_0 και αφ' ετέρου μια σταθερή μηχανική τάση σ. Τότε η ηλεκτρική διαπερατότητα του κρυστάλλου όπως και η διηλεκτρική σταθερή και κατά προέκταση και ο δ.δ. είναι συναρτήσεις όχι μόνο του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου αλλά και της μηχανικής τάσης. Θεωρούμε την περίπτωση, που το φως διαδίδεται στον κρύσταλλο με το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού του πεδίου να είναι παράλληλο με τον προαναφερόμενο κύριο άξονα συμμετρίας του. Τότε θα μπορούσαμε να εκφράσουμε με βαθμωτό τρόπο τον 'επαγόμενο' δ.δ. (δηλ. αυτόν που θα προκύψει μετά την εφαρμογή του ηλ. πεδίου και της μηχανικής τάσης) από τη σχέση:

$$n = n^0 + aE_0 + a'\sigma + bE_0^2 + b'\sigma^2 + b''E_0\sigma + \cdots \qquad (1.1)$$

όπου a, a', b, b', b'' σταθερές και n^0 ο δ.δ. για $E_0 = 0$ και $\sigma = 0$. Τότε: α) Ο όρος aE_0 αφορά το γραμμικό Η/Ο φαινόμενο. β) Ο bE_0^2 το τετραγωνικό Η/Ο. και γ) Ο $a'\sigma$ αναδεικνύει το φωτοελαστικό φαινόμενο. Ο $b'\sigma^2$, αφορά το αντίστοιχο τετραγωνικό φωτοελαστικό. Όροι όπως ο $b''E_0\sigma$ ή και ανώτερης τάξης ως προς E_0, σ αφορούν άλλου είδους φαινόμενα.

Όπως θ' αποδείξουμε στα επόμενα, για κεντροσυμμετρικούς κρυστάλλους (δηλ. σ' αυτούς που λόγω δομής τους υφίσταται κέντρο συμμετρίας) όπως και για ισότροπα υλικά $a = 0$ οπότε δεν υφίσταται γραμμικό Η/Ο φαινόμενο. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και για τη σταθερή a' στη (σχ. 1.1), η οποία είναι διάφορη του μηδενός. Πράγματι κατά την αλλαγή της φοράς του εφαρμοζόμενου στον κρύσταλλο ηλ. πεδίου, δεν υφίσταται καμιά μεταβολή. Όμως η αλλαγή της φοράς της εφαρμοζόμενης μηχανικής τάσης, μεταβάλλει την κατάσταση του κρυστάλλου από συμπίεση σε τάνυση με αποτέλεσμα $a' \neq 0$. Αυτός ακριβώς είναι ο λόγος για τον οποίο

τα ισότροπα υλικά εμφανίζουν γραμμικό φωτοελαστικό φαινόμενο ($a'\sigma \neq 0$) όχι όμως γραμμικό Η/Ο ($aE_0 = 0$).

α) Γραμμικό ηλεκτρο-οπτικό φαινόμενο (Pockels effect)

Σε μικροσκοπικό (ατομικό) επίπεδο η δράση του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E} = E_1\mathbf{i} + E_2\mathbf{j} + E_3\mathbf{k}$ (που για το γραμμικό ηλεκτροοπτικό φαινόμενο αφορά τη δράση των συνιστωσών του E_1, E_2, E_3 ανά μια), μπορεί να προκαλέσει ανακατανομή των ηλεκτρονικών νεφών των ατόμων, ισοτρόπων και ανισοτρόπων (κρυσταλλικών) υλικών. Σαν αποτέλεσμα θα έχουμε – όπως ήδη αναφέραμε – τη μεταβολή των ηλεκτρικών διαπερατοτήτων και κατά προέκταση των δεικτών διάθλασης και τελικά των καταστάσεων πόλωσης των διαδιδόμενων στο εσωτερικό τους.

Από φαινομενολογική άποψη το μέγεθος της μεταβολής των δ.δ. είναι δυνατόν να το υπολογίσουμε με τη βοήθεια ενός μεγέθους που ονομάζεται ηλ. αδιαπερατότητα B. Και η οποία σχετίζεται με το δ.δ. n με τη σχέση: $B = 1/n^2$. Τότε η έκφραση για το ***γραμμικό ηλεκτρο-οπτικό (linear electro-optic effect)*** ή ***(Pockells effect)*** φαινόμενο σε βαθμωτή μορφή είναι η εξής:

$$B(E) = B(0) + rE \tag{1.2}$$

Όπου E το εφαρμοζόμενο στον κρύσταλλο ηλ. πεδίο. $B(E)$ η ηλ. αδιαπερατότητα αφού εφαρμόστηκε το ηλ. πεδίο στον κρύσταλλο. $B(0)$ ή ηλ. αδιαπερατότητα όταν $E = 0$ και r είναι ο λεγόμενος ***γραμμικός ηλεκτρο-οπτικός συντελεστής*(*linear electro-optical coefficient)***. Και με την αντικατάσταση των $B(E), B(0)$ βρίσκουμε τη σχέση:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = rE \tag{1.3}$$

Όπου: n ο δ.δ. του υλικού μετά την εφαρμογή του ηλ. πεδίου και n_0 ο δ.δ. όταν ήταν $E = 0$. Οι διαστάσεις του r είναι $[\mathrm{m/V}]$ και η τάξη μεγέθους του $1 \times 10^{-12}\,\mathrm{m/V}$. Για πρώτη φορά το φαινόμενο είχε περιγραφεί από τον F.C.A. Pockells το 1893.

Είναι δυνατόν με τη βοήθεια της (σχ. 1.3) να υπολογίσουμε την τάξη μεγέθους της επαγόμενης διπλοθλαστικότητας $\Delta n = n - n_0$ λόγο της εφαρμογής του ηλ. πεδίου. Θα έχουμε:

$$\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_o^2}=rE \quad \Rightarrow \quad \frac{n^2-n_o^2}{n_o^2n^2}=\frac{(n_1+n_o)(n-n_o)}{n_o^2n^2}\simeq\frac{2(n-n_o)}{n_o^3}=-rE_3 \text{ επειδή } n\simeq n_o .$$

Οπότε: $$n=n_o-\frac{1}{2}n_o^3rE \qquad (1.4)$$

Αν υποθέσουμε ότι: $n_o=2.0$, $r=8\times10^{-12}\,\mathrm{m/V}$ και $E=10\,\mathrm{kV/cm}=10^6\,\mathrm{V/m}$, τότε βρίσκουμε: $n-n_o=0.4\times10^{-4}$. Δηλ. βρίσκουμε ένα $\Delta n\cong10^{-4}$.

Εκ πρώτης όψεως η μεταβολή στο δ.δ. λόγω της εφαρμογής αυτού του πεδίου φαίνεται πολύ μικρή. Εντούτοις λόγω του μικρού μεγέθους του μήκους κύματος του φωτός, οι μεταβολές που προκαλούνται στις φάσεις των διαδιδόμενων κυμάτων στο εσωτερικό των υλικών είναι πολύ σημαντικές. Το γεγονός αυτό φαίνεται στο επόμενο παράδειγμα.

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ότι διαθέτουμε ένα διαφανές πλακίδιο ενός κρυστάλλου του κυβικού συστήματος, ο οποίος κατά τα γνωστά δεν είναι διπλοθλαστικός. Καθίσταται όμως τέτοιος, αν επιδράσουμε πάνω του ένα ηλεκτρικό πεδίο του μεγέθους π.χ. $E=10^6\,\mathrm{V/m}$. Και μάλιστα μονοάξονας λόγω του γραμμικού Η/Ο φαινομένου. Ο αναπτυσσόμενος οπτικός του άξονας (γεγονός που είναι δυνατό), είναι κάθετος προς τη διεύθυνση που διαδίδουμε ένα επίπεδο μονοχρωματικό μέτωπο κύματος μ.κ. $\lambda=0.633\times10^{-3}\,\mathrm{mm}$. Τότε με $n_o=2.0$, $r=8\times10^{-12}\,\mathrm{m/V}$ όπως είδαμε προηγουμένως, η διπλοθλαστικότητά του θα είναι $n-n_o=\Delta n\cong10^{-4}$. Ν' αποδειχθεί ότι αρκεί το πλακίδιο αυτό να έχει πάχος $d\simeq1.5\mathrm{mm}$, για να καταστεί πλακίδιο καθυστέρησης $(\lambda/4)$.

- Πράγματι για να συμβεί αυτό θα πρέπει κατά τα γνωστά να ισχύει: $\frac{2\pi}{\lambda}(n-n_o)d=\frac{\pi}{2}$, από την οποία βρίσκουμε:

$$d=\frac{\lambda}{4(n-n_o)}=\frac{\lambda}{4\Delta n}=\frac{0.633\times10^{-3}\,\mathrm{mm}}{4\times10^{-4}}\simeq1.5\mathrm{mm}.$$

Σημείωση

Το γραμμικό ηλεκτροοπτικό φαινόμενο ενέχει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα από ότι το αντιμετωπίσαμε εμείς στη βαθμωτή του μορφή με τη βοήθεια της (σχ. 1.2). Στην πραγματικότητα η σχέση αυτή επειδή εφαρμόζεται σε ανισότροπα (κρυ-

σταλλικά) υλικά, έχει τανυστικό χαρακτήρα και γράφεται με τη μορφή:

$$B_{ij}(\mathbf{E}) = B_{ij}(0) + r_{ijk}E_k \quad i,j,k = 1,2,3 \tag{1.5}$$

Βλέπουμε δηλ. ότι οι ηλ. αδιαπερατότητες (πριν και μετά την εφαρμογή του ηλ. πεδίου) είναι τανυστές δεύτερης τάξης (εννέα στοιχεία έκαστος). Το ηλ. πεδίο είναι τανυστής πρώτης τάξης δηλ. διάνυσμα με τρία στοιχεία (τα τρία στοιχεία των συνιστωσών του). Όσον αφορά δε τους ηλεκτροοπτικούς συντελεστές, είναι τανυστές τρίτης τάξης (27 στοιχεία έκαστος) οι οποίοι για λόγους συμμετρίας περιορίζονται στη γενικότερη περίπτωση σε 18 από τους οποίους πολλοί είναι μηδενικοί (π.χ. οι κρύσταλλοι του κυβικού συστήματος διαθέτον έναν ανεξάρτητο Η/Ο συντελεστή ενώ του τετραγωνικού συστήματος της τάξης $(\bar{4}2\mathrm{m})$ διαθέτει δύο). Μια πλήρης ανάλυση του γραμμικού Η/Ο φαινομένου γίνεται στο: (Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4 Κεφ. Ζ).

Υλικό	Συμμετρία	Μήκος κύματος $(\mu\mathrm{m})$	Ηλεκτροοπτικός συντελεστής $(10^{-12}\ \mathrm{m/V})$	Δείκτης διάθλασης
GaAs	$\bar{4}3m$	1.15	$(T)\ r_{41} = 1.43$	$n = 3.43$
B-ZnS Sphalerite	$\bar{4}3m$	0.6	$(T)\ r_{41} = 2.1$	$n = 2.36$
		0.633	$(S)\ r_{41} = -1.6$	$n = 2.35$
$Bi_{12}GeO_{20}$	23	0.666	$(T)\ r_{41} = 3.22$	$n = 2.54$
$Bi_{12}GeO_{20}$	23	0.633	$(T)\ r_{41} = 5$	$n = 2.54$
$LiNbO_3$ (T_c=1230 ^{0}C)	3m	0.633	$(T)\ r_{13} = 9.6$	$n_0 = 2.286$
			$(T)\ r_{22} = 6.8$	$n_e = 2.200$
$LiTaO_3$	3m	0.633	$(T)\ r_{13} = 8.4$	$n_0 = 2.176$ $n_e = 2.180$
KH_2PO_4 (KDP)	$\bar{4}2m$	0.546	$(T)\ r_{41} = 8.77$	$n_0 = 1.5115$
			$(T)\ r_{63} = 10.3$	$n_e = 1.4698$
		0.633	$(T)\ r_{41} = 8$	$n_0 = 1.5074$
			$(T)\ r_{63} = 11$	$n_e = 1.4669$

(T): υπό σταθερή μηχανική τάση – ***(S)***: υπό σταθερή σχ. παραμόρφωση

(Πίν. 1.1)

Στον (Πίν. 1.1) παραθέτουμε ένα αριθμό κρυσταλλικών υλικών: Την κρυσταλλική τάξη στην οποία ανήκουν, τους ανεξάρτητους Η/Ο συντελεστές και τις τιμές τους, τους δ.δ. καθώς και τα μ.κ. στα οποία έγιναν οι μετρήσεις τους.

Στα προηγούμενα είχαμε αναφέρει ότι αν ο κρύσταλλος έχει κέντρο συμμετρίας τότε αποδεικνύεται ότι $r = 0$ δηλ. ότι δεν θα υφίσταται γραμμικό Η/Ο φαινόμενο. Πράγματι θεωρούμε ότι σ' ένα τέτοιου είδους κρύσταλλο, εφαρμόζουμε ένα πεδίο $\mathbf{E}$ προς μια ορισμένη διεύθυνση. Η δράση αυτού του πεδίου (εξετάζοντας το πρόβλημα σε μία έστω διάσταση), θα μας δώσει μια μεταβολή στην αδιαπερατότητα ΔB_1 ίση με:

$$\Delta B_1 = rE \tag{1.6}$$

όπου r ο ηλεκτροοπτικός συντελεστής. Έστω ότι κατόπιν εφαρμόζουμε το πεδίο $\mathbf{E}$ στην αντίθετη με την πρώτη διεύθυνση οπότε: $\mathbf{E}' = -\mathbf{E}$. Άρα η μεταβολή ΔB_2 στην αδιαπερατότητα θα δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta B_2 = -rE \tag{1.7}$$

Επειδή όμως ο κρύσταλλος έχει συμμετρία ως προς το κέντρο του, δεν έχουμε κανένα λόγο να μην δεχτούμε ότι $\Delta B_1 = \Delta B_2$. Επομένως από τις (σχ. 1.6,7) συνάγεται ότι: $r = -r$. Αλλά η τελευταία ισχύει μόνον όταν $r = 0$. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στους κεντροσυμμετρικούς κρυστάλλους καθώς και στα ισότροπα υλικά (στερεά, υγρά και αέρια) δεν εκδηλώνεται πρωτεύον γραμμικό ηλεκτροοπτικό φαινόμενο.

Η μελέτη του γραμμικού Η/Ο φαινομένου έχει μεγάλο ενδιαφέρον από πρακτική άποψη επειδή αφορά σε μεγάλο πλήθος εφαρμογών. Πράγματι οι ηλεκτροοπτικοί κρύσταλλοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν διαμορφωτές του πλάτους ή της φάσης οπτικών σημάτων στην ορατή ή υπέρυθρη περιοχή του Η/Μ φάσματος, σαν εκτροπείς οπτικών δεσμών, σαν φασματικά φίλτρα, σαν μέσα καταγραφής πληροφοριών και σε πολλούς άλλους τομείς της σύγχρονης οπτικής τεχνολογίας.

β) Τετραγωνικό ηλεκτρο-οπτικό φαινόμενο (Kerr effect)

Για την συγκεκριμένη περίπτωση που εξετάζουμε εδώ, σε μικροσκοπικό (ατομικό) επίπεδο, η δράση του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E} = E_1\mathbf{i} + E_2\mathbf{j} + E_3\mathbf{k}$ δεν αφορά

ουσιαστικά τη δράση της καθεμιάς των συνιστωσών του E_1, E_2, E_3 (όπως στην περίπτωση του γραμμικού Η/Ο φαινομένου), αλλά τη δράση του γινομένου των συνιστωσών του ανά δύο. Η διαδικασία αυτή για ισχυρότερα σχετικά πεδία από ότι εφαρμόζουμε για την εμφάνιση του γραμμικού Η/Ο φαινομένου ακόμα και σε κεντροσυμμετρικούς κρυστάλλους, – όπως αποδεικνύεται και πειραματικά – μπορεί να προκαλέσει ανακατανομή των ηλεκτρονικών νεφών των ατόμων, ισοτρόπων και ανισοτρόπων (κρυσταλλικών) υλικών. Σαν αποτέλεσμα θα έχουμε και εδώ τη μεταβολή των ηλεκτρικών διαπερατοτήτων και κατά προέκταση των δεικτών διάθλασης και τελικά των καταστάσεων πόλωσης των του φωτός των διαδιδόμενων στο εσωτερικό τους.

Τότε η έκφραση γι' αυτό το φαινόμενο το οποίο ονομάζουμε ***τετραγωνικό ηλεκτροοπτικό (quadratic electro-optic effect) ή (Kerr effect)***, σε βαθμωτή μορφή μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$B(E) = B(0) + sE^2 \tag{1.8}$$

Όπου E το εφαρμοζόμενο στον κρύσταλλο ηλ. πεδίο. $B(E)$ η ηλ. αδιαπερατότητα αφού εφαρμόστηκε το ηλ. πεδίο στον κρύσταλλο. $B(0)$ ή ηλ. αδιαπερατότητα όταν $E = 0$ και s ο λεγόμενος ***τετραγωνικός ηλεκτροοπτικός συντελεστής(quadratic electro-optical coefficient)***. Και με την αντικατάσταση των $B(E), B(0)$ βρίσκουμε τη σχέση:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = sE^2 \tag{1.9}$$

Όπου: n ο δ.δ. του υλικού μετά την εφαρμογή του ηλ. πεδίου και n_0 ο δ.δ. όταν ήταν $E = 0$. Οι διαστάσεις του s είναι $\left[\mathrm{m}^2/\mathrm{V}^2\right]$ και η τάξη μεγέθους του $10^{-18}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{V}^2$. Για πρώτη φορά το φαινόμενο είχε περιγραφεί από τον Σκοτσέζο φυσικό John Kerr το 1888.

Είναι δυνατόν με τη βοήθεια της (σχ. 1.9) να υπολογίσουμε την τάξη μεγέθους της επαγόμενης διπλοθλαστικότητας $\Delta n = n - n_0$ λόγο της εφαρμογής του ηλ. πεδίου**.** Θα έχουμε:

$$\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_o^2} = sE^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{n^2 - n_o^2}{n_o^2 n^2} = \frac{(n_1 + n_o)(n - n_o)}{n_o^2 n^2} \simeq \frac{2(n - n_o)}{n_o^3} = -sE^2 \text{ επειδή } n \simeq n_o .$$

Οπότε:

$$n = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 s E^2 \tag{1.10}$$

Αν υποθέσουμε ότι: $n_o = 1.5$, $s = 10 \times 10^{-18}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{V}^2$ και $E = 10\,\mathrm{kV/cm} = 10^6\,\mathrm{V/m}$, τότε βρίσκουμε: $n - n_o = 1.68 \times 10^{-5}$. Δηλ. βρίσκουμε ένα $\Delta n \cong 10^{-5}$.

Και σ' αυτή την περίπτωση εκ πρώτης όψεως η μεταβολή στο δ.δ. λόγω της εφαρμογής αυτού του πεδίου φαίνεται πολύ μικρή. Εντούτοις λόγω του μικρού μεγέθους του μήκους κύματος του φωτός, οι μεταβολές που προκαλούνται στις φάσεις των διαδιδόμενων κυμάτων στο εσωτερικό των υλικών είναι πολύ σημαντικές.

Υλικό	Συμμετρία	Μήκος κύματος $(\mu\mathrm{m})$	Ηλεκτροοπτικοί συντελεστές $s_{ij}\left(10^{-18}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{V}^2\right)$	Δείκτης διάθλασης
KH_2PO_4 (KDP)	$\bar{4}2m$	0.540	$n_e^3\left(s_{33} - s_{13}\right) = 31$	$n_0 = 1.5115$ $n_e = 1.4698$ $(\theta\varepsilon\rho\mu.\ \delta\omega\mu.)$ $\lambda = 546\,\mathrm{nm}$
			$n_o^3\left(s_{31} - s_{11}\right) = 13.5$	
			$n_o^3\left(s_{21} - s_{11}\right) = 8.9$	
			$n_o^3 s_{66} = 3.0$	
$(NH_4)H_2PO_4$ (ADP)	$\bar{4}2m$	0.540	$n_e^3\left(s_{33} - s_{13}\right) = 24$	$n_0 = 1.5266$ $n_e = 1.4808$ $(\theta\varepsilon\rho\mu.\ \delta\omega\mu.)$ $\lambda = 546\,\mathrm{nm}$
			$n_o^3\left(s_{31} - s_{11}\right) = 16.5$	
			$n_o^3\left(s_{21} - s_{11}\right) = 5.8$	
			$n_o^3 s_{66} = 2.0$	
$BaTiO_3$ $\left(T_C = 120^0\mathrm{C}\right)$	m3m	0.633	$s_{11} - s_{12} = 2290\ T > T_C$	$n = 2.42$
		0.500	$n_o^3\left(s_{11} - s_{12}\right) = 72{,}000\ T \simeq T_C$	
			$n_o^3 s_{44} = 44{,}000$	

(Πίν. 1.2)

Σημείωση

Και το τετραγωνικό ηλεκτροοπτικό φαινόμενο ενέχει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα από ότι το αντιμετωπίσαμε εμείς στη βαθμωτή του μορφή με τη βοήθεια της (σχ. 1.8). Στην πραγματικότητα η σχέση αυτή επειδή εφαρμόζεται σε ανισότροπα (κρυσταλλικά) υλικά έχει τανυστικό χαρακτήρα και γράφεται με τη μορφή:

$$B_{ij}\left(\mathbf{E}\right) = B_{ij}\left(0\right) + s_{ijkl} E_k E_l \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \tag{1.11}$$

Βλέπουμε δηλ. ότι οι ηλ. αδιαπερατότητες (πριν και μετά την εφαρμογή του ηλ. πεδίου) είναι τανυστές δεύτερης τάξης (εννέα στοιχεία έκαστος). Το ηλ. πεδίο είναι τανυστής πρώτης τάξης δηλ. διάνυσμα (τρία στοιχεία-οι συνιστώσες του). Όσον αφορά δε τους τετραγωνικούς ηλεκτροοπτικούς συντελεστές, είναι τανυστές τέταρτης τάξης (81 στοιχεία έκαστος) οι οποίοι για λόγους συμμετρίας περιορίζονται στη γενικότερη περίπτωση σε 36 από τους οποίους πολλοί είναι μηδενικοί (π.χ. οι κρύσταλλοι του κυβικού συστήματος της τάξης (23) διαθέτει τέσσερεις ανεξάρτητους τετραγωνικούς Η/Ο συντελεστές ενώ του τετραγωνικού συστήματος της τάξης $(\bar{4}2\mathrm{m})$ διαθέτει επτά). Μια πλήρης ανάλυση του τετραγωνικού Η/Ο φαινομένου γίνεται στο: (Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4 Κεφ. Ζ).

Στον (Πίν. 1.2) παραθέτουμε ένα αριθμό κρυσταλλικών υλικών: Την κρυσταλλική τάξη στην οποία ανήκουν, τις τιμές $n^3(s_1 - s_2)$, τους δ.δ. καθώς και τα μ.κ. στα οποία έγιναν οι μετρήσεις τους.

Τετραγωνικό ηλεκτρο-οπτικό φαινόμενο στα ισότροπα υλικά

Τα ισότροπα υλικά κατά τα γνωστά εμφανίζουν μόνο τετραγωνικό Η/Ο φαινόμενο υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου. Τουλάχιστον για τα υγρά και τα αέρια, το γεγονός αυτό οφείλεται στον προσανατολισμό των ανισοτρόπων μορίων (από ηλεκτρική πόλωση) λόγω της εφαρμογής του ηλ. πεδίου, ενώ για τα στερεά η ερμηνεία είναι πιο περίπλοκη. Το υλικό τελικά αποδεικνύεται ότι συμπεριφέρεται σαν μονοάξον, με τον οπτικό του άξονα στη διεύθυνση της εφαρμογής του πεδίου.

Στην περίπτωση αυτή αποδεικνύεται ότι η διπλοθλαστικότητα Δn θα είναι:

$$\Delta n = n_3' - n_1' = \frac{1}{2} n^3 (s_{12} - s_{11}) E^2 = -n^3 s_{44} E^2 \qquad (1.12)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τη σχέση: $s_{44} = (1/2)(s_{11} - s_{12})$ από τον πίνακα των τετραγωνικών Η/Ο συντελεστών για τα ισότροπα υλικά (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4 Κεφ. Ζ (Σχ. Ζ.19)) και (σχ. Ζ.108)). Η (σχ. 1.12) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\Delta n = K \lambda E^2 \qquad (1.13)$$

όπου η K ονομάζεται ***σταθερή Kerr (Kerr constant)*** και λ είναι το μ.κ. στο κενό στο οποίο μετρούνται οι συντελεστές s και ο δ.δ. n. Οπότε $n^3 s_{44} = -K\lambda$. Στον

(Πίν. 1.3) παραθέτουμε τις τιμές των K για ορισμένα υγρά τα οποία χρησιμοποιούνται στην πράξη.

Υλικό	$\lambda(\mathrm{nm})$	n	$K\left(\mathrm{m/V^2}\right)$
H_2O	589	1.33	5.1×10^{-14}
Nitro toluene	589		1.37×10^{-12}
Nitro benzene	589		2.44×10^{-12}
Benzene	546	1.503	4.9×10^{-15}
CS_2	546	1.633	3.88×10^{-14}
	633	1.619	3.18×10^{-14}
CCl_4	546	1.460	8.6×10^{-16}
	633	1.456	7.4×10^{-16}

(Πίν. 1.3)

Παράδειγμα

Έστω ότι διαθέτουμε ένα δοχείο από γυαλί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου που περιέχει νερό. Με τη βοήθεια μεταλλικών επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή με δύο απέναντι έδρες του δοχείου, εφαρμόζουμε μια διαφορά δυναμικού έτσι ώστε στο εσωτερικό του να υφίσταται πεδίο $E=10^6\,\mathrm{V/m}$. Κάθετα σ' αυτή τη διεύθυνση διαδίδεται επίπεδο μέτωπο κύματος που προέρχεται από λυχνία Na με $\lambda=589\mathrm{nm}$. Θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το πάχος d του δοχείου κατά τη διεύθυνση της διάδοσης, έτσι ώστε το τελευταίο ν' αποτελεί 'πλακίδιο' καθυστέρησης $\lambda/4$. (Ο 'επαγόμενος' οπτικός άξονας αναπτύσσεται κατά μήκος της εφαρμογής του ηλ. πεδίου και ο υποτιθέμενος 'κρύσταλλος' είναι μονοάξονας).

- Με τη βοήθεια της (σχ. 1.13) θα έχουμε: $(\Delta n)d=K\lambda E^2 d=\lambda/4\Rightarrow$ $\Rightarrow d=1/4KE^2$ και επειδή $K=5.1\times10^{-14}\,\mathrm{m/V^2}$ και $E^2=10^{12}\left(\mathrm{V/m}\right)^2$ βρίσκουμε: $d\simeq4.9\mathrm{m}$ το οποίο δεν συνίσταται από πρακτική άποψη. Αν όμως το νερό αντικατασταθεί από Νιτροβενζένιο για το οποίο όπως βλέπουμε από τον (Πίν. 1.3) η τιμή της σταθερής Kerr είναι $K=2.44\times10^{-12}\,\mathrm{m/V^2}$ βρίσκουμε $d\simeq0.1\mathrm{m}$. Τα υλικά όμως Νιτροβενζένιο όπως και το Νιτροτουλουένιο παρά το ότι έχουν σταθερές Kerr δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες του νερού, είναι τοξικά και εύφλεκτα.

γ) Φωτοελαστικό φαινόμενο

Θεωρούμε την περίπτωση κατά την οποία σ' ένα διαφανές ισότροπο ή ανισότροπο υλικό ασκείται μηχανική τάση (δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας). Τότε λόγω της σχετικής παραμόρφωσης που υφίσταται το σώμα, σε μικροσκοπική κλίμακα θα μπορούσε να προκύψει μετατόπιση ηλ. φορτίων. Σαν αποτέλεσμα και εδώ θα έχουμε μεταβολή των ηλεκτρικών διαπερατοτήτων και κατά προέκταση των δεικτών διάθλασης και τελικά των καταστάσεων πόλωσης των διαδιδόμενων στο εσωτερικό τους μετώπων κύματος. Η μεταβολή στους δ.δ. που προκαλείται από την εφαρμογή της μηχανικής τάσης, ονομάζεται ***γραμμικό φωτοελαστικό φαινόμενο (linear photoelastic effect)***.

Από φαινομενολογική άποψη το μέγεθος της μεταβολής των δ.δ. είναι δυνατόν να το υπολογίσουμε κατά τα γνωστά, με τη βοήθεια του μεγέθους της ηλ. αδιαπερατότητας B. Τότε η έκφραση για το γραμμικό φωτοελαστικό φαινόμενο σε βαθμωτή μορφή είναι η εξής:

$$B(E) = B(0) + \pi\sigma \tag{1.14}$$

Όπου σ η εφαρμοζόμενη στον κρύσταλλο μηχανική τάση. $B(E)$ η ηλ. αδιαπερατότητα αφού εφαρμόστηκε η μηχ. τάση στον κρύσταλλο. $B(0)$ ή ηλ. αδιαπερατότητα όταν $\sigma = 0$ και π ο λεγόμενος ***πιεζοοπτικός συντελεστής(piezo-optical coefficient)***. Οι διαστάσεις του π είναι $\left[\mathrm{m}^2/\mathrm{Nt}\right]$ και η τάξη μεγέθους του $10^{-12}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{Nt}$. Η (σχ. 1.14) μπορεί επίσης να γραφεί με τη μορφή:

$$B(E) = B(0) + p\varepsilon \tag{1.15}$$

Όπου ε η σχετική παραμόρφωση (αδιάστατο μέγεθος) που εκφράζει το λόγο της μεταβολής στις διαστάσεις ενός μεγέθους προς τις αρχικές του διαστάσεις και p ο λεγόμενος ***ελαστοοπτικός συντελεστής (elasto-optic coefficient)***. Οι συντελεστές π, p δεν είναι μεταξύ τους ανεξάρτητοι αλλά συνδέονται με τη σχέση: $p = \pi c$. Όπου c η γνωστή από τη μηχανική σταθερή ακαμψίας ή μέτρο του Young της οποίας η τάξη μεγέθους είναι $10^{11}\,\mathrm{Nt}/\mathrm{m}^2$. Ο p είναι αδιάστατο μέγεθος και η τάξη μεγέθους του είναι $p = 10^{-1}$.

Με την αντικατάσταση στη (σχ. 1.15) των $B(E), B(0)$ βρίσκουμε την επόμενη σχέση:

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{n_0}=p\varepsilon \tag{1.16}$$

Όπου: n ο δ.δ. του υλικού μετά την εφαρμογή της μηχ. τάσης και n_0 ο δ.δ. όταν ήταν $\sigma=0$. Είναι δυνατόν με τη βοήθεια της (σχ. 1.16) να υπολογίσουμε την τάξη μεγέθους της επαγόμενης διπλοθλαστικότητας $\Delta n=n-n_0$ λόγο της εφαρμογής της μηχανικής τάσης. Θα έχουμε:

$$\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_o^2}=p\varepsilon \;\Rightarrow\; \frac{n^2-n_o^2}{n_o^2n^2}=\frac{(n_1+n_o)(n-n_o)}{n_o^2n^2}\simeq\frac{2(n-n_o)}{n_o^3}=-p\varepsilon \text{ επειδή } n\simeq n_o.$$

Οπότε:
$$n=n_o-\frac{1}{2}n_o^3p\varepsilon \tag{1.17}$$

Ας υποθέσουμε ότι: $n_o=1.5$, $p=0.3$ και η εφαρμοζόμενη στον κρύσταλλο μηχ. τάση είναι: $\sigma=10^6\ \mathrm{Nt/m^2}$. Τότε επειδή $\sigma=c\varepsilon$ (που είναι η σχέση που συνδέει την τάση με τη σχετική παραμόρφωση) και $c\simeq10^{11}$ βρίσκουμε: $\varepsilon\simeq10^{-5}$. Οπότε από τη (σχ. 1.17) θα έχουμε: $\Delta n=n-n_0\cong10^{-5}$. Και σ' αυτή την περίπτωση εκ πρώτης όψεως η μεταβολή στο δ.δ. λόγω της εφαρμογής αυτού του πεδίου φαίνεται πολύ μικρή. Εντούτοις λόγω του μικρού μεγέθους του μήκους κύματος του φωτός, οι μεταβολές που προκαλούνται στις φάσεις των διαδιδόμενων κυμάτων στο εσωτερικό των υλικών είναι πολύ σημαντικές.

Σημείωση

Και το φωτοελαστικό φαινόμενο ενέχει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα από ότι το αντιμετωπίσαμε στη βαθμωτή του μορφή με τη βοήθεια της (σχ. 1.15). Στην πραγματικότητα η σχέση αυτή επειδή εφαρμόζεται σε ανισότροπα (κρυσταλλικά) υλικά έχει τανυστικό χαρακτήρα και γράφεται με τη μορφή:

$$B_{ij}(\mathbf{E})=B_{ij}(0)+p_{ijkl}\varepsilon_{kl}\quad i,j,k,l=1,2,3 \tag{1.18}$$

Βλέπουμε δηλ. ότι οι ηλ. αδιαπερατότητες (πριν και μετά την εφαρμογή του ηλ. πεδίου) είναι τανυστές δεύτερης τάξης (εννέα στοιχεία έκαστος). Η σχετική παραμόρφωση είναι τανυστής (πεδίου) δεύτερης τάξης (εννέα στοιχεία έκαστος). Όσον αφορά δε τους ελαστοοπτικούς συντελεστές, είναι τανυστές τέταρτης τάξης (81 στοιχεία έκαστος) οι οποίοι για λόγους συμμετρίας περιορίζονται στη γενικότερη περίπτωση σε 36 από τους οποίους πολλοί είναι μηδενικοί (π.χ. οι κρύσταλλοι του

κυβικού συστήματος της τάξης (23) διαθέτει τέσσερεις ανεξάρτητους ελαστοοπτικούς συντελεστές , του τετραγωνικού συστήματος της τάξης $(\bar{4}2\mathrm{m})$ διαθέτει επτά και για τα ισότροπα υλικά δύο καθώς και τη διαφορά τους). Μια πλήρης ανάλυση του φωτοελαστικού φαινομένου γίνεται στο: (Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 4 Κεφ. Ζ).

α) *Ακουστοοπτικό φαινόμενο στα ισότροπα υλικά.*

Η μελέτη του φωτοελαστικού φαινόμενου παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον όσον αφορά τις εφαρμογές του. Μια από αυτές είναι το λεγόμενο ***ακουστοοπτικό φαινόμενο (acousto-optic effect)***. Έστω διαφανές ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο δοχείο με νερό, υφίσταται κατά μήκος δύο απέναντι εδρών του, την επίδραση που προκαλεί δονητής που πάλλετε στην περιοχή των ακουστικών συχνοτήτων. Τότε κατά μήκος αυτής της διεύθυνσης στο νερό, διαδίδονται διαμήκη κύματα (με τη μορφή πυκνωμάτων και αραιωμάτων). Επομένως περιοδικά στο νερό ασκούνται τάσεις και κατά προέκταση περιοδικές σχετικές παραμορφώσεις λόγω των ελαστικών παραμορφώσεών του. Σαν τελικό αποτέλεσμα θα έχουμε την περιοδική μεταβολή του δ.δ. του νερού. Δημιουργείται δηλ. στο νερό – κατά μήκος της διάδοσης του ακουστικού κύματος – ένα φράγμα περίθλασης όγκου (βλ. Κεφ. 7: Περίθλαση του φωτός (§ 7.7.2) και στο ίδιο: (ΘΕΜΑ 2): Αρχές έγχρωμης ολογραφίας) ορισμένης περιόδου, το οποίο όπως αποδεικνύεται διαδίδεται με μια ορισμένη ταχύτητα φάσης. Τότε φως το οποίο θα προσπέσει π.χ. κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του ακουστικού κύματος περιθλάται (περίθλαση Bragg). Πλείστα όσα οπτικά συστήματα και διατάξεις στηρίζονται στις αρχές αυτές όπως: Οι ***ακουστοοπτικοί διαμορφωτές (acousto-optic modulators)***, τα ***ακουστοοπτικά φίλτρα (acousto-optic tunable filters)***, οι ***ακουστοοπτικοί εκτροπείς (acousto-optic deflectors)***,οι ***ακουστοοπτικοί αναλυτές φάσματος (acousto-optic spectrum analyzers)*** και πολλά άλλα.

β) *Φωτοελαστικό φαινόμενο στα ισότροπα υλικά.*

Αρχή της φωτοελαστικής μεθόδου, για τον υπολογισμό του μέτρου και της διεύθυνσης των εφαρμοζόμενων μηχανικών τάσεων στο εσωτερικό ισοτρόπων υλικών

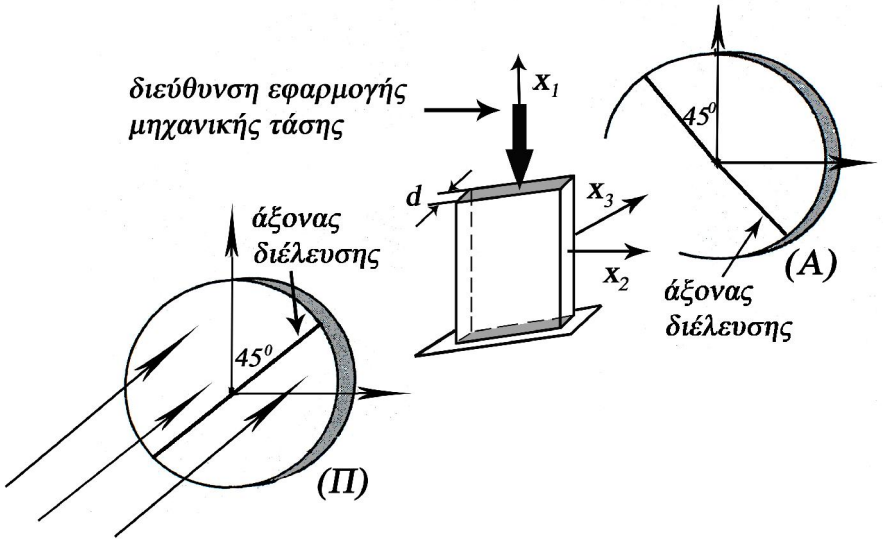
Έστω ότι διαθέτουμε ένα ομογενές και διαφανές ισότροπο υλικό, του οποίου ο δ.δ. για ένα ορισμένο μ.κ. λ είναι n και οι πιεζοηλεκτρικοί συντελεστές

του π_{12}, π_{11}. Θεωρούμε κατόπιν ότι σ' όλο το εύρος του υλικού εφαρμόζεται μια ομογενής (έστω συμπιεστική) μηχανική τάση μέσω της δράσης εξωτερικής δύναμης. Τότε αποδεικνύεται ότι το υλικό αυτό καθίσταται ανισότροπο μονάξον, του οποίου ο οπτικός άξονας έχει τη διεύθυνση εφαρμογής της δύναμης. Επίσης ότι η επαγόμενη διπλοθλαστικότητα (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. (§ 8.2)) δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta n = \frac{1}{2} n^3 \left(\pi_{12} - \pi_{11} \right) \sigma_1 \tag{1.19}$$

όπου σ_1 η προαναφερόμενη σταθερή συμπιεστική τάση σ' οποιοδήποτε σημείο στο εσωτερικό του.

Από το υλικό αυτό κατασκευάζουμε ένα ισοπαχές πλακίδιο πάχους d κατά μήκος του άξονα x_3, με τους δύο άλλους άξονές του x_1, x_2 κατά μήκος των πλευρών του, όπως φαίνεται στο (Σχ. 1.4). Και η δύναμη εφαρμόζεται κατά μήκος του



(Σχ. 1.4)

άξονα x_1. Το πλακίδιο αυτό τοποθετείται μεταξύ δύο διασταυρωμένων γραμμικών πολωτών, με τους άξονες διέλευσής τους όπως φαίνεται στο ίδιο σχήμα. Κατόπιν στον πολωτή επιτρέπουμε να προσπέσει ένα επίπεδο μετ. κύματος μ.κ. λ.

Ας υποθέσουμε αρχικά ότι στο πλακίδιο δεν ασκείται μηχανική τάση (οπότε $\sigma = 0$). Τότε από τη (σχ. 1.19): $\Delta n = 0$. Που σημαίνει ότι το πλακίδιο βρίσκεται στην ομογενή και ισότροπη κατάστασή του. Οπότε παρατηρώντας μέσω του αναλυτή (Α), η όψη του πλακιδίου θα είναι σκοτεινή (συνθήκες κατάσβεσης). Έστω στη συνέχεια εφαρμόζουμε στο πλακίδιο (κατά μήκος του άξονα x_1) μία δύναμη, έτσι ώστε η επαγόμενη στο εσωτερικό του τάση να έχει μέτρο όπως προαναφέραμε

ίδιο σ' όλο το εύρος του. Τότε το υλικό κατά τα γνωστά καθίσταται ανισότροπο και το πλακίδιο, πλακίδιο καθυστέρησης λ/x με τον ταχύ (ή τον βραδύ του άξονα) κατά μήκος του x_1. Και όσον αφορά την επιτυγχανόμενη διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών του κατά x_1, x_2 μετά την έξοδό τους από αυτό, θα δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta nd = \frac{\pi}{\lambda}n^3\left(\pi_{12} - \pi_{11}\right)\sigma_1 d \tag{1.20}$$

Στην περίπτωση αυτή η στάθμη της έντασης του φωτός σ' όλο το εύρος του πλακιδίου κατά την έξοδό του από τον αναλυτή, θα εξαρτάται από την κατάσταση πόλωσης του φωτός που προκύπτει μετά το πλακίδιο.

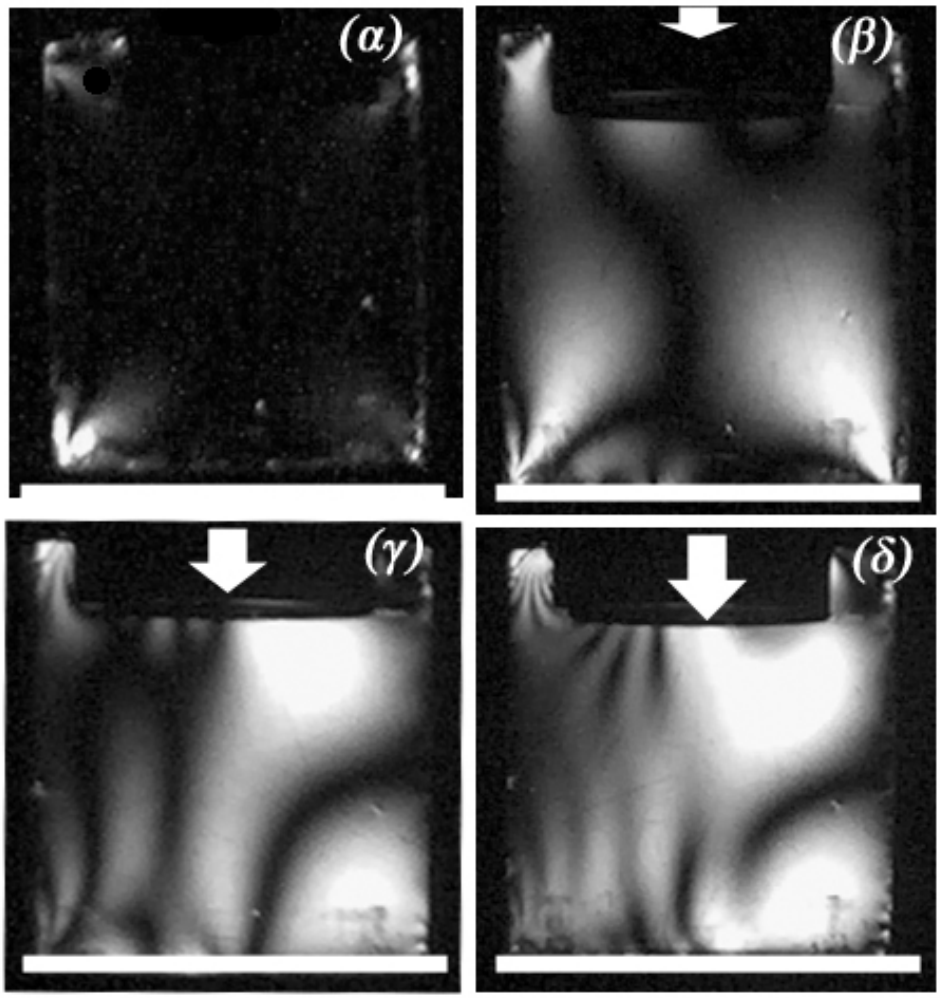
Όλα τα προαναφερόμενα όμως συμβαίνουν με την προϋπόθεση ότι οι τάσεις στο εσωτερικό του πλακιδίου από σημείο σε σημείο, μετά την εφαρμογή της εξωτερικά επιδρώσας δύναμης, κατανέμονται ομογενώς και είναι μεταξύ τους ίσες. Οι απαιτήσεις αυτές δεν ισχύουν όμως στις πλείστες των περιπτώσεων επειδή: α) Αυτό εξαρτάται από το σχήμα και γενικά από τη μορφολογία του υλικού, β) Από την ομοιογένειά του, γ) Από τον τρόπο της κατανομής των εξωτερικά εφαρμοζόμενων μηχανικών δυνάμεων, καθώς και άλλους παράγοντες.

Το τι θα δούμε στις περιπτώσεις αυτές να εμφανίζει η όψη του προς παρατήρηση αντικειμένου, γίνεται με τη βοήθεια της διάταξης του (Σχ. 1.4). Όμως επίσης αποδεικνύεται ότι (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. ΠΑΡ/ΜΑ 5, (σχ.5.75)) η κατανομή της έντασης του φωτός I από σημείο σε σημείο δίνεται από τη σχέση:

$$I = \frac{1}{2}\sin^2\left[\frac{\pi\left(n_1 - n_2\right)d}{\lambda}\right] = \frac{1}{2}\sin^2\left[\frac{\pi d}{2\lambda}n^3\left(\pi_{12} - \pi_{11}\right)\sigma_1\right] \tag{1.21}$$

Από την τελευταία συμπεραίνουμε ότι όταν η τιμή της τάσης σ_1 είναι ίση με το μηδέν σε οποιοδήποτε σημείο, τότε η ένταση του φωτός που αναδύεται από αυτά είναι ίση με το μηδέν. Δηλ. το αντικείμενο θα εμφανίζεται σκοτεινό (κατάσβεση), επειδή το αντικείμενο βρίσκεται σε συνθήκες ομοιογένειας και ισοτροποίας μεταξύ διασταυρωμένων πολωτών. Όταν όμως δεν συμβαίνει αυτό, το είδωλο του αντικειμένου που βλέπουμε, θα διατρέχεται εν γένει από φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς των οποίων η ένταση του φωτός θα είναι της μορφής: $I\left(x_1, x_2\right) \sim \sin^2 \alpha\sigma_1\left(x_1, x_2\right)$ όπως μας δίνεται από την (σχ. 1.21). Το γεγονός αυτό φαίνεται χαρακτηριστικά όπως μπορούμε να δούμε στις (Εικ. 1.5).

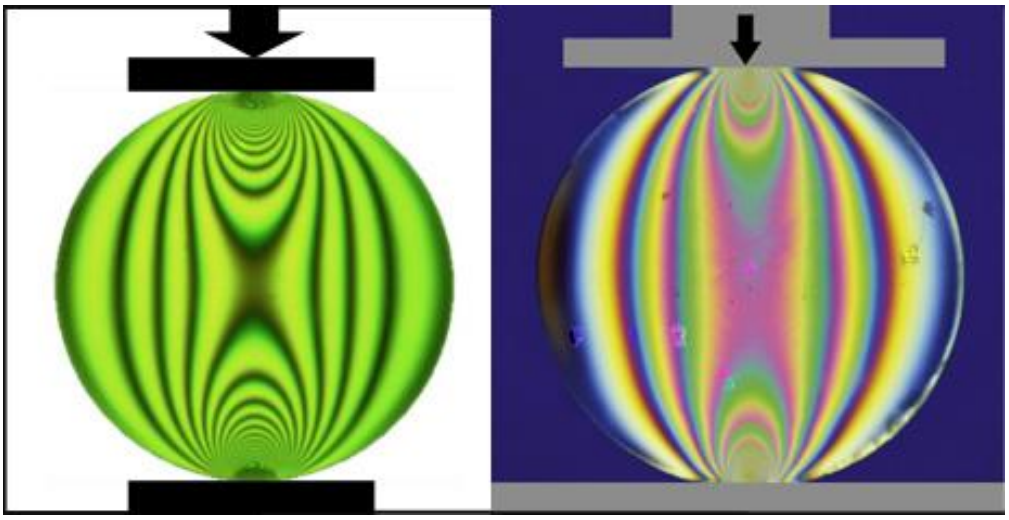
Οι τελευταίες αφορούν την ανάδειξη βήμα προς βήμα του φωτοελαστικού φαινομένου σε ένα πλακίδιο polystyrene διαστάσεων $(10\times12\text{mm})$ και πάχους 3mm τοποθετημένου στη διάταξη του (Σχ. 1.4) και φωτιζόμενου με μονοχρωματικό φως . Η κάτω από τις δύο απέναντι βάσεις των 10mm εδράζεται σταθερά ενώ στο κέντρο της πάνω, έχουμε τη δυνατότητα να ασκήσουμε δύναμη (άξονας x_1). Η (Εικ. 1.5α) αντιστοιχεί στην περίπτωση μη εφαρμογής της εξωτερικής δύναμης. Κάτω από αυτές τις συνθήκες το πρότυπο της έντασης θα έπρεπε να είναι τελείως σκοτεινό λόγω της παρεμβολής του ισοτρόπου πλακιδίου μεταξύ των δύο διασταυρωμένων πολωτών. Το ότι από τις τέσσερις γωνίες του διέρχεται μια στοιχειώδης ποσότητα φωτός, δηλώνει την ύπαρξη παραμενουσών τάσεων (κατά τη διαδικασία κοπής του πλακιδίου), για τις οποίες θα μιλήσουμε στα επόμενα. Οι (Εικ. 1.5β,γ,δ) αντιστοιχούν στα εμφανιζόμενα πρότυπα έντασης λόγω της εφαρμογής συνεχώς και μεγαλύτερης δύναμης στο δείγμα μας. Είναι χαρακτηριστική η εμφάνιση 'κροσσών' ιδίως στην περίπτωση της μέγιστης εφαρμοζόμενης τάσης (Εικ. 1.5δ).



(Εικ. 1.5)

Θεωρητικά, τα πρότυπα των 'κροσσών' θα έπρεπε να είναι συμμετρικά λόγω των συμμετρικά εφαρμοζόμενων τάσεων στο δείγμα. Το τελευταίο γίνεται εμφανές μερικώς μόνο στην (Εικ. 1.5β) όχι όμως και στις δύο επόμενες. Το γεγονός οφείλεται κυρίως στον μη συμμετρικό τρόπο κοπής του δείγματος και στη μη εντελώς κατακόρυφη διεύθυνση εφαρμογής της δρώσας εξωτερικά δύναμης.

Με βάση τη (σχ. 1.21) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι για μονοχρωματικό φωτισμό, οι ισόφωτοι 'κροσσοί' (δηλ. αυτοί που έχουν την ίδια ένταση) αντιπροσωπεύουν περιοχές που κατά μέτρο η μηχανική τάση από σημείο σε σημείο στο εσωτερικό του υλικού είναι η ίδια. Υποθέτουμε βέβαια ότι το πάχος d του υλικού που διατρέχεται από το φως (διεύθυνση του x_3), είναι σχετικά μικρό σε σχέση με την απόσταση των δύο απέναντι εδρών στις οποίες εφαρμόζονται οι τάσεις (διεύθυνση x_1). Όπως αποδεικνύεται αν στρέψουμε πολωτή και αναλυτή ταυτόχρονα κατά την ίδια γωνία, τότε βλέπουμε τους 'κροσσούς' ν' αλλάζουν θέσεις, υποδεικνύοντάς μας πάλι περιοχές που χαρακτηρίζονται από την ίδια τάση. Η τιμή των τάσεων εξαρτάται από την 'τάξη' των 'κροσσών' που εκκινούν από τα όρια της επιφάνειας που εξετάζουμε. Επίσης για την πλήρη επίλυση του προβλήματος, υπάρχουν και μέθοδες προσδιορισμού των διευθύνσεων των τάσεων από σημείο σε σημείο κατά μήκος των 'κροσσών'. Στην προκειμένη περίπτωση πρέπει να χρησιμοποιηθούν εκτός των δύο πολωτών και δύο πλακίδια καθυστέρησης $\lambda/4$. Στην (Εικ. 1.6α) μπορούμε να δούμε το πρότυπο των ισοτασικών 'κροσσών', κατά την



(Εικ. 1.6)

μονοχρωματική φωτοελαστική εξέταση ενός πλακιδίου κυκλικού σχήματος στη διάταξη του (Σχ. 1.4). Το τελευταίο εδράζεται σταθερά σε βάση στο κάτω μέρος του και η δύναμη συμπίεσης εφαρμόζεται στην κορυφή του. Τα προηγούμενα από-

τελούν στοιχειώδη περιγραφή του φαινομένου της ***φωτοελαστικότητας (photoelasticity)*** που συνιστά αξιόλογο επιστημονικό κλάδο μετρολογίας στην περιοχή της μηχανικής των παραμορφώσεων και της αντοχής των υλικών.

Τέλος στα επόμενα θεωρούμε σημαντικό να αναφέρουμε μια εκδοχή, η οποία αφορά την ανάδειξη του φαινομένου, για την περίπτωση όμως που στα αντικείμενα δεν εφαρμόζεται κάποια εξωτερικά δρώσα δύναμη. Π.χ. η (Εικ. 1.7) μας δείχνει ένα διαφανές ισοπαχές καμπυλόγραμμο σχεδίασης από ισότροπο πλαστικό, μεταξύ δύο διασταυρωμένων πολωτών που ο πρώτος φωτίζεται με μονοχρωματικό φως. Στην πραγματικότητα το πρότυπο αυτό των 'κροσσών' δεν θα έπρεπε να εμφανίζεται (πλήρης αμαύρωση), επειδή το φως που το διατρέχει μετά τον πρώτο πολωτή θα έπρεπε να είναι και πάλι γραμμικά πολωμένο στην ίδια διεύθυνση (ισότροπο υλικό χωρίς την εφαρμογή οποιασδήποτε εξωτερικής μηχανικής δύναμης). Η

(Εικ.1.7)

ερμηνεία του γεγονότος αυτού παραπέμπει στις λεγόμενες ***παραμένουσες τάσεις*** εντός του υλικού κατά την διαδικασία της παρασκευής του και της κατεργασίας του. Παρά το ότι το φύλλο του υλικού μπορεί να είναι ομογενές (χωρίς παραμένουσες τάσεις στο εσωτερικό του, δύσκολα θα μπορέσουμε ν' αποφύγουμε τη ανάπτυξή τους κατά τη διαδικασία της επεξεργασίας του (π.χ. κοπή από πρέσα του φύλλου, για την δημιουργία του καμπυλόγραμμου ή συμπίεση του υλικού βάσης σε καλούπι). Και πάλι βέβαια εδώ οι ισόφωτες των 'κροσσών', μας δίνουν τις περιοχές που χαρακτηρίζονται από την ίδια μηχανική παραμένουσα τάση. Στην (Εικ. 1.8) βλέπουμε το πρότυπο από τις έγχρωμες ισόφωτες του ίδιου ακριβώς μοντέλου (του καμπυλόγραμμου), για την περίπτωση που ο πρώτος πολωτής φωτίζεται από επί-

πεδο μέτωπο κύματος λευκού φωτός. Ο φωτισμός με λευκό φως είναι δυνατόν να συνεισφέρει επί πλέον πληροφορίες κατά τη φωτοελαστική μελέτη ενός μοντέλου. Με παρόμοια μέθοδο (δηλ. του φωτισμού με λευκό φως) στην (Εικ. 1.6β), μπορούμε να δούμε την ανάπτυξη των έγχρωμων ισοφώτων 'κροσσών' σε κυκλικό πλακίδιο υπό την επίδραση εξωτερικής συμπιεστικής δύναμης.

(Εικ. 1.8)

Όπως γίνεται κατανοητό, η φωτοελαστική μέθοδος της ανάδειξης των παραμενουσών τάσεων σε διαφανή υλικά, έχει επίσης ιδιαίτερη σημασία για την κατασκευή οπτικών στοιχείων όπως φακών, πρισμάτων, οπτικά επιπέδων επιφανειών κ.λ.π. Π.χ. για μια οπτικά επίπεδη πλάκα από γυαλί με παραμένουσες τάσεις στο εσωτερικό της, δεν είναι οπτικά πλέον ισότροπη αλλά καθίσταται αντικείμενο φάσεως από σημείο σε σημείο.

ΘΕΜΑ 2

Κρυσταλλικοί πολωτές, διαχωριστές και καθυστερητές

Η βάση κατασκευής αυτών των οπτικών εξαρτημάτων είναι τα ανισότροπα υλικά και κυρίως η Ισλανδική κρύσταλλος (Calcite)$(CaCO_3)$ και ο α-Χαλαζίας (α-Quartz)(SiO_2). Η αρχή λειτουργίας των πολωτών στηρίζεται στην ανάπτυξη στο εσωτερικό τους δύο μετώπων κύματος (τακτικού και εκτάκτου) τα οποία είναι γραμμικά πολωμένα και ορθογώνια μεταξύ τους. Διάφορες μέθοδες απάλειψης της μιας των δύο διαταραχών, οδηγεί στο να έχουμε κατά την έξοδο από το αντίστοιχο εξάρτημα μιας δέσμης γραμμικά πολωμένου φωτός. Η λειτουργία των διαχωριστών δέσμης εξαρτάται από τη δημιουργία δύο τελικά δεσμών πολωμένου φωτός, οι οποίες συνεχίζουν να διαδίδονται μετά την έξοδό τους από το εκάστοτε σύστημα υπό μια ορισμένη μεταξύ τους κλίση. Τέλος οι καθυστερητές κατασκευάζονται συνήθως από ισότροπα υλικά (γυαλιά). Οι διαδοχικές ανακλάσεις που επιτυγχάνονται κατά τη δίοδο μιας δέσμης φωτός στο εσωτερικό τους, προσδίδει στην έξοδο από το σύστημα την κατάλληλη διαφορά φάσης μεταξύ της παράλληλης και της κάθετης συνιστώσας της, προκαλώντας μια συγκεκριμένη καθυστέρηση.

2.1 *Κρυσταλλικοί πολωτές*

Παρά το ότι η αρχή λειτουργίας αυτού του είδους των πολωτών είναι απλή, η κατασκευή τους είναι πολύ δύσκολη εξ' αιτίας της δυσχέρειας όσον αφορά την κοπή και την λείανση των επιφανειών τους καθώς και της κρυσταλλογραφικής ανάπτυξης ευμεγέθων κρυστάλλων. Πλεονεκτούν όμως τα μέγιστα έναντι των πολωτών Polaroid στην τιμή του λόγου κατάσβεσης η οποία είναι μικρότερη κατά δύο τάξεις μεγέθους (10^{-5} έναντι 10^{-3} των πολωτών Polaroid), επειδή είναι τελείως

Σημείωση

Όσον αφορά την κατάσβεση που πετυχαίνουμε κατά την διασταύρωση δύο πολωτών, αυτή δεν είναι πλήρης ακόμη και όταν πρόκειται για κρυσταλλικούς πολωτές. Πράγματι έστω μια δέσμη γραμμικά πολωμένου φωτός πέφτει πάνω σ' ένα γραμμικό πολωτή, τον οποίο περιστρέφουμε έτσι ώστε να πετύχουμε τη θέση διέλευσης της μέγιστης έντασης του φωτός. Τότε ο λόγος k_1 της διερχόμενης έντασης του φωτός προς την προσπίπτουσα ονομάζεται ***μέγιστη κύρια διέλευση (maximum main transmission)***. ***Ελάχιστη κύρια διέλευση (minimum main transmission)*** k_2 είναι ο λόγος της ελάχιστης έντασης του φωτός που πετυχαίνουμε σε κάποια θέση

κατά την περιστροφή του πολωτή προς την προσπίπτουσα ένταση του φωτός. Ονομάζουμε ***λόγο κατάσβεσης (extinction ratio)*** το λόγο k_2/k_1. Ο λόγος αυτός τυπικά έχει την τιμή 10^{-3} για φυλλόμορφους πολωτές (π.χ. Polaroid) και 10^{-5} για τους κρυσταλλικούς (π.χ. πρίσμα Nicol , πολωτές Glan-Thompson, Glan-Taylor κ.τ.λ. όπως αυτοί περιγράφονται στα επόμενα).

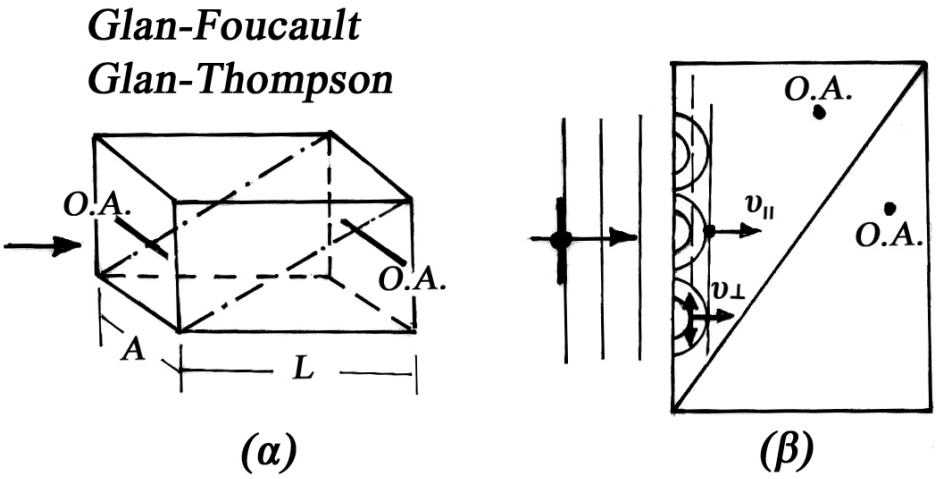
διαφανείς. Λόγω του υψηλού τους κόστους οι κρυσταλλικοί πολωτές χρησιμοποιούνται κυρίως για οπτικά όργανα όπως πολωσίμετρα, ελλειψόμετρα κ.λ.π.

Πρίσμα του Nicol

Ο πρώτος κρυσταλλικός πολωτής ήταν αυτός του Nicol από το όνομα αυτού που πρώτος τον κατασκεύασε, τον Σκοτσέζο Φυσικό William Nicol το 1828. Σήμερα βέβαια ελάχιστα χρησιμοποιείται εξ αιτίας της κατασκευής περισσότερο βελτιωμένων εκδοχών του. Μια πλήρης περιγραφή των κατασκευαστικών λεπτομερειών και της αρχής λειτουργίας του δίνετε στο (Π.Φ.Κ.Υ. (§ 5.7.1)).

Πρίσματα: Glan-Foucault, Glan-Thompson, Glan-Taylor

Τα πρίσματα τύπου Glan είναι της μορφής του (Σχ. 2.1.1α). Συνίστανται από ένα μονοκρύσταλλο Ασβεστίτη μορφής ορθού πρίσματος μήκους L και πλάτους A, ο οποίος είναι κομμένος διαγώνια. Οι Ο.Α. των δύο τμημάτων είναι παράλληλοι προς την διεύθυνση της A (για τους Glan-Foucault (Σχ. 2.1.2α), Glan-Thompson (Σχ.2.1.3α)) και κάθετος προς την A (για τον Glan-Taylor (Σχ.2.1.4α)).

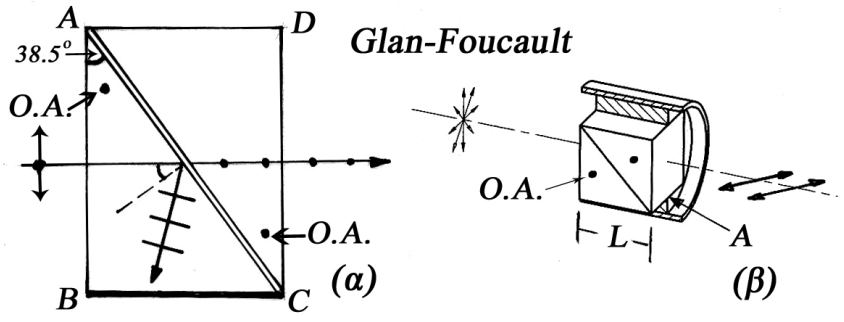


(Σχ. 2.1.1)

Για πρώτη φορά είχε περιγραφεί πολωτής του (Σχ.2.1.1α) από τον P.Glan to 1880 όπου η ενδοεπιφάνεια μεταξύ των δύο τμημάτων του αποτελούνταν από αέρα (air- spaced). Τέτοιου είδους πολωτές ονομάζονται Glan-Foucault. Το 1882 ο S. P. Thompson πρότεινε τον ίδιο πολωτή, με μόνη τη διαφορά ότι οι επιφάνειες των δύο τμημάτων του ήταν επικολλημένες (cemented). Τέτοιου είδους πολωτές ονομάζονται Glan-Thompson.

Πρίσμα Glan-Foucault

Στο (Σχ. 2.1.2α) φαίνεται ένα πρίσμα Glan-Foucault κομμένο σε συγκεκριμένες γωνίες. Θεωρούμε ότι στην έδρα AB προσπίπτει κάθετα μια παράλληλη δέσμη φυσικού φωτός. Κόβουμε τον κρύσταλλο έτσι ώστε η γωνία πρόσπτωσης της τακτικής διαταραχής για την ενδοεπιφάνεια του αέρα να είναι 38.5^0. Η ορική γωνία για την πρόσπτωση αυτή θα είναι $\phi = \arcsin(1/1.658) \simeq 37.1^0$. Επομένως η τακτική διαταραχή θα υποστεί ολική ανάκλαση και θα διαδοθεί προς την επιφάνεια BC όπου θ' απορροφηθεί αν η τελευταία είναι αμαυρωμένη. Επίσης θα μπορούσε να διαθλαστεί προς τα έξω, αν στην περιοχή εκείνη σε επαφή βρισκόταν μια πλάκα από κοινό γυαλί (π.χ. $n \simeq 1.52$), λόγο της μικρής γωνίας πρόσπτωσης σ' αυτή την ενδοεπιφάνεια. Επομένως από την επιφάνεια DC του πρίσματος θα διαδοθεί μόνο η έκτακτη διαταραχή που θα είναι γραμμικά πολωμένη παράλληλα με τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου. Η παράλληλη μετατόπιση σε σχέση με την αρχικά προσ-



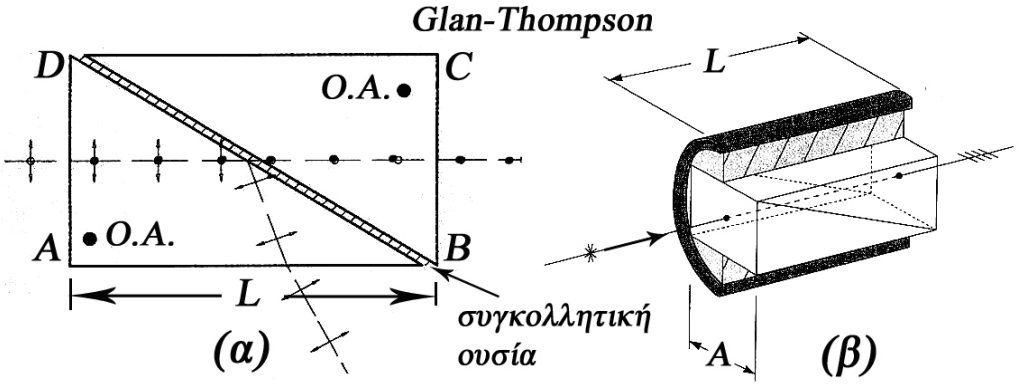
(Σχ. 2.1.2)

πίπτουσα θα είναι ουσιαστικά απειροελάχιστη. Τα πρίσματα Glan-Foucault (ή Glan-Laser) λόγω της ενδοεπιφάνειας από αέρα χρησιμοποιούνται για την πόλωση ισχυρών δεσμών φωτός όπως είναι τα Lasers. Ένας τυπικός πολωτής αυτού του είδους με ενεργό διάμετρο $\simeq 15$mm κατασκευασμένος από Ασβεστίτη, μπορεί να πολώσει δέσμες Laser μέχρις και $100\,\mathrm{W/cm^2}$ *cw* (συνεχούς λειτουργίας). Όσο για παλμικής λειτουργίας Laser (pulsed), μπορούν να πολωθούν δέσμες μεταξύ

$400-600\,\mathrm{MW/cm^2}$ διάρκειας παλμών 20ns στα 1064nm. Η απόκλιση των δεσμών εξόδου είναι $\simeq 3'$ και ο λόγος κατάσβεσής τους $\simeq 5\times10^{-5}$.

Πρίσμα Glan-Thompson

Η βασική διαφορά αυτού του πολωτή από τον προαναφερόμενο Glan-Foucault (Glan-air), είναι ότι τα δύο επί μέρους πρίσματά του είναι επικολλημένα με διαφανή ουσία (Σχ. 2.1.3α,β). Και το γεγονός αυτό διαφοροποιεί ορισμένες από τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του πολωτή.



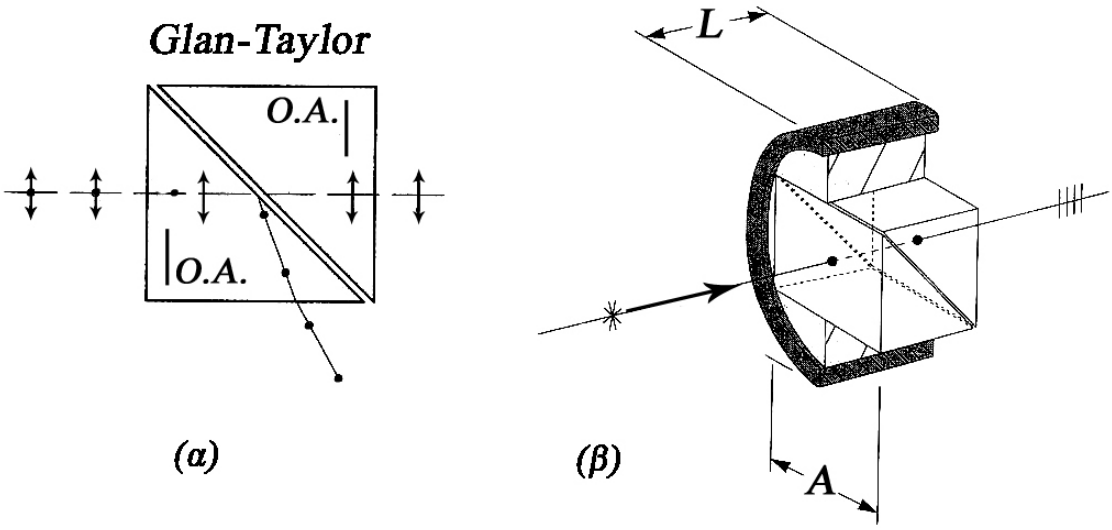
(Σχ. 2.1.3)

Πρίσμα Glan-Taylor

Ο πρισματικός πολωτής Glan-Taylor είναι της μορφής του (Σχ.2.1.4α). Συνίσταται από ένα κρύσταλλο Ασβεστίτη μορφής ορθού πρίσματος μήκους L και πλάτους A, ο οποίος είναι κομμένος διαγώνια. Οι οπτικοί άξονες των δύο τμημάτων του είναι κάθετοι προς την A. Η ενδοεπιφάνεια μεταξύ των δύο τμημάτων του είναι από αέρα (air-spaced). Η γωνία πρόσπτωσης της εισερχόμενης σ' αυτήν δέσμης για την έκτακτη διαταραχή είναι αυτή του Brewster $\left(n_e = 1.486 \Rightarrow \theta_B \simeq 56^0\right)$, προκειμένου να μειωθεί το ποσοστό της ανακλώμένης της. Η ορική γωνία για την τακτική (την οποία θέλουμε να απαλείψουμε μέσω ολικής ανάκλασης) θα είναι για $n_o = 1.658$, $\theta \simeq 37^0$. Επομένως γι' αυτές τις συνθήκες πρόσπτωσης έχουμε ολική ανάκλαση της τακτικής διαταραχής και διέλευση της έκτακτης, χωρίς ουσιαστικά παράλληλη μετατόπιση.

Ένας τυπικός πολωτής αυτού του είδους, με ενεργό διάμετρο διερχομένης δέσμης $\simeq 15\mathrm{mm}$ κατασκευασμένος από Ασβεστίτη, μπορεί να πολώσει δέσμες La-

ser έντασης μέχρις και $100\,\mathrm{W/cm^2}$ (συνεχούς κύματος) και $100\,\mathrm{MW/cm^2}$ (παλμικής λειτουργίας). Είναι διαπερατός για μ.κ. $230-2700\mathrm{nm}$. Έχει απόκλιση πο-



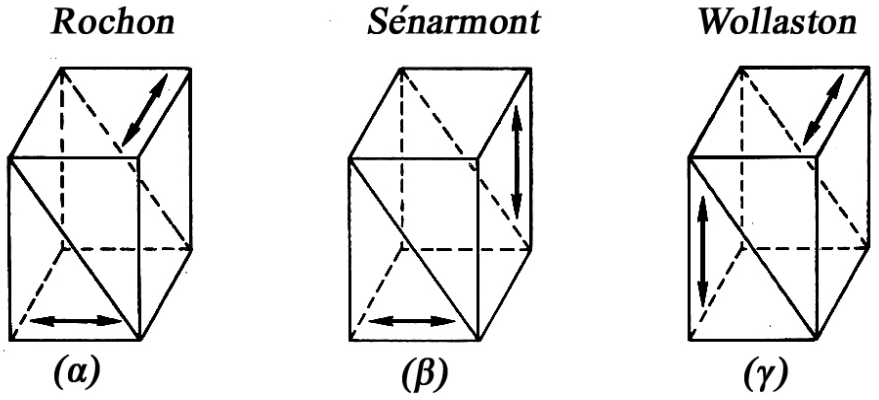
(Σχ. 2.1.4)

λωμένης δέσμης εξόδου $\simeq 3'$ και ο λόγος κατάσβεσης στα $2/3$ του πεδίου είναι $\sigma_p \simeq 1\times10^{-5}$. Έχει λόγο $L/A \simeq 0.85$ και γωνιακό πεδίο πόλωσης $\simeq 5^0$.

2.2 *Πρισματικοί πολωτικοί διαχωριστές δέσμης*

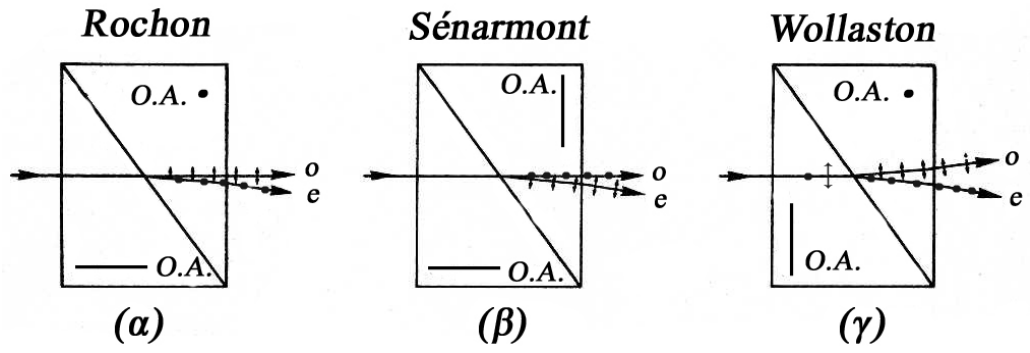
Πρισματικοί ***πολωτικοί διαχωριστές δέσμης (polarizing beam-splitters)*** είναι τα οπτικά εξαρτήματα τα οποία μια προσπίπτουσα σ' αυτούς δέσμη φυσικού φωτός, την διαχωρίζουν σε δύο ορθογώνιες γραμμικά πολωμένες υπό μια κλίση μεταξύ τους. Οι συνήθεις διαχωριστές οι οποίοι κυκλοφορούν και στο εμπόριο, είναι αυτοί των Rochon, Sénarmont και Wollaston (Σχ. 2.2.1).

Αποτελούν ορθογώνια ορθά πρίσματα τα οποία είναι διαχωρισμένα σ' ένα από τα διαγώνιά τους επίπεδα. Μπορούν να κατασκευασθούν από Ασβεστίτη ή κρυσταλλικό Χαλαζία. Σε αντίθεση με τους πρισματικούς πολωτές, οι οπτικοί άξονες των δύο τμημάτων τους είναι ορθογώνιοι μεταξύ τους. Η κατασκευή από κρυσταλλικό Χαλαζία, επιτρέπει τη χρήση τους και σε περιοχές του φάσματος με μ.κ. κάτω της περιοχής του υπεριώδους του κενού $(<190\mathrm{nm})$. Για εφαρμογές που δεν απαιτούνται τόσο μικρά μ.κ. οι διαχωριστές κατασκευάζονται από Ασβεστίτη. Σαν αποτέλεσμα θα έχουμε γωνιακό διαχωρισμό $\simeq 10^0$, σε αντίθεση με αυτήν των πρισμάτων από Χαλαζία που είναι $\simeq 0.5^0$.



(Σχ. 2.2.1)

Στα (Σχ. 2.2.1) μπορούμε να δούμε για τα τριών ειδών διαχωριστές τις διευθύνσεις των οπτικών αξόνων για τα επιμέρους πρίσματα από τα οποία συντίθενται. Επίσης στα (Σχ. 2.2.2.) παρατίθεται ο τρόπος λειτουργίας τους, που αφορά το διαχωρισμό του προσπίπτοντος στην έδρα εισόδου φυσικού φωτός, σε δύο γραμμικά πολωμένες δέσμες φωτός κατά την έξοδο από την απέναντι έδρα.



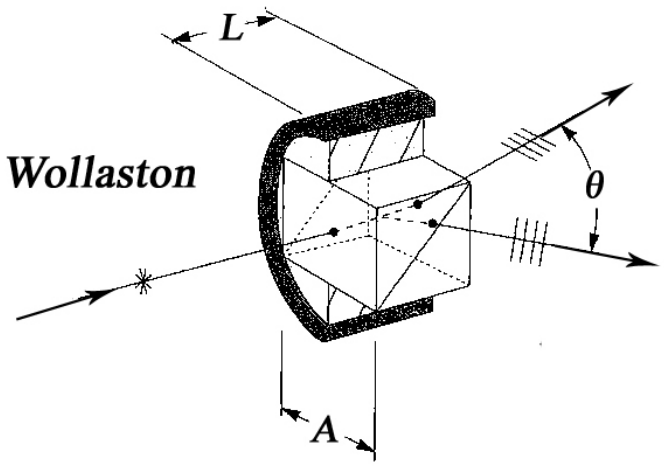
(Σχ. 2.2.2)

Στα επόμενα στοιχειωδώς θα περιγράψουμε έναν από τους προαναφερόμενους διαχωριστές δέσμης, αυτόν του Wollaston.

Διαχωριστής Wollaston

Ο διαχωριστής αυτός, καθώς και οι διευθύνσεις των οπτικών αξόνων των δύο τμημάτων του φαίνονται στο (Σχ. 2.2.1γ). Οι διευθύνσεις που σχηματίζουν το γωνιακό άνοιγμα των δύο διαχωρισμένων δεσμών κατά την έξοδό τους από το δεύτερο τμήμα του πρίσματος, είναι περίπου συμμετρικές ως προς την κάθετη. Το γωνιακό αυτό άνοιγμα είναι διπλάσιο από ότι αυτό το οποίο επιτυγχάνεται μέσω των διαχωριστών Rochon ή Sénarmont. Έτσι λοιπόν μια δέσμη φωτός που προσπίπτει

κάθετα στην επιφάνεια εισόδου του πρίσματος, διαδίδεται στο εσωτερικό του (μέχρις την διαχωριστική του επιφάνεια) χωρίς να εκτραπεί, παρά το ότι η έκτακτη διαταραχή προπορεύεται της τακτικής (για τον Ασβεστίτη $n_e < n_o \Rightarrow \upsilon_e > \upsilon_o$). Φθάνοντας στη διαχωριστική επιφάνεια, η τακτική διαταραχή (στο πρώτο τμήμα) καθίσταται έκτακτη για τη διάδοσή της στο δεύτερο λόγω του προσανατολισμού του Ο.Α. Σαν συνέπεια επειδή $n_o > n_e$ με βάση τον νόμο του Snell (ο οποίος ισχύει και για τις δύο διαδιδόμενες διαταραχές στο δεύτερο τμήμα του πρίσματος, λόγω του ότι το επίπεδο πρόσπτωσης είναι κάθετο στον οπτικό άξονα), η διαδιδόμενη έκτακτη διαταραχή απομακρύνεται από την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια. Η έκτακτη διαταραχή (στο πρώτο τμήμα), καθίσταται τακτική για το δεύτερο και επειδή $n_e < n_o$, κατά τη διάδοσή της πλησιάζει προς την κάθετη. Κατά την έξοδό τους από το δεύτερο τμήμα του πρίσματος οι δύο διαταραχές υπόκεινται σε νέα διάθλαση προς τον αέρα διαμορφώνοντας την τελική γωνία εξόδου τους. Ένα λογιστικός αναλυτικός υπολογισμός των στοιχείων ενός διαχωριστή Wollaston γίνεται στην (Άσκ. 17-Λυμένη).



(Σχ. 2.2.3)

Εφόσον η εκτροπή των δύο δεσμών στη διαχωριστική επιφάνεια του πρίσματος εξαρτάται από τους λόγους n_e/n_o , n_o/n_e (λόγω του νόμου του Snell) και οι δύο τους θα είναι χρωματικές για την περίπτωση που το προσπίπτον φως θα είναι πολυχρωματικό. Όταν το πρίσμα κατασκευάζεται από κρυσταλλικό Χαλαζία και ο λόγος $L/A \simeq 1$ τότε πετυχαίνουμε γωνιακό διαχωρισμό $\theta \simeq 1^0$. Αν $L/A \simeq 4$ τότε $\theta \simeq 3^0 30'$. Με πρίσματα Ασβεστίτη πετυχαίνουμε σαφώς μεγαλύτερο διαχωρισμό δεσμών. Π.χ. για $L/A \simeq 1$ τότε $\theta \simeq 19^0$ αν και σ' αυτήν την περίπτωση εμφανίζονται

σφάλματα απεικόνισης. Προκειμένου να μην συμβαίνει αυτό, έχουν κατασκευαστεί πρίσματα περισσοτέρων στοιχείων.

Ένας τυπικός διαχωριστής Wollaston, κατασκευασμένος από Ασβεστίτη (Σχ. 2.2.3) με $L/A \simeq 1$ και διαστάσεις εισόδου $A \times A = 10 \times 10\text{mm}$ ή $20 \times 20\text{mm}$ θα έχει τα εξής χαρακτηριστικά. Γωνία εκτροπής μεταξύ των δεσμών στην έξοδο $\theta \simeq 15^0$ ή 20^0. Λόγω του ότι όμως οι δέσμες είναι χρωματικές , η εκτροπή τους θα είναι συνάρτηση του μ.κ. . Η φασματική περιοχή που μπορούμε να τους χρησιμοποιήσουμε είναι από $350 - 2300\text{nm}$. Οι δύο δέσμες θα έχουν λόγο κατάσβεσης $\sigma_p \simeq 1 \times 10^{-5}$. Επειδή τα δύο τμήματα που τους απαρτίζουν είναι συγκολλημένα, η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους περιορίζεται στους $60\,^0\text{C}$.

2.3 *Κρυσταλλικοί καθυστερητές*

Οι διπλοθλαστικοί κρύσταλλοι δεν είναι τα μόνα μέσα με τα οποία μπορούμε να πετύχουμε μεταβολή στη φάση μεταξύ δύο ορθογωνίων μεταξύ τους και 'συμφώνων' (συζευγμένων) διαταραχών. Μια άλλη μέθοδος είναι με τη βοήθεια του φαινομένου της ολικής (εσωτερικής) ανάκλασης η οποία μπορεί να συμβεί μεταξύ ενός πυκνού οπτικού μέσου (π.χ. του γυαλιού) και του αέρα (Κεφ. 3: Γεωμ. Οπτική (§3.3.4)), (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (ΘΕΜΑ 1)). Τέτοιου είδους εξαρτήματα αποτελούνται από διαφανή ισότροπα υλικά, κομμένα σε ρομβοειδή σχήματα και αριθμούν από ένα ή περισσότερα στοιχεία. Τα τελευταία είναι μεταξύ τους συγκολλημένα (cemented) ή το ενδιάμεσο μεταξύ τους στοιχείο είναι το κενό ή ο αέρας (air-spaced). Ως επί το πλείστον μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ευρεία φασματική περιοχή, δηλ. είναι αχρωματικά με μικρά συνήθως σφάλματα όσον αφορά την επιβαλλόμενη καθυστέρηση φάσης λόγω του διασκεδασμού που εμφανίζουν τα υλικά κατασκευής τους.

Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \Delta\phi_\pi - \Delta\phi_\sigma$ που επιβάλλεται μεταξύ της παράλληλης (π) και της κάθετης (σ) προς το επίπεδο πρόσπτωσης διαταραχής κατά την ολική εσωτερική ανάκλαση μιας δέσμης φωτός (επιπέδου μετ. κύματος), δίνεται σε όλες τις περιπτώσεις από τη σχέση (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα (ΘΕΜΑ 1): (δ) Ολική εσωτερική ανάκλαση) :

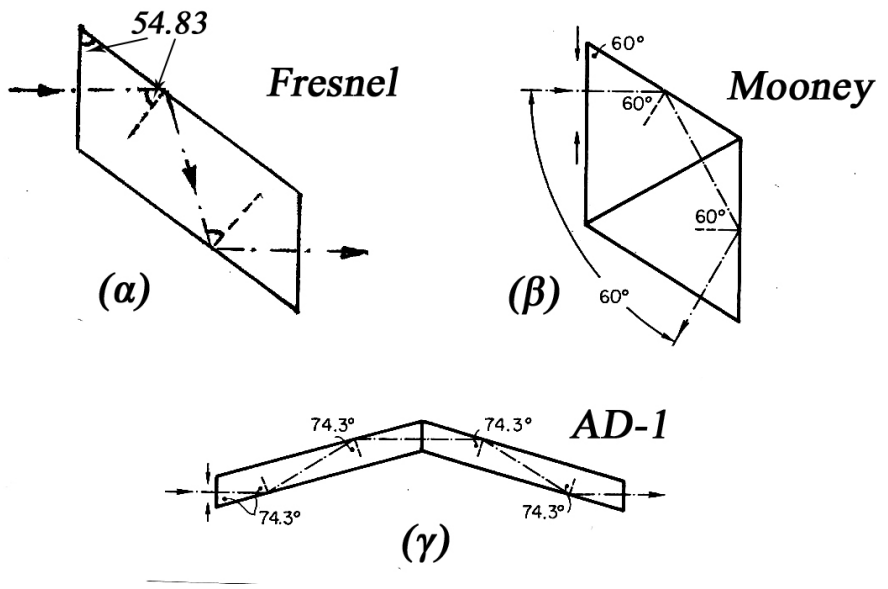
$$\tan\frac{\Delta\phi}{2} \equiv \tan\left(\frac{\Delta\phi_\pi - \Delta\phi_\sigma}{2}\right) = \frac{\cos\sqrt{n^2\sin^2\theta_i - 1}}{n\sin^2\theta_i} \qquad (2.3.1)$$

όπου θ_i η γωνία πρόσπτωσης και n ο δ.δ. στο μέσο που διαδίδεται η δέσμη. Εξυπακούεται ότι η (σχ. 2.3.1) ισχύει για την περίπτωση που οι ρόμβοι (τα πρίσματα)

βρίσκονται στον αέρα. Η συνολική βέβαια καθυστέρηση μεταξύ των ορθογωνίων διαταραχών π και σ εφόσον έχουμε λόγω κατασκευής περισσότερες της μιας ανακλάσεις, θα είναι το άθροισμά τους.

Ρομβοειδείς καθυστερητές λ/4

Στο (Σχ. 2.3.1) παρουσιάζονται τριών ειδών ρομβοειδείς καθυστερητές $\lambda/4$ με τις εξής ονομασίες: α) ***Ρόμβος Fresnel (Fresnel rhomb)***, β) ***Ρόμβος Mooney***



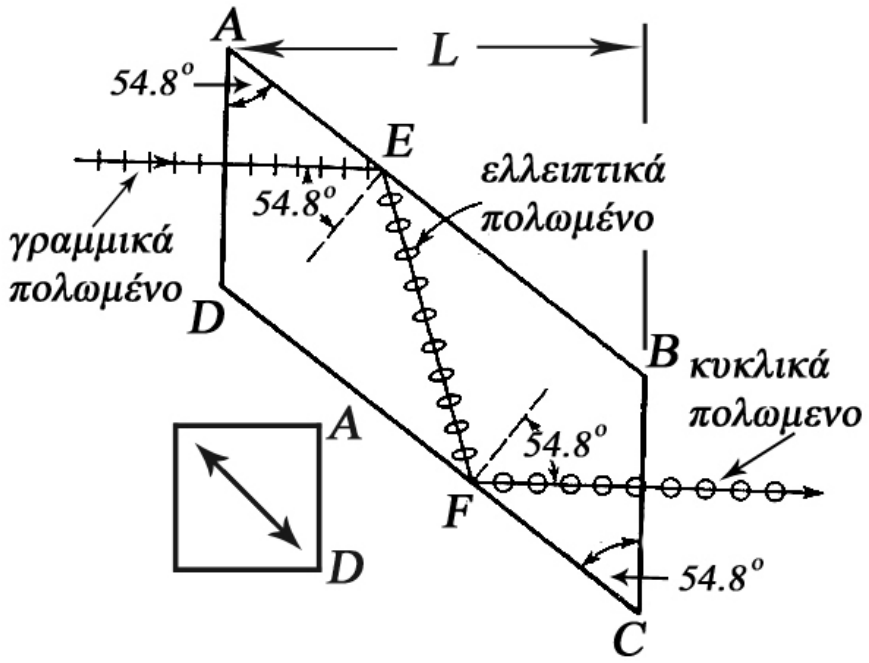
(Σχ. 2.3.1)

(Mooney rhomb) γ) ***Αχρωματικό εξάρτημα (AD-1) (achromatic device AD-1)***. Με μια σχετική λεπτομέρεια θα περιγράψουμε το ρόμβο του Fresnel.

Ρόμβος Fresnel λ/4

Ο συνήθης ρόμβος Fresnel (Σχ. 2.3.1α) κατασκευάζεται από στεφανύαλο με $n_D = 1.51$. Κόβεται με τέτοιο τρόπο ώστε να έχουμε δύο ολικές εσωτερικές ανακλάσεις η κάθε μια με διαφορά φάσης $\Delta\phi = 45^0$ προκειμένου στην έξοδο η συνολική διαφορά να είναι ίση με $\Delta\phi = 90^0$ (σύστημα $\lambda/4$). Όπως αποδεικνύεται (βλ. Π.Φ.Κ.Υ. (§ 5.7.2)) οι γωνίες πρόσπτωσης μπορεί να είναι $\theta_1 = 54.83^0$ ή $\theta_2 = 48.48^0$. Για την κατασκευή του ρόμβου επιλέγεται η πρώτη επειδή μας δίνει καλύτερα αχρωματικά αποτελέσματα. Δηλ. η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ορθογωνίων διαταραχών θα είναι $\Delta\phi = 90^0$ σε όλο το χρησιμοποιούμενο φασματικό

εύρος. Ένα παράδειγμα λειτουργίας του ρόμβου είναι π.χ. όταν το προσπίπτον φως κάθετα στην πρώτη του επιφάνεια (τετραγωνικού προφίλ) είναι επίπεδο και γραμμικά πολωμένο κατά τη διαγώνιό του. Τότε οι ίσου πλάτους π και σ συνισ-



(Σχ. 2.3.2)

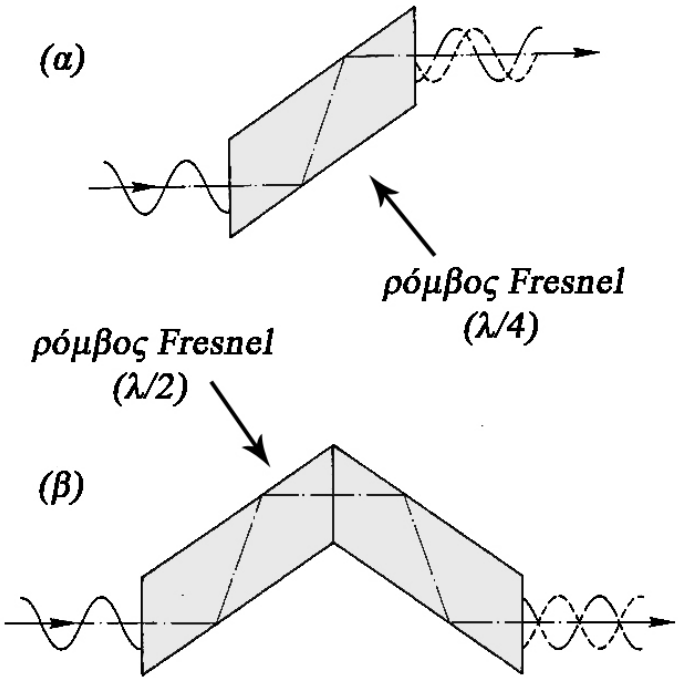
τώσες διαδίδονται στο εσωτερικό του κρυστάλλου με διαφορά φάσης $\Delta\phi = 0^0$ λόγω της κάθετης πρόσπτωσης της δέσμης στην AD (Σχ. 2.3.2). Κατόπιν προσπίπτει στη θέση E της AB με $\theta = 54.83^0$ υπόκειται σε ολική ανάκλαση επειδή η ορική γωνία για την ενδοεπιφάνεια γυαλί-αέρας ($n_\gamma \simeq 1{,}51$, $n_\alpha \simeq 1$) είναι $\theta_c \simeq 41.47^0$. Το φως το οποίο ανακλάται στο E είναι ελλειπτικά πολωμένο, επειδή τα πλάτη των δύο ορθογωνίων διαταραχών είναι ίσα μεταξύ τους έχουν όμως ήδη αποκτήσει διαφορά φάσης $\Delta\phi = 45^0$ (η γωνία πρόσπτωσης $\theta = 54.83^0$ έχει υπολογιστεί από τη (σχ. 2.3.1) για $n \simeq 1{,}51$ και $\Delta\phi = 45^0$). Κατά τη δεύτερη εσωτερική ανάκλαση στο σημείο F της επιφάνειας CD οι δύο ορθογώνιες συνιστώσες του πεδίου δεν μεταβάλλουν τα πλάτη τους αλλά μεταξύ τους θ' αναπτυχθεί όπως προηγούμενα μια επιπλέον διαφορά φάσης 45^0. Άρα τελικά οι συνιστώσες του φωτός κατά την έξοδό του από την επιφάνεια BC θα έχουν ίδια πλάτη και συνολική διαφορά φάσης $\Delta\phi = 90^0$. Επομένως το φως θα είναι κυκλικά πολωμένο.

Τα τυπικά χαρακτηριστικά ενός τέτοιου ρόμβου που κυκλοφορεί στο εμπόριο είναι: α) Ενεργός διατομή $10 \times 10\text{mm}^2$, β) Σφάλμα 2% στην εισαγομένη διαφορά φάσης μεταξύ $330 - 1000\text{nm}$, γ) Μέσο μ.κ. σωστής λειτουργίας 580nm, δ)

Υλικό κατασκευής γυαλί BK-7, ε) $L = 26.7\text{mm}$, $A = 10\text{mm}$, στ) Παράλληλη μετατόπιση 18.3mm.

Ρόμβος Fresnel λ/2

Ο ρόμβος Fresnel (λ/2) συνίσταται από δύο πανομοιότυπους ρόμβους Fresnel (λ/4) οι οποίοι συνενώνονται οπτικά με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματίζουν αψίδα (Σχ. 2.3.3β). Επομένως η δέσμη φωτός κατά τη διάδοσή της στο εσωτερικό του συνθέτου πρίσματος, θ' ακολουθείται από τέσσερεις τον αριθμό ολικές εσωτερικές ανακλάσεις. Σαν τελικό αποτέλεσμα, για συνθήκες κάθετης πρόσπτωσης στην είσοδο, οι δύο συνιστώσες της διαταραχής στην έξοδο θα έχουν μεταξύ τους διαφορά



(Σχ. 2.3.3)

φάσης 180^0. Έστω π.χ. ότι στην είσοδο του πρίσματος (λ/2) προσπίπτει δέσμη φωτός γραμμικά πολωμένη με ένα ορισμένο αζιμούθιο ως προς την κατακόρυφη (την παράλληλη με το επίπεδο του σχήματος). Τότε στην έξοδο θα λάβουμε και πάλι γραμμικά πολωμένο φως σε αζιμούθιο όμως αντίθετο με του προσπίπτοντος, σε σχέση με την κατακόρυφη.

Επομένως το σύστημα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιστροφή του επιπέδου πόλωσης του προσπίπτοντος γραμμικά πολωμένου φωτός, από τη στιγμή που μπορεί να περιστρέφεται περί άξονα κατά τη διεύθυνση της προσπί-

πτουσας. Τα πλεονεκτήματα του ρόμβου (λ/2) είναι ότι: α) δεν υφίσταται παράλληλη μετατόπιση της προσπίπτουσας δέσμης φωτός. β) Είναι αχρωματικό. Δηλ. λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο για ακτινοβολίες οποιουδήποτε μήκους κύματος.

Μεταβαλλόμενοι καθυστερητές (αντισταθμιστές).

Τέτοιου είδους συστήματα χρησιμοποιούνται γενικότερα για να μεταβάλλουν την κατάσταση πόλωσης μιας δέσμης φωτός. Επίσης με τη βοήθειά τους μπορούμε να μετρήσουμε τη διπλοθλαστικότητα ενός κρυσταλλικού πλακιδίου, όπως και τα στοιχεία που αφορούν την κατάσταση πόλωσης μιας δέσμης φωτός. Δηλ. την διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών της, την ελλειπτικότητά της (τον λόγο b/a των αξόνων της) καθώς και το αζιμούθιο του μεγάλου της άξονα. Χρησιμοποιούνται επίσης στην φωτοελαστική ανάλυση (βλ. ΘΕΜΑ 1), όπως και για την ανάδειξη της διπλοθλαστικότητας εξαιτίας της ροής διαφανών ρευστών. Κοινοί τύποι αντισταθμιστών είναι αυτοί των Babinet και Soleil. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι: Το συνολικό πάχος του διπλοθλαστικού υλικού από το οποίο συντίθενται – κατά μήκος της διαδιδόμενης σ’ αυτό δέσμης φωτός – μπορεί να μεταβληθεί. Σαν μεταβαλλόμενοι καθυστερητές (κρυσταλλικοί), είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν οι ***ηλεκτροοπτικοί (electro-optic)*** και οι ***πιεζοηλεκτρικοί (piezo-optic)*** διαμορφωτές (βλ. ΘΕΜΑ 1). Για τους προαναφερόμενους η διπλοθλαστικότητά τους είναι δυνατόν ν' αλλάξει, μεταβάλλοντας το εφαρμοζόμενο σ' αυτούς ηλεκτρικό πεδίο ή τη μηχανική τάση αντίστοιχα.

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Ν' αποδειχθεί ότι η επαλληλία πολλών ασύμφωνων μεταξύ τους δεσμών φωτός, που έχουν ακριβώς την ίδια κατάσταση πόλωσης, οδηγεί σε μια τελική δέσμη με την ίδια κατάσταση πόλωση όπως και οι προηγούμενες.

ΛΥΣΗ

Γνωρίζουμε ότι για να βρίσκονται δύο ή και περισσότερες δέσμες φωτός στην ίδια κατάσταση πόλωσης, θα πρέπει οι συνιστώσες της κάθε μιας να έχουν την ίδια διαφορά φάσης $\phi = \phi_y - \phi_x$ καθώς και τον ίδιο λόγο πλατών $r = E_y / E_x$. Πράγματι αν:

$$E_{x_n} = A_{x_n} e^{i\left(\omega t - kz + \phi_{x_n}\right)} \quad , \quad E_{y_n} = A_{y_n} e^{i\left(\omega t - kz + \phi_{y_n}\right)}$$

τότε:
$$\frac{E_{y_n}}{E_{x_n}} = \frac{A_{y_n}}{A_{x_n}} e^{i\left(\phi_{y_n} - \phi_{x_n}\right)} \Rightarrow \frac{E_{y_n}}{E_{x_n}} = re^{i\phi} \tag{3.1}$$

Δηλ. η κατάσταση πόλωσης ορίζεται πλήρως από τα r και ϕ. Για τις N τον αριθμό δέσμες με τα ίδια r και ϕ θα έχουμε:

$$\mathbf{E}_{tot} = \sum_{n=1}^{N} E_{x_n}\,\mathbf{i} + \sum_{n=1}^{N} E_{y_n}\,\mathbf{j} = E_{x_{tot}}\,\mathbf{i} + E_{y_{tot}}\,\mathbf{j} \tag{3.2}$$

Από την (σχ. 3.1) θα έχουμε: $E_{y_n} = re^{i\phi} E_{x_n}$ και:

$$\left.\begin{aligned} E_{x_n} &= A_{x_n} e^{i\phi_{x_n}} e^{i\theta} \\ E_{y_n} &= re^{i\phi} E_{x_n} \end{aligned}\right\} \; \mu\varepsilon \;\; \theta = \omega t - kz \tag{3.3}$$

Άρα:
$$E_{x_{tot}} = \sum_{n=1}^{N} A_{x_n} e^{i\phi_{x_n}} e^{i\theta}$$

$$E_{y_{tot}} = \sum_{n=1}^{N} E_{y_n} = re^{i\phi} \sum_{n=1}^{N} E_{x_n} = re^{i\phi} \sum_{i=1}^{N} A_{x_n} e^{i\phi_{x_n}} e^{i\theta} = re^{i\phi} E_{x_{tot}} \Rightarrow$$

$$E_{y_{tot}} / E_{x_{tot}} = re^{i\phi}$$

Δηλαδή παρά το ότι οι φάσεις ϕ_{x_n}, ϕ_{y_n} και τα πλάτη A_{x_n}, A_{y_n} των επί μέρους δεσμών δεν είναι τα ίδια (έχουν όμως ίδια τα $\phi = \phi_y - \phi_x$ και $r = E_y / E_x$), η επαλληλία τους συνθέτει μια δέσμη που θα βρίσκεται σε συγκεκριμένη κατάσταση πόλωσης και θα καθορίζεται από τα r και ϕ. Η κατάσταση αυτή είναι ακριβώς η ίδια με την κατάσταση πόλωσης των επιμέρους δεσμών.

2) Δύο κυκλικά πολωμένα, αντίθετης στροφικότητας φώτα διαδίδονται κατά μήκος του άξονα z. Για τα πλάτη τους ισχύουν: $a_R > a_L$. Τότε ν' αποδειχθεί ότι η 'σύμφωνη' επαλληλία τους (σύζευξη), οδηγεί σ' ένα φως ελλειπτικά πολωμένο δεξιόστροφο. Ποιο είναι το αζιμούθιο του μεγάλου άξονα της έλλειψης;

ΛΥΣΗ

Η έκφραση για τα δύο κυκλικά πολωμένα φώτα θα είναι;

$$R: \begin{cases} E_x = a_R \cos\theta \\ E_y = a_R \cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad L: \begin{cases} E'_x = a_L \cos\theta \\ E'_y = a_L \cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

όπου $\theta = \omega t - kz$. Τότε η επαλληλία τους θα μας δώσει:

$$\left.\begin{aligned} E''_x &= E_x + E'_x = \left(a_R + a_L\right)\cos\theta \\ E''_y &= E_y + E'_y = -\left(a_R - a_L\right)\sin\theta = \left(a_R - a_L\right)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\}$$

Και δεδομένου ότι τα πλάτη των διαταραχών κατά x, y είναι διαφορετικά και η διαφορά φάσης μεταξύ τους $\pi/2$, το φως θα είναι δεξιόστροφα ελλειπτικά πολωμένο.

Ένας τρόπος προσδιορισμού της μορφής της έλλειψης είναι ο γραφικός. Στην περίπτωση αυτή ακολουθούμε τη διαδικασία:

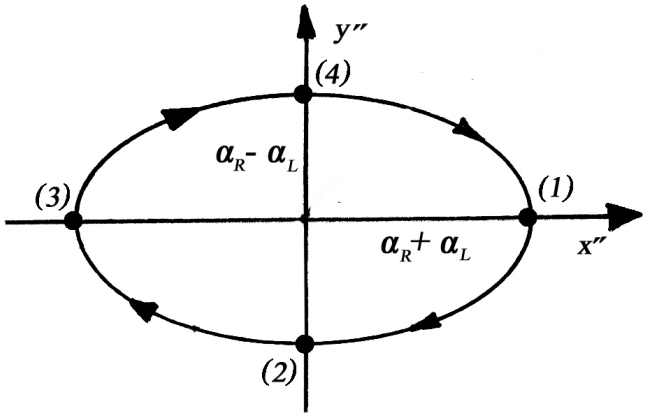
$z = 0$ οπότε: $\theta = \omega t = \dfrac{2\pi}{T} t$. Και για $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$ θα έχουμε:

$$E''_x = \left(a_R + a_L\right)\cos\frac{2\pi}{T} t \qquad E''_y = \left(a_R - a_L\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$(1) \rightarrow t=0 \rightarrow \quad E''_x = a_R + a_L \qquad E''_y = 0 \quad (2) \rightarrow t = T/4 \rightarrow E''_x = 0 \qquad E''_y = -(a_R - a_L)$

$(3) \rightarrow t = T/2 \rightarrow E''_x = -(a_R + a_L) \quad E''_y = 0 \quad (4) \rightarrow t = 3T/4 \rightarrow E''_x = 0 \quad E''_y = a_R - a_L$

Τη γραφική αυτή παράσταση βλέπουμε στο επόμενο (Σχ. 2.1).



(Σχ. 2.1)

Και όσον αφορά το αζιμούθιο της έλλειψης θα μας δίνεται από γνωστό τύπο (ΠΑΡ/ΜΑ 1 (σχ. 1.17)):

$$\tan 2\psi = \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi \Rightarrow \tan 2\psi = -\frac{a_R^2 - a_L^2}{4a_Ra_L}\cos\frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \tan 2\psi = 0 \Rightarrow \psi = 0$$

Δηλ. ο μεγάλος άξονας της έλλειψης βρίσκεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x''.

Σημείωση

Παραδείγματα ανάλυσης μιας τυχαίας κατάστασης πόλωσης σε δύο 'σύμφωνες' (συζευγμένες) κυκλικά πολωμένες καταστάσεις , διαφορετικών πλατών και διαφορετικής στροφικότητας, δίνεται στο (ΠΑΡ/ΜΑ 2).

---

3) Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσης του επιπέδου μονοχρωματικού μετώπου κύματος της μορφής:

$$\mathbf{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} + E_0\cos(\omega t - kz - \pi/4)\mathbf{j}$$

ΛΥΣΗ

α) Οι παραμετρικές εξισώσεις που περιγράφουν την κατάσταση πόλωσης είναι οι:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_0 \cos(\omega t - kz - \pi/4)$$

οπότε: $\phi_x = 0,\ \phi_y = -\pi/4 \quad \phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/4 \quad A_x = A_y = E_0$. Επομένως το φως θα είναι αριστερόστροφα ελλειπτικά πολωμένο επειδή: $\pi < \phi < 2\pi \ \ (\phi = -\pi/4)$.

β) Το αζιμούθιο του μεγάλου άξονα της έλλειψης θα δίνεται από τη σχέση:

$\tan 2\psi = \dfrac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi$ και επειδή $A_x = A_y = E_0 \Rightarrow \tan 2\psi \to \infty \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad 2\psi = 90^0 \quad \Rightarrow \quad \psi = 45^0$$

γ) Η ελλειπτικότητα (εκκεντρότητα) της έλλειψης θα δίνεται από το γνωστό τύπο: (ΠΑΡ/ΜΑ 1 (σχ. 1.16)- πρώτο μέλος της ισότητας):

$$e = \frac{A_\eta}{A_\xi} = \frac{A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi}$$

Και επειδή: $\phi_x = 0,\ \phi_y = -\pi/4,\ \psi = \pi/4,\ \ A_x = A_y = E_0$ βρίσκουμε τελικά:

$$e = A_\eta / A_\xi = +0.4142$$

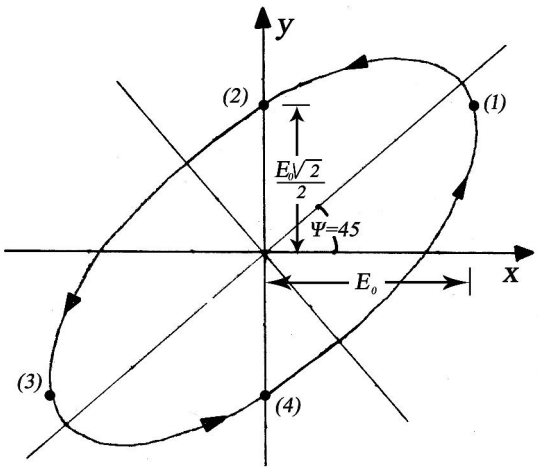
Το θετικό πρόσημο της τελευταίας σχέσης, μας δείχνει και πάλι ότι έχουμε αριστερόστροφα ελλειπτικά πολωμένο φως.

δ) Ένας τρόπος προσδιορισμού της μορφής της έλλειψης είναι ο γραφικός: Όπου για $z = 0$ οπότε: $\theta = \omega t = \dfrac{2\pi}{T}t$. Και για $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$ θα έχουμε:

$$E_x = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad E_y = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\left.\begin{array}{llll}
(1) \rightarrow t=0 \rightarrow & E_x = E_0 & E_y = \dfrac{E_0\sqrt{2}}{2} \\
(2) \rightarrow t=\dfrac{T}{4} \rightarrow & E_x = 0 & E_y = \dfrac{E_0\sqrt{2}}{2} \\
(3) \rightarrow t=\dfrac{T}{2} \rightarrow & E_x = -E_0 & E_y = -\dfrac{E_0\sqrt{2}}{2} \\
(4) \rightarrow t=\dfrac{3T}{4} \rightarrow & E_x = 0 & E_y = -\dfrac{E_0\sqrt{2}}{2}
\end{array}\right\}$$

Και η γραφική παράσταση φαίνεται στο (σχ. 3.1).



(Σχ. 3.1)

Όσον αφορά τα πλάτη A_ξ, A_η των αξόνων της έλλειψης από το (ΠΑΡ/ΜΑ 1 (σχ. 1.14)): $A_\xi^2 + A_\eta^2 = A_x^2 + A_y^2 = 2E_0^2$ (1). Αλλά από τα προηγούμενα γνωρίζουμε ότι: $e = A_\eta / A_\xi = +0.4142 = \alpha$ (2). Επομένως από τις (σχ. 1,2) θα έχουμε:

$$A_\xi^2 + \alpha^2 A_\xi^2 = 2E_0^2 \Rightarrow A_\xi = E_0\sqrt{\frac{2}{1+\alpha^2}} \rightarrow A_\xi = 1.3065E_0 \quad \text{και} \quad A_\eta = 0.5411E_0.$$

4) Επίπεδο μονοχρωματικό μέτωπο κύματος, περιγράφεται από τις παραμετρικές εξισώσεις:

$$E_x = A\cos(\omega t - kz), \quad E_y = 2A\cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right)$$

α) Να προσδιοριστεί γραφικά η καμπύλη την οποία διαγράφει το άκρο του διανύσματος **E** $\left(\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j}\right)$, και αν είναι δυνατόν η εκκεντρότητα καθώς και η στροφικότητα του πολωμένου φωτός .

β) Να προσδιοριστούν λογιστικά τα χαρακτηριστικά του πολωμένου φωτός.

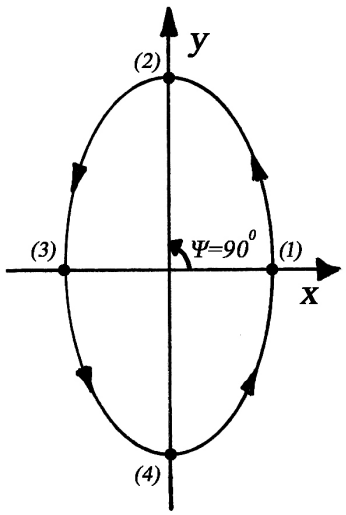
ΛΥΣΗ

α) Για $z=0$ και $\omega t=\frac{2\pi}{T}t$ οι παραμετρικές εξισώσεις παίρνουν τη μορφή:

$$E_x = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right),\ \ E_y = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

Και για $t=0,T/4,T/2,3T/4$ θα έχουμε:

$$\left.\begin{array}{llll}
(1) \rightarrow t=0 \rightarrow & E_x = A & E_y = 0 \\
(2) \rightarrow t=\frac{T}{4} \rightarrow & E_x = 0 & E_y = 2A \\
(3) \rightarrow t=\frac{T}{2} \rightarrow & E_x = -A & E_y = 0 \\
(4) \rightarrow t=\frac{3T}{4} \rightarrow & E_x = 0 & E_y = -2A
\end{array}\right\}$$



(Σχ. 4.1)

Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι το φως είναι αριστερόστροφα ελλειπτικά πολωμένο με εκκεντρότητα της έλλειψης; $e=1/2$.

β) Πράγματι από τις παραμετρικές εξισώσεις θα έχουμε:

$$\phi_x = 0,\ \phi_y = -\pi/2 \quad \phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/2 \quad A_x = A,\ A_y = 2A$$

- <u>Το αζιμούθιο της έλλειψης:</u>

$$\tan 2\psi = \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi \quad \text{και επειδή:} \quad \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2} \neq 0 \quad \text{και} \quad \cos\phi = \cos(-\pi/2) = 0$$

θα συνεπάγεται ότι: $\psi = 0$, τιμή η οποία δεν συμφωνεί με την προκύπτουσα από τη γραφική παράσταση. Ο λόγος είναι ότι η λύση της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$\tan 2\psi = \tan\psi'$ είναι: $2\psi = m\pi + \psi'$ $m \in \mathbb{Z}$. Οπότε αν $m = 0$ τότε $2\psi = \psi'$ και επειδή $\psi' = 0$ τότε $\psi = 0$ την οποία και αποκλείουμε. Αλλά αν $m = 1$ τότε $2\psi = \pi + \psi'$. Και επειδή $\psi' = 0$ θα έχουμε $2\psi = \pi$ και τελικά $\psi = \pi/2$. Επομένως το αζιμούθιο (δηλ. η γωνία που σχηματίζει ο μεγάλος άξονας της έλλειψης με τον άξονα E_x είναι $\psi = 90^0$. (όπως άλλωστε φαίνεται και από την γραφική παράσταση).

- <u>Η ελλειπτικότητα της έλλειψης</u>

Τον τύπο που χρησιμοποιήσαμε προκειμένου να υπολογίσουμε την ελλειπτικότητα (εκκεντρότητα) της έλλειψης ήταν ο:

$$e = \frac{A_\eta}{A_\xi} = \frac{A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi} \quad \text{ο οποίος για:}$$

$\phi_x = 0,\ \phi_y = -\pi/2 \quad \psi = \pi/2 \quad A_x = A,\ A_y = 2A$ μας δίνει την τιμή $e = 0$, γεγονός το οποίο αντιφάσκει με τα αποτελέσματα της γραφικής παράστασης. Γνωρίζουμε όμως ότι η εκκεντρότητα e ολοκληρωμένα δίνεται από τη σχέση (ΠΑΡ/ΜΑ 1 (σχ. 1.16):

$$e = \pm\frac{A_\eta}{A_\xi} = \frac{A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi} = \frac{-A_x \cos\phi_x \sin\psi + A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \sin\phi_x \cos\psi + A_y \sin\phi_y \sin\psi}$$

από την οποία αν επιλέξουμε το ισοδύναμο του δευτέρου μέρους της δηλ. την:

$$e = \frac{-A_x \cos\phi_x \sin\psi + A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \sin\phi_x \cos\psi + A_y \sin\phi_y \sin\psi}$$ (λόγω της επιλογής της δεύτερης λύσης για την αζιμουθιακή γωνία) και για $\phi_x = 0,\ \phi_y = -\pi/2 \quad \psi = \pi/2 \quad A_x = A,\ A_y = 2A$ βρίσκουμε τελικά: $e = +1/2$, το οποίο ανταποκρίνεται και στην πραγματικότητα.

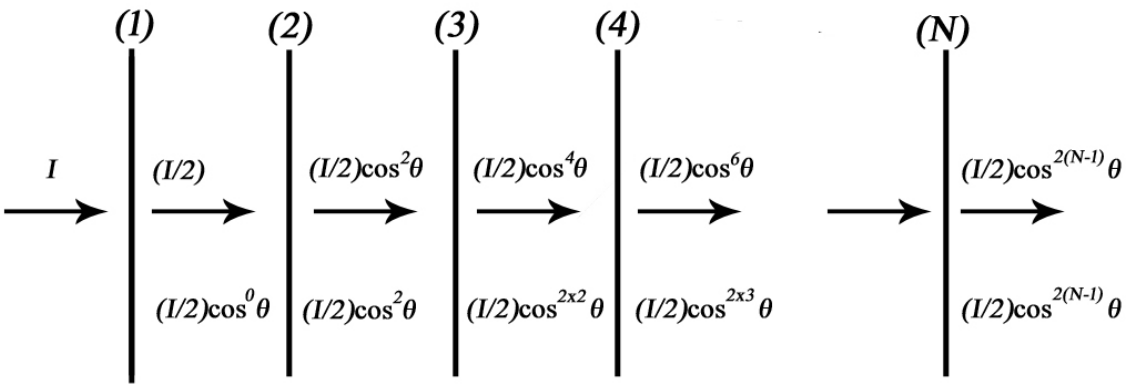
- <u>Η στροφικότιτα του ελλειπτικά πολωμένου φωτός</u>

Το πρόσημο της $e = +1/2$ είναι θετικό, επομένως πρόκειται για αριστερόστροφο ελλειπτικά πολωμένο φως. Ισοδύναμα επειδή $\phi = -\pi/2$ δεδομένου ότι: $\pi < \phi < 2\pi$ το φως θα είναι αριστερόστροφο ελλειπτικά πολωμένο.

5) N τον αριθμό τέλειοι γραμμικοί πολωτές διευθετούνται ο ένας μετά τον άλλο με τέτοιο τρόπο ώστε οι άξονες διέλευσής τους να σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\theta = 45^0$. Να γραφεί μια σχέση που να μας δίνει την ένταση του φωτός που βγαίνει από τον N - οστό πολωτή, όταν στον πρώτο πέφτει φυσικό φως έντασης I.

ΛΥΣΗ

Η επίλυση γίνεται με τη βοήθεια του νόμου του Malus τον οποίο εφαρμόζουμε για τους διαδοχικούς γραμμικούς πολωτές με προσπίπτουσα ένταση φωτός στον πρώτο ίση με I.



(Σχ. 5.1)

Όπως βλέπουμε από το (Σχ. 5.1) ο τύπος για την ένταση του φωτός που βγαίνει από τον N πολωτή δίνεται από τη σχέση:

$$I_N = \left(\frac{I}{2}\right)\cos^{2(N-1)}\theta \quad N = 1,2,3,..$$

όπου θ η γωνία μεταξύ των αξόνων διέλευσης δύο διαδοχικών πολωτών. Και για $\theta = 45^0$ θα έχουμε: $I_N = \left(\frac{I}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2(N-1)}$ ο οποίος μετά από τις πράξεις γίνεται: $I_N = I\left(1/2\right)^N$.

6) Ένα πλακίδιο καθυστέρησης από α-Χαλαζία πάχους $d = 0.025\text{mm}$ για φως από λυχνία Na ($\lambda = 0.589 \times 10^{-3}\,\text{mm}$) έχει δ.δ. $n_o = 1.54425$ και $n_e = 1.55336$. Στο πλακίδιο αυτό προσπίπτει ένα αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο φως του προαναφερόμενου μήκους κύματος. α) Ποιά θα είναι η κατάσταση πόλωσης του εξερχό-

μενου από το πλακίδιο φωτός και ποια τα λοιπά στοιχεία πόλωσης. β) Ποιο πρέπει να είναι το πάχος d του πλακιδίου, προκειμένου το εξερχόμενο φως να είναι δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο.

ΛΥΣΗ

α) Προκειμένου να προσδιορίσουμε την επίδραση της παρεμβολής του πλακιδίου καθυστέρησης στο προσπίπτον αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο φως, θα πρέπει κατ' αρχή να υπολογίσουμε την καθυστέρηση φάσης που εισάγει. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τη (σχ. 5.7.6.2): $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\left|\left(n_e - n_o\right)\right|$ από την οποία για $\lambda = 0.589\times10^{-3}\,\text{mm}$, $n_o = 1.54425$, $n_e = 1.55336$ και $d = 0.025\text{mm}$ βρίσκουμε: $\Delta\phi = 0.773\pi$. Μπορούμε κατόπιν να παραθέσουμε τις παραμετρικές εξισώσεις για το φως πριν και μετά τη διέλευσή του από το πλακίδιο.

Πριν: $$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A\cos(\omega t - kz - \pi/2) \end{aligned}\right\}$$

Μετά: $$\left.\begin{aligned} E_x' &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y' &= A\cos(\omega t - kz - (\pi/2) + 0.773\pi) \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} E_x' &= A\cos(\omega t - kz) \\ E_y' &= A\cos(\omega t - kz + 0.273\pi) \end{aligned}\right\}$$

Και επειδή $0 < 0.273\pi < \pi$, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το φως το οποίο διαδίδεται μετά το πλακίδιο είναι δεξιόστροφα ελλειπτικά πολωμένο. Από τη σχέση που μας δίνει το αζιμούθιο (ΠΑΡ/ΜΑ 1 (σχ. 1.17)) βρίσκουμε: $\psi = 45^0$. Επίσης από τον τύπο που εκφράζει την εκκεντρότητα (ΠΑΡ/ΜΑ 1 (σχ. 1.16)- το πρώτο μέλος της ισότητας): $e = -0.457$.

β) Θα πρέπει $\Delta\varphi = \pi$ και από τη σχέση $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\left|\left(n_e - n_o\right)\right|$ προκύπτει ότι: $d = \frac{\lambda_0}{2\left(n_e - n_o\right)}$. Οπότε για $\lambda = 0.589\times10^{-3}\,\text{mm}$, $n_o = 1.54425$ και $n_e = 1.55336$ βρίσκουμε: $d = 0.0323\text{mm}$.

7) Επίπεδο μονοχρωματικό μέτωπο κύματος περιγράφεται από τις παραμετρικές εξισώσεις:

$$E_x = 2A\cos\left(\omega t - kz\right),\quad E_y = A\cos\left(\omega t - kz + 90^0\right)$$

α) Να προσδιοριστεί γραφικά η καμπύλη την οποία διαγράφει το άκρο του διανύσματος $\mathbf{E}$ $\left(\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j}\right)$, και αν είναι δυνατόν η εκκεντρότητα καθώς και η στροφικότητα του πολωμένου φωτός .

β) Ποια είναι η νέα κατάσταση πόλωσης που προκύπτει όταν κάθετα στην προαναφερόμενη δέσμη φωτός παρεμβάλουμε πλακίδιο καθυστέρησης $(\lambda/2)$ με τον ταχύ του άξονα: 1) Κατά τη διεύθυνση του άξονα E_y και 2) Κατά τη διεύθυνση του άξονα E_x.

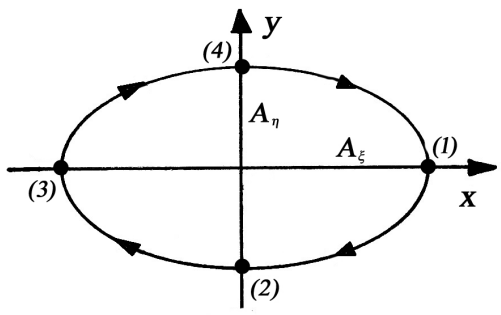
ΛΥΣΗ

α) Για $z = 0$ και $\omega t = \dfrac{2\pi}{T}t$ οι παραμετρικές εξισώσεις παίρνουν τη μορφή:

$$E_x = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right),\quad E_y = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Και για $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$ θα έχουμε:

$$\left.\begin{array}{llll}
(1) \rightarrow t = 0 \rightarrow & E_x = 2A & E_y = 0 \\
(2) \rightarrow t = \dfrac{T}{4} \rightarrow & E_x = 0 & E_y = -A \\
(3) \rightarrow t = \dfrac{T}{2} \rightarrow & E_x = -2A & E_y = 0 \\
(4) \rightarrow t = \dfrac{3T}{4} \rightarrow & E_x = 0 & E_y = A
\end{array}\right\}$$



(Σχ. 7.1)

Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι το φως είναι δεξιόστροφα ελλειπτικά πολωμένο με εκκεντρότητα της έλλειψης: $|e| = 1/2$.

Με αναλυτικό τρόπο και με βάση τις παραμετρικές εξισώσεις θα έχουμε:

$$\phi_x = 0,\ \phi_y = \pi/2 \qquad \phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2 \qquad A_x = 2A,\ A_y = A$$

- <u>Το αζιμούθιο της έλλειψης:</u>

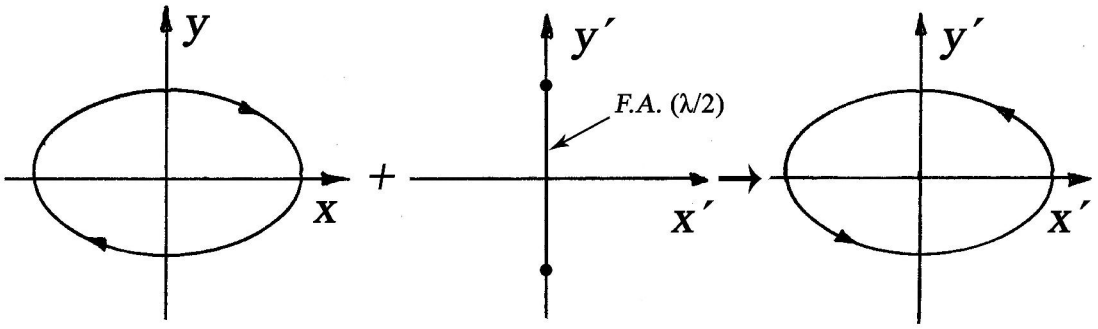
$\tan 2\psi = \dfrac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\phi$ και επειδή: $\dfrac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2} \neq 0$ και $\cos\phi = \cos(\pi/2) = 0$ θα συνεπάγεται ότι: $\psi = 0^0$, τιμή η οποία συμφωνεί με την προκύπτουσα από τη γραφική παράσταση.

- <u>Η ελλειπτικότητα και στροφικότητα της έλλειψης</u>

Τον τύπο που χρησιμοποιούμε προκειμένου να υπολογίσουμε την ελλειπτικότητα(εκκεντρότητα) της έλλειψης είναι ο:

$e = \dfrac{A_\eta}{A_\xi} = \dfrac{A_x \sin\phi_x \sin\psi - A_y \sin\phi_y \cos\psi}{A_x \cos\phi_x \cos\psi + A_y \cos\phi_y \sin\psi}$ ο οποίος για:

$\phi_x = 0,\ \phi_y = \pi/2,\ \psi = 0 \quad A_x = 2A,\ A_y = A$ μας δίνει την τιμή $e = -1/2$, γεγονός το οποίο επιβεβαιώνει ότι το φως είναι δεξιόστροφα ελλειπτικά πολωμένο.



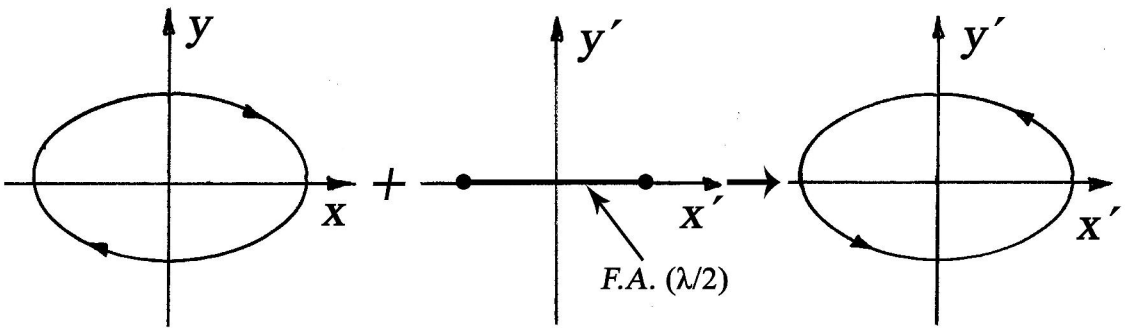
(Σχ. 7.2)

β) 1) Οι παραμετρικές εξισώσεις πριν την παρεμβολή του πλακιδίου όπως φαίνεται στο (Σχ. 7.2)θα έχουν τη μορφή: $\left.\begin{aligned} E_x &= 2A\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A\cos(\omega t - kz + 90^0) \end{aligned}\right\}$

και μετά το πλακίδιο (ταχύς άξονας του πλακιδίου $\lambda/2$ παράλληλος με τον y):

$$\left.\begin{aligned} E'_x &= 2A\cos(\omega t - kz) \\ E'_y &= A\cos(\omega t - kz + 90^0 + 180^0) \end{aligned}\right\} \text{ ή } \left.\begin{aligned} E'_x &= 2A\cos(\omega t - kz) \\ E'_y &= A\cos(\omega t - kz + 270^0) = A\cos(\omega t - kz - 90^0) \end{aligned}\right\}$$

από τις οποίες βρίσκουμε: $\psi = 0^0$ και $e = +1/2$. Επομένως η παρεμβολή του πλακιδίου κατά y μετέβαλλε μόνο τη στροφικότητα του, όχι όμως το αζιμούθιο και το μέτρο της ελλειπτικότητας.



(Σχ. 7.3)

2) Οι παραμετρικές εξισώσεις πριν την παρεμβολή του πλακιδίου όπως φαίνεται στο (Σχ. 7.3) θα έχουν τη μορφή: $\left.\begin{array}{l} E_x = 2A\cos(\omega t - kz) \\ E_y = A\cos(\omega t - kz + 90^0) \end{array}\right\}$

και μετά το πλακίδιο (ταχύς άξονας του πλακιδίου $\lambda/2$ παράλληλος με τον x):

$$\left.\begin{array}{l} E'_x = 2A\cos(\omega t - kz + 180^0) \\ E'_y = A\cos(\omega t - kz + 90^0) \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} E'_x = 2A\cos(\omega t - kz) \\ E'_y = A\cos(\omega t - kz - 90^0) \end{array}\right\}$$

από τις οποίες βρίσκουμε: $\psi = 0^0$ και $e = +1/2$. Επομένως η παρεμβολή του πλακιδίου κατά x μετέβαλλε μόνο τη στροφικότητα του, όχι όμως το αζιμούθιο και το μέτρο της ελλειπτικότητας.

8) Αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο φως μ.κ. λ πέφτει διαδοχικά σε πλακίδιο καθυστέρησης $(\lambda/2)$ με τον ταχύ του άξονα οριζόντιο (άξονας x). Κατόπιν σε πλακίδιο $(\lambda/4)$ με τον ταχύ του άξονα και πάλι οριζόντιο (άξονας x). Τέλος σε πλακίδιο $(\lambda/2)$ με τον ταχύ του άξονα κάθετα προς την οριζόντια διεύθυνση (άξονας y). Ποια θα είναι η κατάσταση πόλωσης του εξερχόμενου φωτός.

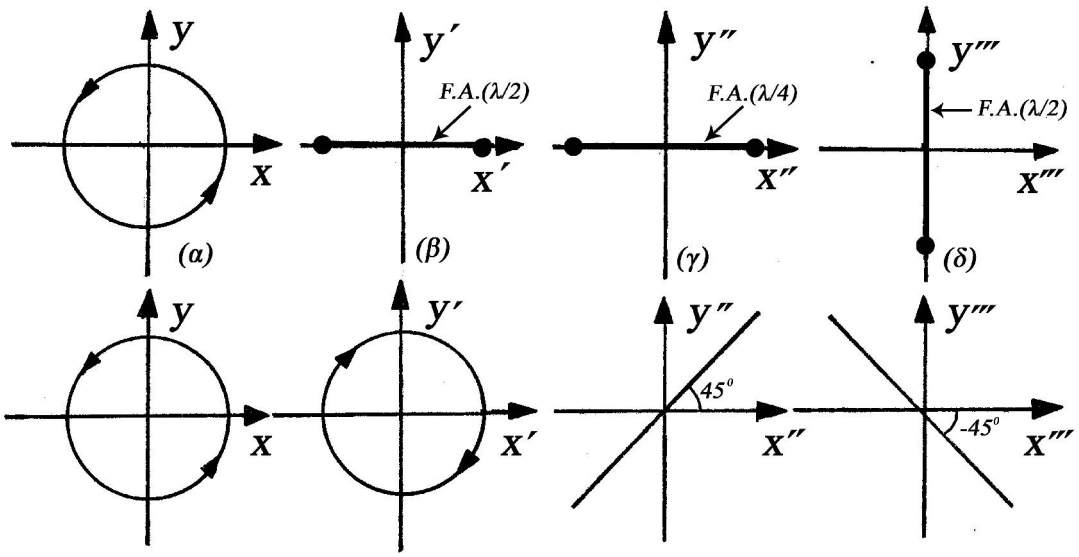
ΛΥΣΗ

α) Παραμετρικές εξισώσεις του προσπίπτοντος φωτός:

$$\left.\begin{array}{l} E_x = A\cos\theta \\ E_y = A\cos(\theta - \pi/2) \end{array}\right\} \text{ (Αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένο φως).}$$

β) Παραμετρικές εξισώσεις του φωτός, μετά την έξοδό του από το πρώτο πλακίδιο $(\lambda/2)$:

$$\left.\begin{aligned} E'_x &= A\cos(\theta+\pi) = A\cos\theta \\ E'_y &= A\cos(\theta-\pi/2) = A\cos\left(\theta-\frac{3\pi}{2}\right) = A\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\}$$ (Δεξιόστροφα Κ.Π.Φ.).



(Σχ. 8.1)

γ) Παραμετρικές εξισώσεις του φωτός, μετά την έξοδό του από το πλακίδιο $(\lambda/4)$:

$$\left.\begin{aligned} E''_x &= A\cos(\theta+\pi/2) = A\cos\theta \\ E''_y &= A\cos(\theta+\pi/2) = A\cos\theta \end{aligned}\right\}$$ (Γραμμικά πολωμένο φως με $\psi = +45^0$).

δ) Παραμετρικές εξισώσεις του φωτός, μετά την έξοδό του από το δεύτερο πλακίδιο $(\lambda/2)$:

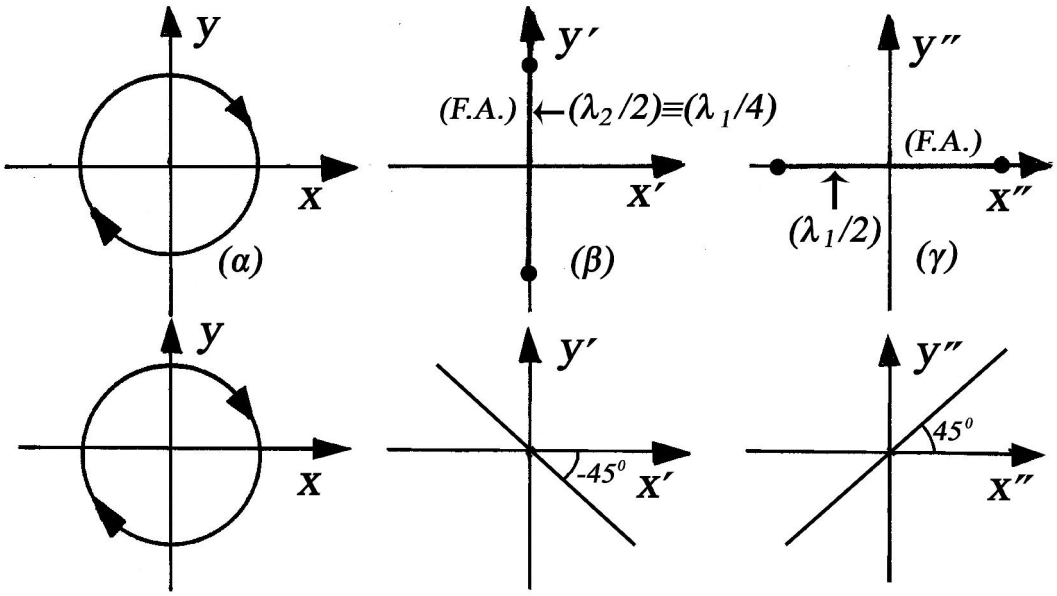
$$\left.\begin{aligned} E''_x &= A\cos\theta \\ E''_y &= A\cos(\theta+\pi) \end{aligned}\right\}$$ (Γραμμικά πολωμένο φως με $\psi = -45^0$).

9) Δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως με μ.κ. $\lambda_1 = 764\text{nm}$ προσπίπτει σε πλακίδιο καθυστέρησης $(\lambda_2/2)$ για το οποίο $\lambda_2 = 382\text{nm}$ και του οποίου ο ταχύς άξονας είναι κατακόρυφος (άξονας y). Στη συνέχεια περνάει από πλακίδιο $(\lambda_1/2)$ του οποίου ταχύς άξονας είναι οριζόντιος (άξονας x). Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσης του εξερχόμενου από το σύστημα φωτός. Οι δ.δ. n_o, n_e του πλακιδίου θε-

ωρούνται ότι έχουν τις ίδιες τιμές για τα μ.κ. λ_1, λ_2 και ότι τα πλακίδια έχουν το ίδιο πάχος d.

ΛΥΣΗ

Με δεδομένο ότι το προσπίπτον φως είναι μ.κ. $\lambda_1 = 764\text{nm}$, θα θέλαμε κατ' αρχή να προσδιορίσουμε τι είδους πλακίδιο είναι το $(\lambda_2/2)$ για το μ.κ. λ_1. Γνωρίζουμε ότι: $\frac{2\pi}{\lambda_2} d\Delta n = \pi$ και έστω $\frac{2\pi}{\lambda_1} d\Delta n = x$. Οπότε από τις δύο αυτές σχέσεις βρίσκουμε: $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\pi}{x} = \frac{764}{382} = 2$. Οπότε: $x = \pi/2$. Επομένως θα ισχύει: $(\lambda_2/2) \equiv (\lambda_1/4)$.



(Σχ. 9.1)

Άρα το πρώτο πλακίδιο στο οποίο προσπίπτει το δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως μ.κ. $\lambda_1 = 764\text{nm}$ είναι ένα πλακίδιο $(\lambda_1/4)$. Όσον αφορά το δεύτερο είναι ένα πλακίδιο $(\lambda_1/2)$ αμφότερα με τον κατάλληλο προσανατολισμό των ταχέων αξόνων τους. Τότε:

α) Παραμετρικές εξισώσεις του προσπίπτοντος φωτός $(\theta = \omega t - kz)$:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos\theta \\ E_y &= A\cos(\theta + \pi/2) \end{aligned}\right\}$$ (Δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως).

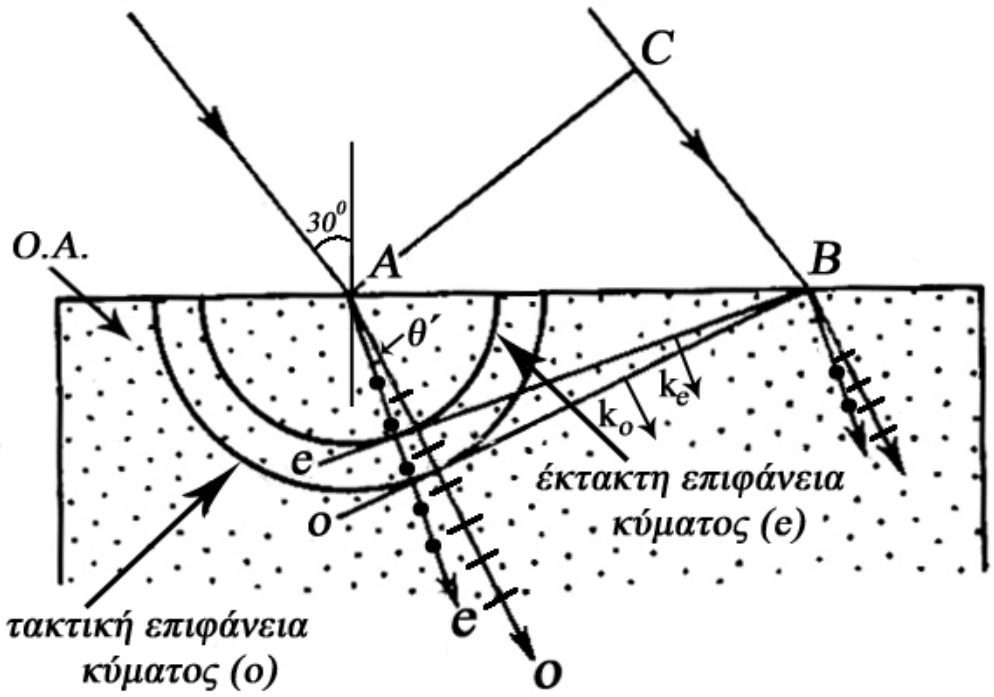
β) Παραμετρικές εξισώσεις του φωτός, μετά την έξοδό του από το πρώτο πλακίδιο $(\lambda_1/4)$:

$$\left.\begin{aligned} E'_x &= A\cos\theta \\ E'_y &= A\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=A\cos(\theta+\pi) \end{aligned}\right\}$$ (Γραμμικά πολωμένο φως με $\psi=-45^0$).

γ) Παραμετρικές εξισώσεις του φωτός, μετά την έξοδό του από το πλακίδιο $(\lambda_1/2)$:

$$\left.\begin{aligned} E''_x &= A\cos(\theta+\pi)=A\cos\theta \\ E''_y &= A\cos(\theta+\pi)=A\cos\theta \end{aligned}\right\}$$ (Γραμμικά πολωμένο φως με $\psi=+45^0$).

10) Ένα επίπεδο μέτωπο κύματος φωτός μ.κ. $\lambda=656\text{nm}$,προσπίπτει σε μια επίπεδη επιφάνεια α-χαλαζία με γωνία πρόσπτωσης $\theta=30^0$. Ο οπτικός άξονας του



(Σχ. 10.1)

κρυστάλλου είναι παράλληλος με την επιφάνειά του και κάθετος στο επίπεδο πρόσπτωσης. α) Να σχεδιαστούν τα διαδιδόμενα μέτωπα κύματος της τακτικής και της έκτακτης διαταραχής στο εσωτερικό του κρυστάλλου. β) Να σημειωθούν οι καταστάσεις πόλωσής τους και γ) Να υπολογιστεί η γωνία θ' μεταξύ των ακτίνων τακτικής και έκτακτης. Οι δ.δ. του α-Χαλαζία για το προαναφερόμενο μ.κ. είναι: $n_o=1.542$ και $n_e=1.551$ (θετικός κρύσταλλος).

ΛΥΣΗ

α) Κατά το χρονικό διάστημα που το σημείο C του προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος AC (Σχ. 10.1) προσεγγίσει το σημείο B της επιφάνειας του κρυστάλλου, από το σημείο A του ίδιου μετώπου θα διαδοθούν σε μια ορισμένη απόσταση στο εσωτερικό του δύο διαταραχές λόγω της διπλής διάθλασης του φωτός. Η τακτική (o) και η έκτακτη (e). Προκειμένου τώρα να προσδιορίσουμε τα διαδιδόμενα μέτωπα κύματος αυτών των διαταραχών, θα πρέπει να εφαρμόσουμε την αρχή του Huygens για δύο τουλάχιστον κέντρα σκέδασης (στην προκειμένη περίπτωση τα A και B) στην επιφάνεια του κρυστάλλου.

Δεδομένου ότι ο κρύσταλλος είναι θετικός $(n_e - n_o > 0)$, η τομή των επιφανειών ταχύτητας ακτίνας (κυματίδια κατά Huygens) στο επίπεδο του σχήματος, το κάθετο στον οπτικό άξονα του κρυστάλλου από το κέντρο σκέδασης A, είναι δύο ομόκεντροι κύκλοι. Ο εσωτερικός που αφορά την έκτακτη διαταραχή και ο εξωτερικός που αφορά την τακτική. Τότε η εφαπτόμενες από το σημείο B (το έτερο των κέντρων σκέδασης στην επιφάνεια) προς τους δύο κύκλους, θα συνιστούν τα δύο μέτωπα κύματος τα διαδιδόμενα στο εσωτερικό του κρυστάλλου. Οι κάθετες σ' αυτά είναι οι διευθύνσεις των κυματοκαθέτων (k_o, k_e) που είναι και οι διευθύνσεις των ταχυτήτων φάσης $(\upsilon_o = c/n_o, \upsilon_e = c/n_e)$.

β) Οι καταστάσεις πόλωσης των δύο διαδιδόμενων διαταραχών είναι γραμμικές και ορθογώνιες μεταξύ τους όπως φαίνονται στο (Σχ. 10.1).

γ) Με το δεδομένο ότι ο οπτικός άξονας του κρυστάλλου είναι κάθετος στο επίπεδο πρόσπτωσης, ο νόμος του Snell είναι δυνατόν να εφαρμοστεί και για τις δύο ακτίνες τακτική και έκτακτη. Οπότε:

$$\sin 30^0 = n_o \sin\theta_o \;\Rightarrow\; \theta_o = \arcsin\left(\frac{\sin 30^0}{n_o}\right) \;\Rightarrow\; \theta_o = 18.92^0$$

$$\sin 30^0 = n_e \sin\theta_e \;\Rightarrow\; \theta_e = \arcsin\left(\frac{\sin 30^0}{n_e}\right) \;\Rightarrow\; \theta_e = 18.8^0$$

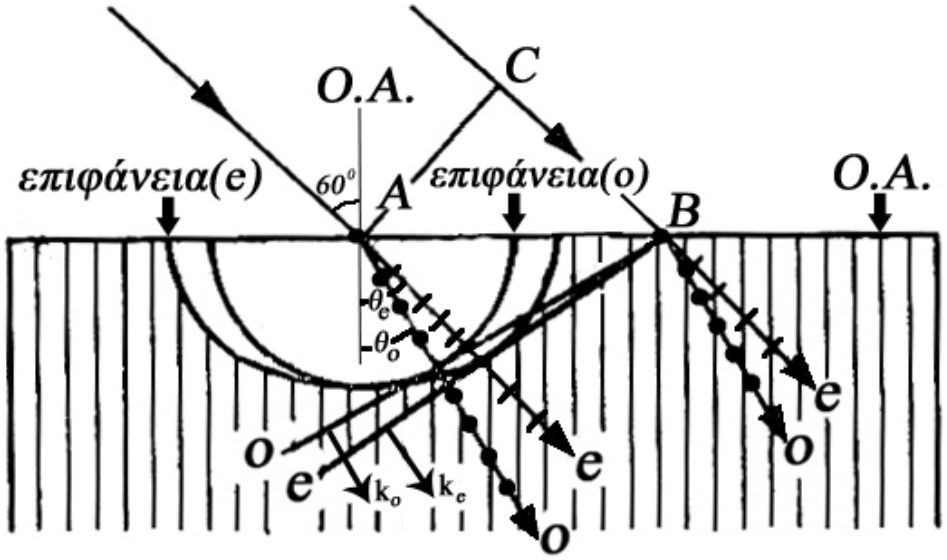
Επομένως $\theta' = \theta_o - \theta_e = 0.12^0$. Από την οποία βλέπουμε ότι η θ' είναι πολύ μικρή. Το γεγονός οφείλεται στο ότι είναι πάρα πολύ μικρή η διπλοθλαστικότητα του Χαλαζία: $n_e - n_o = 1.551 - 1.542 = 0.009$.

Σημείωση

Η προηγούμενη ανάλυση γίνεται με την προϋπόθεση ότι ο κρύσταλλος δεν είναι οπτικά ενεργός (βλ. § 5.9). Στην πραγματικότητα όμως ο κρύσταλλος του α-Χαλαζία διαθέτει οπτική ενεργότητα. Κάτω από αυτές τις συνθήκες τροποποιούνται οι δ.δ. των δύο διαδιδόμενων στον κρύσταλλο διαταραχών καθώς και οι καταστάσεις πόλωσης. Το γεγονός αυτό για τον α-Χαλαζία στοιχειωδώς περιγράφεται στην (§ 5.9.6-Διπλοθλαστικότητα και οπτική ενεργότητα).

---

11) Ένα επίπεδο μέτωπο κύματος φωτός μ.κ. $\lambda = 589\text{nm}$ (φως από τη λυχνία του Na), προσπίπτει σε μια επίπεδη επιφάνεια Ασβεστίτη με γωνία πρόσπτωσης $\theta = 60^0$. Ο οπτικός άξονας του κρυστάλλου είναι κάθετος προς την επιφάνεια του κρυστάλλου και παράλληλος προς το επίπεδο πρόσπτωσης. α) Να σχεδιαστούν τα



(Σχ. 11.1)

διαδιδόμενα μέτωπα κύματος της τακτικής και της έκτακτης διαταραχής στο εσωτερικό του κρυστάλλου. β) Να σημειωθούν οι καταστάσεις πόλωσής τους και γ) Μπορεί να υπολογιστεί η γωνία θ' μεταξύ των ακτίνων τακτικής και έκτακτης; Οι δ.δ. του Ασβεστίτη για το προαναφερόμενο μ.κ. είναι: $n_o = 1.658$ και $n_e = 1.486$ (αρνητικός κρύσταλλος).

ΛΥΣΗ

α) Κατά το χρονικό διάστημα που το σημείο C του προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος AC (Σχ. 11.1) προσεγγίσει το σημείο B της επιφάνειας του κρυστάλλου, από το σημείο A του ίδιου μετώπου θα διαδοθούν σε μια ορισμένη απόσταση στο εσωτερικό του δύο διαταραχές λόγω της διπλής διάθλασης του φωτός. Η τακτική (o) και η έκτακτη (e). Προκειμένου τώρα να προσδιορίσουμε τα διαδιδόμενα μέτωπα κύματος αυτών των διαταραχών, θα πρέπει να εφαρμόσουμε την αρχή του Huygens για δύο τουλάχιστον κέντρα σκέδασης (στην προκειμένη περίπτωση τα A και B) στην επιφάνεια του κρυστάλλου.

Δεδομένου ότι ο κρύσταλλος είναι αρνητικός $(n_e - n_o < 0)$, η τομή των επιφανειών ταχύτητας ακτίνας (κυματίδια κατά Huygens) στο επίπεδο του σχήματος, το παράλληλο στον οπτικό άξονα του κρυστάλλου από το κέντρο σκέδασης A, θα είναι 1) Μία έλλειψη που αφορά την έκτακτη διαταραχή και 2) Ένας κύκλος που θα περιβάλλεται από την έλλειψη και θα είναι σε επαφή της σε δύο σημεία κατά μήκος του οπτικού άξονα (εδώ σχεδιαγραφείτε το ένα). Τότε η εφαπτόμενες από το σημείο B (το έτερο των κέντρων σκέδασης στην επιφάνεια) προς τις δύο επιφάνειες, θα συνιστούν τα δύο μέτωπα κύματος τα διαδιδόμενα στο εσωτερικό του κρυστάλλου. Οι κάθετες σ' αυτά είναι οι διευθύνσεις των κυματοκαθέτων k_o, k_e.

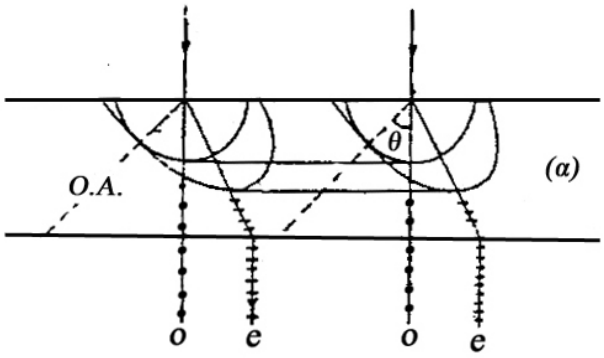
β) Οι καταστάσεις πόλωσης των δύο διαδιδόμενων διαταραχών είναι γραμμικές και ορθογώνιες μεταξύ τους όπως φαίνονται στο (Σχ. 11.1).

γ) Με το δεδομένο ότι ο οπτικός άξονας του κρυστάλλου δεν είναι κάθετος στο επίπεδο πρόσπτωσης, ο νόμος του Snell είναι δυνατόν να εφαρμοστεί μόνο για την τακτική διαταραχή. Οπότε:

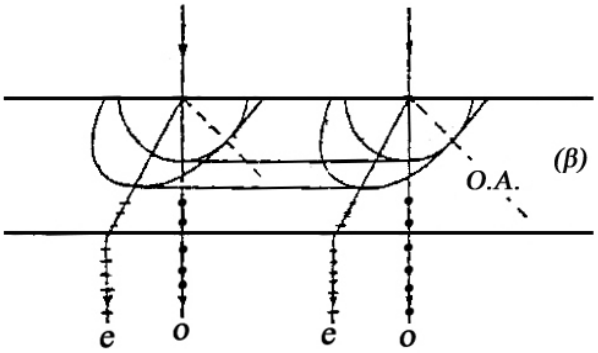
$$\sin 60^0 = n_o \sin\theta_o \;\Rightarrow\; \theta_o = \arcsin\left(\frac{\sin 60^0}{n_o}\right) \;\Rightarrow\; \theta_o = 31.48^0$$

12) Να σχεδιαστούν οι τρόποι διάδοσης ενός επιπέδου μονοχρωματικού μετώπου κύματος φυσικού φωτός, που πέφτει κάθετα πάνω στην επιφάνεια ενός μονοάξονα αρνητικού διπλοθλαστικού κρυστάλλου. Θεωρούμε ότι ο οπτικός του άξονας σχηματίζει γωνία θ με την κάθετη στην επιφάνεια.

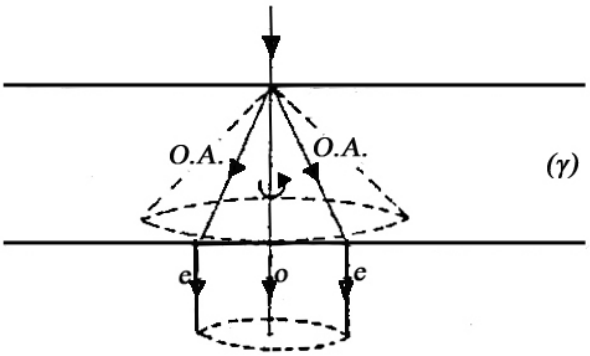
ΛΥΣΗ



(Σχ. 12.1)



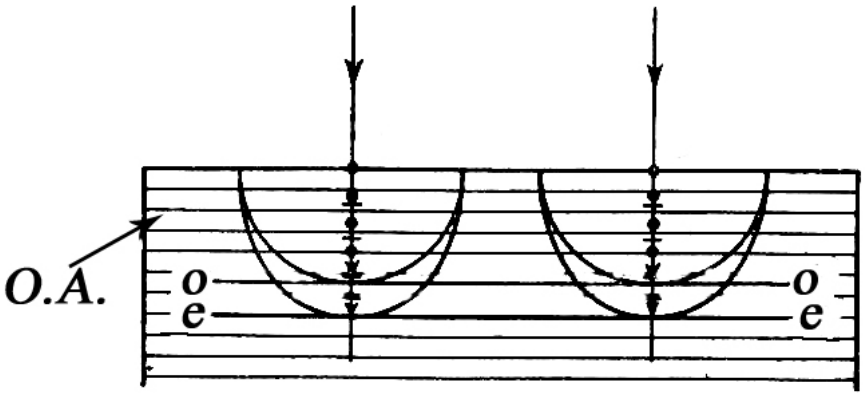
(Σχ.12.2)

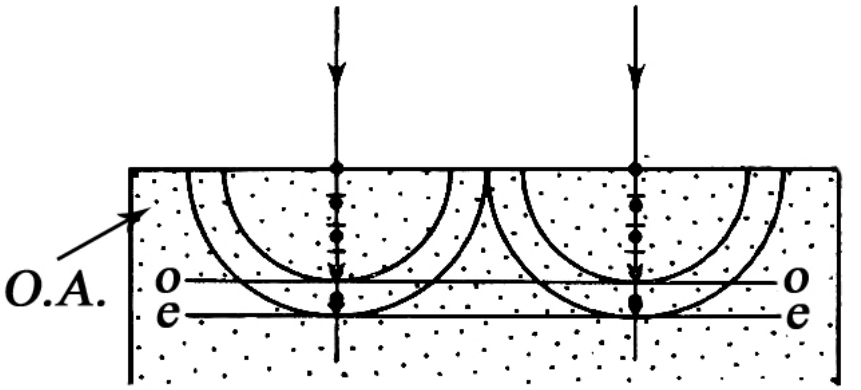


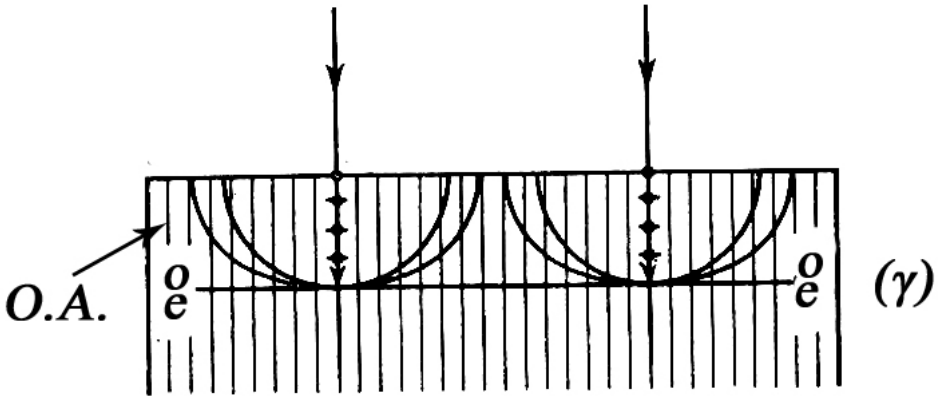
(Σχ. 12.3)

13) Να σχεδιαστούν οι τρόποι διάδοσης ενός επιπέδου μονοχρωματικού μετώπου κύματος φυσικού φωτός, που πέφτει κάθετα ως προς την επιφάνεια ενός μονοάξονα αρνητικού διπλοθλαστικού κρυστάλλου. Θεωρούμε ότι ο κρύσταλλος είναι κομμένος παράλληλα ή κάθετα προς τον οπτικό του άξονα.

ΛΥΣΗ





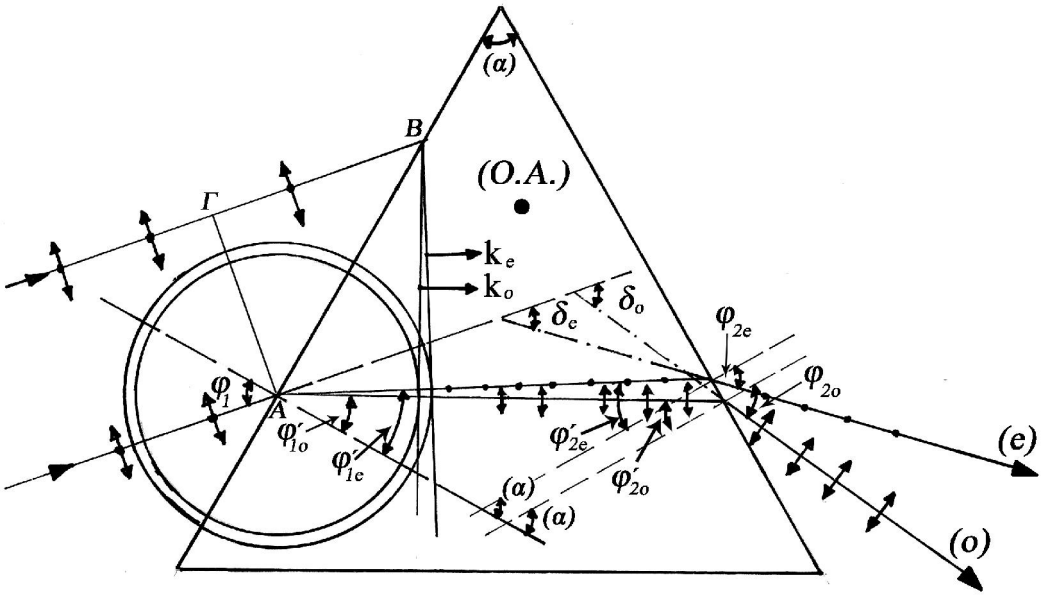


(Σχ.13.1)

14) Διαθέτουμε ένα ορθό τριγωνικό ισόπλευρο πρίσμα από κρυσταλλικό ασβεστίτη του οποίου η τομή η κάθετη στις παράπλευρες έδρες του φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο οπτικός του άξονας είναι κάθετος στο επίπεδο αυτό. Επίπεδο μέτωπο κύματος μονοχρωματικού φυσικού φωτός από λυχνία Na προσπίπτει σε μια πλευρά του με γωνία $\phi_1 = 50^0$. α) Να σχεδιαστούν τα μέτωπα κύματος της τακτικής και της έκτακτης διαταραχής καθώς και οι αντίστοιχες ακτίνες τους. β) Με ποιές γωνίες αναδύονται από το πρίσμα. γ) Ποιές είναι οι γωνίες εκτροπής τους. Δίνονται για $\lambda_{\text{Na}} = 589.2\text{nm}$: $n_o = 1.658$, $n_e = 1.486$ και η διαθλαστική γωνία του πρίσματος $\alpha = 60^0$.

ΛΥΣΗ

α) Με βάση την αρχή του Huygens κατά το χρονικό διάστημα που το σημείο Γ του μετώπου κύματος χρειάζεται να φθάσει το σημείο B, τότε ήδη από το σημείο A έχουν διαδοθεί στο εσωτερικό του πρίσματος δύο μέτωπα κύματος της τακτικής και της έκτακτης διαταραχής. Ο προσδιορισμός τους γίνεται αν τοποθετήσουμε στη θέση A τη σύνθετη επιφάνεια κύματος (επιφάνεια



(Σχ. 14.1)

ταχύτητας ακτίνας) (§ 5.4) με το οπτικό άξονα κάθετο στο σημείο αυτό (δηλ. στο επίπεδο της σελίδας). Τότε η προβολή των δύο επιφανειών θα είναι δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο το σημείο A. Αν τώρα από το σημείο

B φέρουμε τις δύο εφαπτόμενες, αυτές θ' αποτελούν τα μέτωπα κύματος της τακτικής και της έκτακτης διαταραχής στο εσωτερικό του πρίσματος.

β) Κατόπιν με βάση το νόμο του Snell (ο οποίος μπορεί να εφαρμοστεί για την τακτική και την έκτακτη διαταραχή, επειδή ο οπτικός άξονας του κρυστάλλου είναι κάθετος προς το επίπεδο πρόσπτωσης) θα έχουμε:

$\sin\phi_1 = n_0 \sin\phi'_{1o}$ άρα $\phi'_{1o} = \arcsin(\phi_1/n_o)$.

Επίσης: $\sin\phi_1 = n_e \sin\phi'_{1e}$ άρα $\phi'_{1e} = \arcsin(\phi_1/n_e)$.

Και για $\phi_1 = 50^0$, $n_o = 1.658$, $n_e = 1.486$ $\phi'_{1o} = 27.51^0$ και $\phi'_{1e} = 31.03^0$.

Αλλά $\phi'_{1o} + \phi'_{2o} = \alpha \Rightarrow \phi'_{2o} = \alpha - \phi'_{1o} = 60^0 - 27.51^0 \Rightarrow \phi'_{2o} = 32.48^0$

όπως και: $\phi'_{1e} + \phi'_{2e} = \alpha \Rightarrow \phi'_{2e} = \alpha - \phi'_{1e} = 60^0 - 31.03^0 \Rightarrow \phi'_{2e} = 28.97^0$.

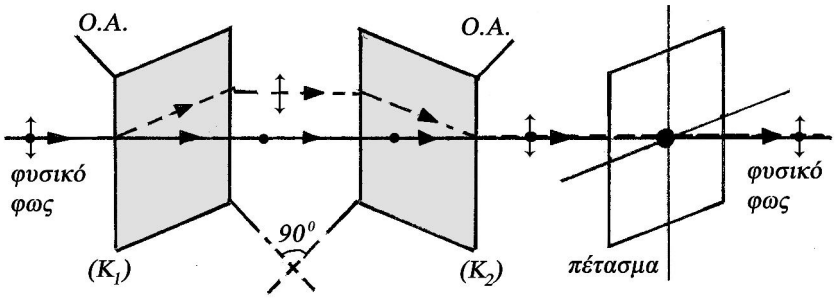
Τότε : $n_o \sin\phi'_{2o} = \sin\phi_{2o} \Rightarrow \phi_{2o} = \arcsin(n_o \sin\phi'_{2o}) \Rightarrow \phi_{2o} = 62.91^0$

Επίσης: $n_e \sin\phi'_{2e} = \sin\phi_{2e} \Rightarrow \phi_{2e} = \arcsin(n_e \sin\phi'_{2e}) \Rightarrow \phi_{2e} = 46.03^0$

γ) Θα έχουμε: $\delta_o = \phi_1 + \phi_{2o} - a$ με δ_o τη γωνία εκτροπής της τακτικής διαταραχής. Επομένως: $\delta_o = 50^0 + 62.91 - 60^0 \Rightarrow \delta_o = 52.91^0$.

Επίσης: $\delta_e = \phi_1 + \phi_{2e} - a$ με δ_e τη γωνία εκτροπής της έκτακτης διαταραχής. Επομένως: $\delta_e = 50^0 + 46.03^0 - 60^0 \Rightarrow \delta_e = 36.03^0$.

15) Στο επίπεδο του (Σχ. 15.1) μπορούμε να δούμε τη διάταξη των κυρίων τομών δύο κρυστάλλων ασβεστίτη $(K_1),(K_2)$, των οποίων όμως οι οπτικοί άξονες εί-



(Σχ. 15.1)

ναι κάθετοι μεταξύ τους. Κάθετα προς την έδρα εισόδου του πρώτου κρυστάλλου (και διαδιδόμενη παράλληλα με τις κύριες τομές τους), προσπίπτει μια δέσμη Laser

φυσικού φωτός. Αυτό το οποίο βλέπουμε μετά το δεύτερο κρύσταλλο πάνω σ' ένα πέτασμα κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης, είναι μια φωτεινή κηλίδα, στο σημείο που ο άξονας διάδοσης τέμνει το πέτασμα. α) Να ερμηνευθεί το φαινόμενο με τη βοήθεια της σχεδίασης των διαδιδόμενων δεσμών μέσω των κρυστάλλων. β) Ποια είναι η κατάσταση πόλωσης της εξερχόμενης διαταραχής. Οι δύο κρύσταλλοι έχουν το ίδιο πάχος.

ΛΥΣΗ

α) Στο (Σχ. 15.1) φαίνεται η πορεία των διαταραχών κατά τη διπλή τους διάθλαση μέσω των δύο κρυστάλλων $(K_1),(K_2)$. Και επειδή οι κρύσταλλοι έχουν το ίδιο πάχος, η τακτική και η έκτακτη διαταραχή κατά την έξοδό τους από τον κρύσταλλο διαδιδόμενες θα ταυτίζονται. Αυτός είναι ο λόγος που στο πέτασμα εμφανίζεται μία κηλίδα.

β) Επειδή οι δύο εξερχόμενες δέσμες είναι ορθογώνια γραμμικά πολωμένες αλλά μεταξύ τους ασύμφωνες (ασύζευκτες), το φως το οποίο θα προκύψει στην έξοδο των κρυστάλλων θα είναι ένα επίπεδο μέτωπο κύματος φυσικού φωτός.

16) Επίπεδο μέτωπο κύματος φυσικού φωτός που προέρχεται από λυχνία Na , προσπίπτει σε μια διαχωριστική επιφάνεια αέρα - διαμαντιού με $n_{ti} = 2.417$ (Κεφ. 3: Γεωμ. οπτική (Πίν. 3.3.3)) και με γωνία πρόσπτωσης $\theta_i = 60^0$. Να προσδιοριστεί: α) Ο βαθμός πόλωσης του ανακλώμενου φωτός και β) Ο βαθμός πόλωσης του διαθλώμενου.

ΛΥΣΗ

α) Οι συντελεστές ανακλαστικότητας ρ_σ, ρ_π για την κάθετη και την παράλληλη συνιστώσα του ανακλώμενου φωτός στην ενδοεπιφάνεια αέρα - διαμαντιού (με την προϋπόθεση ότι είναι διαφανή υλικά και άρα δεν υφίσταται απορρόφηση), δίνονται από τις σχέσεις (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα, (ΘΕΜΑ 1, (σχ. 1.1,3))):

$$\rho_\sigma = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} \quad (1) \qquad \rho_\pi = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} = \frac{n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t} \quad (2)$$

Και προκειμένου να εκφράσουμε τις (σχ. 1.1,2) συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης θ_i θα έχουμε με βάση τον νόμο του Snell:

$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$ ή $\sin\theta_t = \frac{n_i}{n_t}\sin\theta_i$. Και αν συμβολίσουμε με $n_{tt} = \frac{n_t}{n_i}$ θα έχουμε: $n_{tt} = 2.417$ επειδή: $n_i = 1.0$. Επίσης επειδή $\cos^2\theta_t = 1 - \sin^2\theta_t$ θα έχουμε τη σχέση: $\cos\theta_t = \sqrt{1-\sin^2\theta_t} = \sqrt{1-\left(\frac{n_i}{n_t}\sin\theta_i\right)^2} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_i}{n_{ti}^2}}$. Επομένως με την αντικατάσταση της τελευταίας στις (σχ. 1.1,2) θα πάρουν τη μορφή:

$$\rho_\sigma = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}} \quad (3) \qquad \rho_\pi = \frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}} \quad (4)$$

Οπότε η αντικατάσταση των τιμών: $n_{tt} = 2.417$ και $\theta_i = 60^0$ θα μας δώσει τις τιμές:

$\rho_\sigma = -0.637$ και $\rho_\pi = 0.128$. Και επομένως οι ανακλαστικότητες R_σ, R_π θα έχουν τις τιμές: $R_\sigma = |\rho_\sigma|^2 = (-0.637)^2 = 0.405$ και $R_\pi = |\rho_\pi|^2 = (0.128)^2 = 0.0163$.

Όσον αφορά το βαθμό πόλωσης της ανακλώμενης δέσμης θα δίνεται από τη γνωστή (σχ. 5.2.4.4):

$$P = \frac{I_p}{I_{tot}} = \frac{I_p}{I_p + I_u} \quad (5)$$

όπου: I_p η πολωμένη συνιστώσα του φωτός και $I_p + I_u$ το άθροισμα των συνιστωσών πολωμένης και φυσικού φωτός.

Αλλά: $$I_p + I_u = R_\sigma I_{i\sigma} + R_\pi I_{i\pi} \quad (6)$$

και επειδή οι δύο κάθετες μεταξύ τους ανακλώμενες συνιστώσες είναι μεταξύ τους 'ασύμφωνες' (ασύζευκτες) μπορούμε να πούμε ότι:

$$I_p = R_\sigma I_{i\sigma} - R_\pi I_{i\pi} \quad (7)$$

οπότε από τη (σχ. 5) προκύπτει:

$$P = \frac{R_\sigma I_{i\sigma} - R_\pi I_{i\pi}}{R_\sigma I_{i\sigma} + R_\pi I_{i\pi}} \quad (8)$$

Και επειδή: $I_{i\sigma} = I_{i\pi} = \frac{1}{2} I_i$ (δηλ. η ένταση των δύο ορθογωνίων ασυμφώνων συνιστωσών της προσπίπτουσας έντασης I_i είναι ίσες μεταξύ τους) θα έχουμε τελικά με αντικατάσταση στη (σχ. 8):

$$P = \frac{R_\sigma - R_\pi}{R_\sigma + R_\pi} \tag{9}$$

από την οποία με αντικατάσταση των $R_\sigma = 0.405$ και $R_\pi = 0.0163$ βρίσκουμε: $P = 0.92$. Δηλ. το 92% του ανακλώμενου στην επιφάνεια του διαμαντιού φυσικού φωτός είναι γραμμικά πολωμένο. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε πλήρη συμφωνία με την πραγματικότητα δεδομένου ότι: α) Η επιφάνεια του διαμαντιού έχει μεγάλη ανακλαστικότητα λόγω του μεγάλου δ.δ. και β) Η γωνία πρόσπτωσης $\theta_i = 60^0$ του φυσικού φωτός στην τείνει προς τη γωνία Brewster $\theta_B = 67.5^0$.

β) Οι συντελεστές διαπερατότητας τ_σ, τ_π για την κάθετη και την παράλληλη συνιστώσα του διαθλώμενου φωτός στην ενδοεπιφάνεια αέρα - διαμαντιού (με την προϋπόθεση ότι είναι διαφανή υλικά και άρα δεν υφίσταται απορρόφηση), δίνονται από τις σχέσεις (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα, ΘΕΜΑ 1, (σχ. 1.2,4)):

$$\tau_\sigma = \frac{2\sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = \frac{2n_i \cos\theta_i}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} \tag{10}$$

$$\tau_\pi = \frac{2\sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)} = \frac{2n_i \cos\theta_i}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t} \tag{11}$$

οι οποίες εκφραζόμενες συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης θ_i και του δ.δ. $n_{tt} = n_t / n_i$ παίρνουν τη μορφή:

$$\tau_\sigma = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}} \tag{12}$$

$$\tau_\pi = \frac{2n_{ti}\cos\theta_i}{n_{ti}^2 \cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}} \tag{13}$$

Οπότε η αντικατάσταση των τιμών: $n_{tt} = 2.417$ και $\theta_i = 60^0$ θα μας δώσει τις τιμές:

$\tau_\sigma = 0.362$ και $\tau_\pi = 0.466$. Και επομένως οι διαπερατότητες T_σ, T_π θα έχουν τις τιμές: $T_\sigma = |\tau_\sigma|^2 = (0.362)^2 = 0.131$ και $T_\pi = |\tau_\pi|^2 = (0.466)^2 = 0.217$.

Όσον αφορά το βαθμό πόλωσης της διαθλώμενης δέσμης θα δίνεται από τη γνωστή (σχ. 5):

Αλλά: $$I_p + I_u = T_\sigma I_{i\sigma} + T_\pi I_{i\pi} \tag{14}$$

και επειδή οι δύο κάθετες μεταξύ τους διαθλώμενες συνιστώσες είναι μεταξύ τους 'ασύμφωνες' (ασύζευκτες) μπορούμε να πούμε ότι:

$$I_p = T_\pi I_{i\pi} - T_\sigma I_{i\sigma} \tag{15}$$

οπότε από τη (σχ. 5) προκύπτει:

$$P = \frac{T_\pi I_{i\pi} - T_\sigma I_{i\sigma}}{T_\sigma I_{i\sigma} + T_\pi I_{i\pi}} \tag{16}$$

Και επειδή: $I_{i\sigma} = I_{i\pi} = \frac{1}{2} I_i$ (δηλ. η ένταση των δύο ορθογωνίων 'ασυμφώνων' συνιστωσών της προσπίπτουσας έντασης I_i είναι ίσες μεταξύ τους) θα έχουμε τελικά με αντικατάσταση στη (σχ. 16):

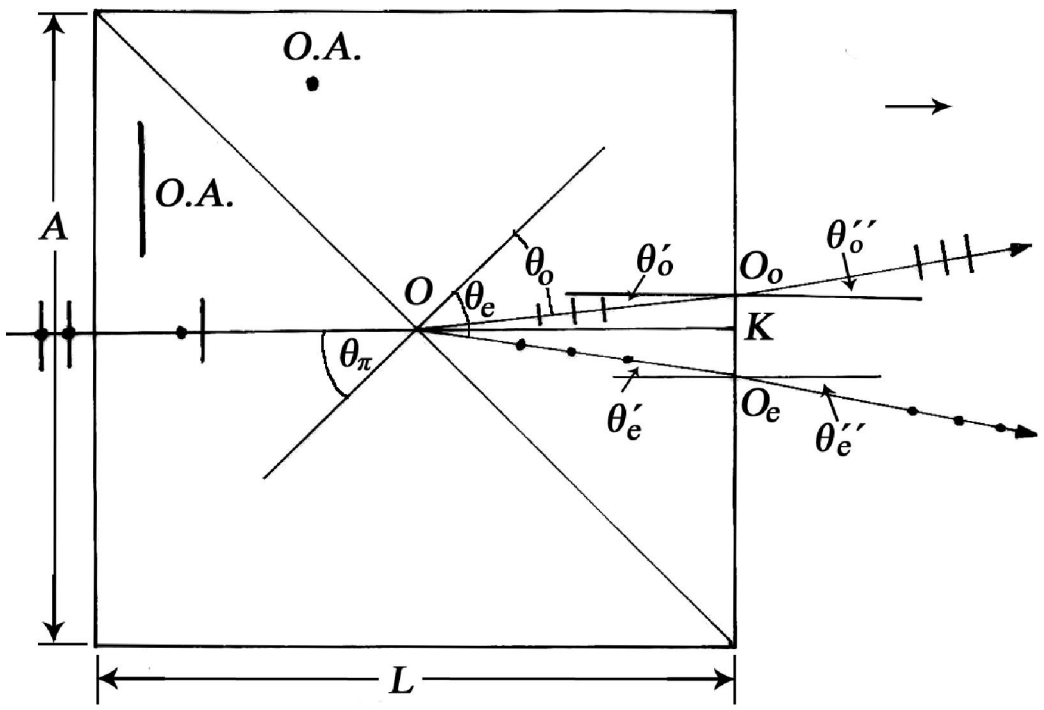
$$P = \frac{T_\pi - T_\sigma}{T_\sigma + T_\pi} \tag{17}$$

από την οποία με αντικατάσταση των $T_\sigma = 0.131$ και $T_\pi = 0.217$ βρίσκουμε: $P = 0.247$. Δηλ. το 24% του διαθλώμενου από την διαχωριστική επιφάνεια αέρα - διαμαντιού φυσικού φωτός είναι γραμμικά πολωμένο.

17) Να σχεδιαστεί διαχωριστής δέσμης Wollaston από ασβεστίτη όπου: $n_0 = 1.658$, $n_e = 1.486$, για φως που προέρχεται από λυχνία Na ($\bar{\lambda} = 589$nm). Ο λόγος $L/A \simeq 1$ και η εμπρός επιφάνεια του πρίσματος είναι διαστάσεων $A \times A$. Η ενδοεπιφάνεια μεταξύ των δύο τμημάτων του πρίσματος επικολλάται με βάλσαμο του Καναδά $(n_b = 1.55)$.

ΛΥΣΗ

Κατ' αρχή, λόγω της τιμής του δ.δ. του βάλσαμου του Καναδά, δεν θα έχουμε ολική ανάκλαση καμίας από τις διαταραχές της τακτικής και της έκτακτης κατά την πρόσπτωσή τους στη διαχωριστική επιφάνεια (Σχ.17.1) με γωνία θ_π. Εμφανίζεται μόνο μια μικρή παράλληλη μετατόπιση, η οποία



(Σχ. 17.1)

δεν είναι εμφανής στο σχήμα. Η κάθε μια από αυτές, διαθλάται στο άλλο τμήμα του πρίσματος με γωνίες θ_o, θ_e. Για $\theta_\pi = 45^0$ θα έχουμε :

$$n_o \sin\theta_\pi = n_e \sin\theta_e \Rightarrow \theta_e = \arcsin\left(\frac{n_o}{n_e}\sin\theta_\pi\right) = 52.08^0$$

$$n_e \sin\theta_\pi = n_o \sin\theta_o \Rightarrow \theta_o = \arcsin\left(\frac{n_e}{n_o}\sin\theta_\pi\right) = 39.32^0$$

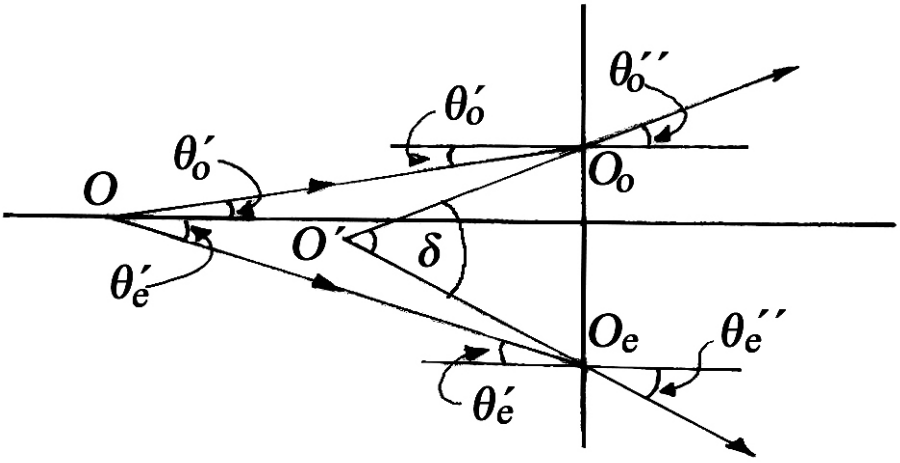
δεδομένου ότι ο νόμος του Snell ισχύει γι' αμφότερες, ένεκα του ότι το επίπεδο πρόσπτωσής τους είναι κάθετο στον οπτικό άξονα του δευτέρου τμήματος του πρίσματος. Τότε οι γωνίες πρόσπτωσης των διαταραχών στη δεξιά πλευρά του δευτέρου τμήματος του πρίσματος θα είναι:

$$\theta_o' = 45^0 - \theta_o = 45^0 - 39.32^0 = 5.68^0 \quad \text{και} \quad \theta_e' = \theta_e - 45^0 = 52.08^0 - 45^0 = 7.08^0$$

Και οι γωνίες διάθλασής τους θ_o'', θ_e'' θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$n_o \sin\theta_o' = \sin\theta_o'' \Rightarrow \theta_o'' = \arcsin\left(n_o \sin\theta_o'\right) = 9.44^0$$
$$n_e \sin\theta_e' = \sin\theta_e'' \Rightarrow \theta_e'' = \arcsin\left(n_e \sin\theta_e'\right) = 10.55^0$$

Τότε από το τρίγωνο $O'O_oO_e$ (Σχ. 17.2) θα έχουμε:



(Σχ. 17.2)

$\delta + \left(90^0 - \theta_o''\right) + \left(90^0 - \theta_e''\right) = 180^0 \Rightarrow \delta = \theta_o'' + \theta_e'' = 9.44^0 + 10.55^0 = 19.99^0 \simeq 20^0$.Η απόκλιση δηλ. μεταξύ τακτικής και έκτακτης κατά την έξοδό τους από το πρίσμα Wollaston θα είναι $\delta \simeq 20^0$. Οι πραγματικές διαστάσεις με τις οποίες εμφανίζεται στο εμπόριο ένα τέτοιο πρίσμα τυπικά είναι:

$$L: 18.0\,\text{mm}, A \times A: 15 \times 15\,\text{mm} \text{ ή } L: 13.0\,\text{mm}, A \times A: 10 \times 10\,\text{mm}$$

Τέλος μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η γωνία απόκλισης δ των δύο δεσμών, δεν είναι συμμετρική ως προς την κάθετη στην επιφάνεια εξόδου από το πρίσμα.

ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Η επαλληλία δύο σύμφωνων κυκλικά πολωμένων φώτων της ίδιας συχνότητας, αντίθετης στροφικότητας και διαφορετικών πλατών μας, δίνει εν γένει ένα φως ελλειπτικά πολωμένο. Με ποιες προϋποθέσεις το φως αυτό θα είναι γραμμικά πολωμένο;

Υπόδειξη: Προτεινόμενες παραστάσεις για τα κυκλικά φώτα.

$$\mathbf{E}_R = E_{0R}\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} + E_{0R}\cos(\omega t - kz + \pi/2)\mathbf{j} \quad (\Delta.\text{Κ.Π.})$$

$$\mathbf{E}_L = E_{0L}\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} + E_{0L}\cos(\omega t - kz - \pi/2)\mathbf{j} \quad (\text{Α.Κ.Π.})$$

2) Να προσδιοριστεί με γραφικό και λογιστικό τρόπο η κατάσταση πόλωσης του μονοχρωματικού επιπέδου μετώπου κύματος:

$$\mathbf{E} = A\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} - 2A\cos(\omega t - kz)\mathbf{j}$$

Υπόδειξη: Για τον υπολογισμό του αζιμουθίου, να ληφθεί υπόψη η λύση της τριγωνομετρικής εξίσωσης: $\tan x = \tan y \Rightarrow x = m\pi + y \quad m = 0,1,2..$ σε συμφωνία με τ' αποτελέσματα της γραφικής παράστασης.

3) Να δοθεί η μαθηματική έκφραση ενός μονοχρωματικού δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένου φωτός με πλάτος E_0, το οποίο διαδίδεται προς τη διεύθυνση $+z$ και το οποίο για $t = 0$ και $z = 0$ Έχει πλάτος:

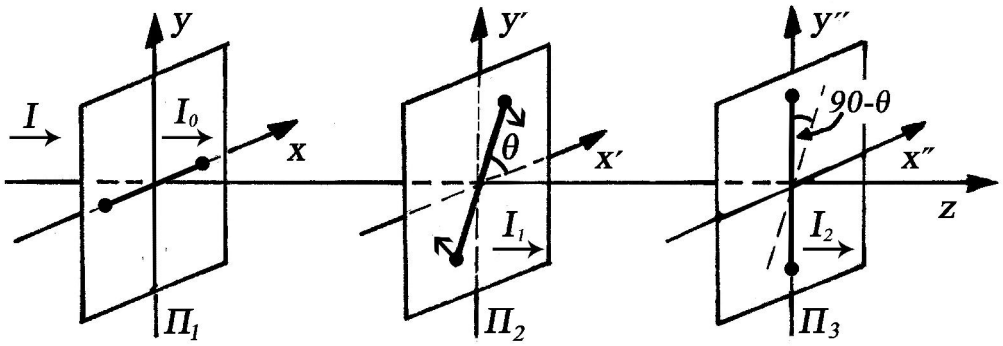
$$\mathbf{E}(0,0) = \frac{E_0}{2}\left(\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}\right)$$

Υπόδειξη: Προτεινόμενες παραμετρικές εξισώσεις εκκίνησης:

$$E_x = E_0\cos(\omega t - kz + \phi_x), \quad E_y = E_0\cos(\omega t - kz + \phi_y).$$

Αποτέλεσμα: $E_x = E_0\cos(\omega t - kz - \pi/3), \quad E_y = E_0\cos(\omega t - kz + \pi/6).$

4) Σε γραμμικό πολωτή $(\Pi)_1$ που ο άξονας διέλευσής του ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα x (Σχ. 4.1), προσπίπτει φυσικό φως. Η διερχόμενη έντασή του είναι I_0. Το φως αυτό κατόπιν προσπίπτει σε γραμμικό πολωτή $(\Pi)_2$ ο οποίος έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται περί άξονα παράλληλο με τη διεύθυνση διάδοσης. Μετά τον περιστρεφόμενο πολωτή, υπάρχει τρίτος γραμμικός πολωτής $(\Pi)_3$ με τον άξονα διέλευσής του κατακόρυφο (άξονας y''). α) Να υπολογιστεί η ένταση του φωτός κατά την έξοδό του από τον τρίτο πολωτή, συναρτήσει της έντασης I_0 και της γωνίας θ. Όπου θ η γωνία που σχηματίζει κάθε φορά ο περιστρεφόμενος πολωτής με τον άξονα x' που είναι παράλληλος με τον x. β) Πόσες κατασβέσεις υφίστανται για μια πλήρη περιστροφή του δεύτερου πολωτή;



(Σχ. 4.1)

Υπόδειξη: Η επίλυση γίνεται με διαδοχική εφαρμογή του νόμου του Malus. Θα έχουμε τελικά τέσσερεις κατασβέσεις για ισάριθμες θέσεις του περιστρεφόμενου πολωτή $(\Pi)_2$.

5) Ένα δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως της μορφής:

$$\mathbf{E} = A\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} + A\cos(\omega t - kz + \pi/2)\mathbf{j}$$

προσπίπτει κάθετα σε γραμμικό πολωτή με το άξονα διέλευσής του σε γωνία $+45^0$ σε σχέση με το σ.σ. x, y. Να προσδιοριστεί η μορφή και η κατάσταση πόλωσης του εξερχόμενου από τον πολωτή φωτός.

Υπόδειξη: Το φως μετά την έξοδό του από τον πολωτή, θα είναι προφανώς γραμμικά πολωμένο. Η λογιστική του επιβεβαίωση μπορεί να γίνει αν βρούμε την προβολή του **E** στο μοναδιαίο διάνυσμα **p** κατά μήκος του άξονα διέλευσης του πολωτή.

6) Ν' αποδειχθεί ότι αν σ' ένα πλακίδιο $(\lambda/2)$ προσπέσει ελλειπτικά πολωμένο φως, για το εξερχόμενο από αυτό φως θα συμβούν τα εξής: α) Ο μεγάλος άξονας της έλλειψης του Ε.Π.Φ. θα είναι στραμμένος συμμετρικά σε σχέση με τον ταχύ άξονα του πλακιδίου. β) Δεν μεταβάλλεται η ελλειπτικότητα του προσπίπτοντος φωτός και γ) Αλλάζει η στροφικότητα του προσπίπτοντος φωτός.

Υπόδειξη: Θεωρούμε κατ' αρχή τις παραμετρικές εξισώσεις που περιγράφουν ένα ελλειπτικά πολωμένο:

$$E_x = E_{x0}\cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_{y0}\cos(\omega t - kz + \phi).$$

Κατόπιν υπολογίζουμε τη μεταβολή τους κατά τη δίοδο του φωτός από το πλακίδιο. Τελικά εφαρμόζουμε τους τύπους που αφορούν το λογιστικό υπολογισμό για το αζιμούθιο Ψ και την ελλειπτικότητα e.

7) Δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένο φως πέφτει διαδοχικά σε πλακίδια καθυστέρησης $(\lambda/2),(\lambda/4)$ και $(\lambda/8)$ των οποίων οι ταχείς άξονες είναι παράλληλοι με τον άξονα y. Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσης του φωτός που βγαίνει από το τελευταίο πλακίδιο. Δηλ. το αζιμούθιο, η εκκεντρότητά και η στροφικότητά του.

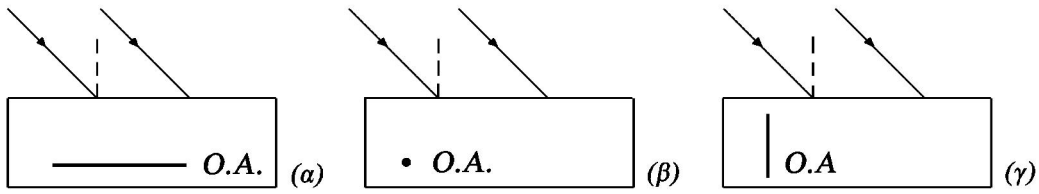
Υπόδειξη: Η κατάσταση πόλωσης θα βρεθεί, αν προσδιορίσουμε βήμα προς βήμα τη μεταβολή των παραμετρικών εξισώσεων που αφορούν το κυκλικά πολωμένου φωτός κατά τη δίοδό του μέσω των πλακιδίων. Κατόπιν εφαρμόζουμε τους τύπους για το λογιστικό υπολογισμό αζιμούθιου Ψ και της ελλειπτικότητας e.

8) Ένα πλακίδιο καθυστέρησης $(\lambda/2)$ για το κόκκινο φως $(\lambda_R = 780\text{nm})$ τοποθετείται μεταξύ δύο διασταυρωμένων γραμμικών πολωτών με τον ταχύ του άξονα σε γωνία 45^0 σε σχέση με τους άξονες διέλευσής τους. α) Περιγράψτε την επίδραση μιας τέτοιας διάταξης σε μια προσπίπτουσα δέσμη κόκκινου φυσικού φωτός του προαναφερόμενου μ.κ. β) Παραλείποντας την επίδραση του μ.κ. στους δ.δ. περιγράψτε τι ακριβώς θα συμβεί όταν τη διάταξη τη φωτίσουμε με φυσικό ιώδες φως μ.κ. $(\lambda_R = 390\text{nm})$.

Υπόδειξη: α) Από τη διάταξη θα περάσει το κόκκινο φως. β) Θα πρέπει αρχικά να προβούμε στη μετατροπή: $(\lambda/2)_R \rightarrow (\lambda/x)_V$. Και αφού υπολογίσουμε την τιμή του x θα διαπιστώσουμε ότι τελικά το ιώδες φως δεν διέρχεται από την διάταξη.

9) Να σχεδιαστούν και να δικαιολογηθούν οι τρόποι διάδοσης ενός επιπέδου μετώπου κύματος που πέφτει πλάγια πάνω στην επιφάνεια ενός μονοάξονα θετικού διπλοθλαστικού κρυστάλλου. Ο οπτικός άξονας είναι παράλληλος ή κάθετος προς την επιφάνεια του κρυστάλλου.

Υπόδειξη: α) Στο επόμενο (Σχ. 9.1) διακρίνουμε τις τρείς περιπτώσεις που αφορούν το πρόβλημά μας. β) Θα πρέπει να προσέξουμε επίσης ότι τα κυματίδια

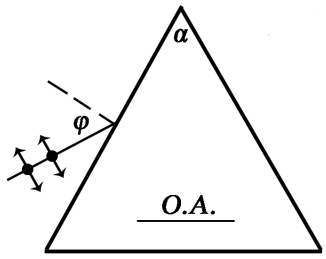


(Σχ. 9.1)

κατά Huygens (επιφάνειες ταχύτητας ακτίνας) συνίστανται: 1) Για την τακτική διαταραχή από σφαίρες (στο επίπεδο από κύκλους) και 2) Για την έκτακτη διαταραχή από ελλειψοειδή εκ περιστροφής στο εσωτερικό των σφαιρών (στο επίπεδο από ελ-

λείψεις στο εσωτερικό των κύκλων) οι οποίες είναι σε επαφή με τις σφαίρες κατά μήκος του οπτικού άξονα.

10) Με υλικό το κρυσταλλικό $CaCO_3$ κατασκευάζουμε ορθό τριγωνικό ισόπλευρο πρίσμα και με τον οπτικό του άξονα παράλληλο με μια από τις βάσεις του όπως

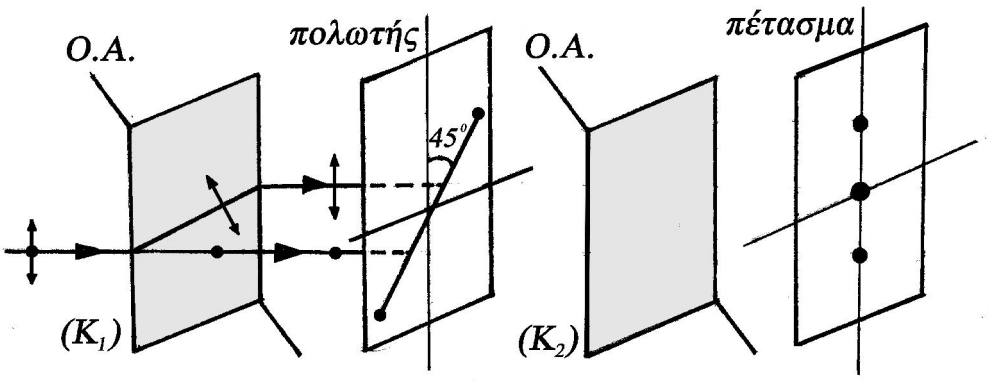


(Σχ. 10.1)

φαίνεται στο (Σχ. 10.1). Επίπεδο μέτωπο κύματος φυσικού φωτός από φασματική λυχνία Na προσπίπτει στη μια του πλευρά με γωνία πρόσπτωσης ϕ. Πόση πρέπει να είναι αυτή η γωνία έτσι ώστε τακτική και έκτακτη διαταραχή να μην διαχωρίζονται στο εσωτερικό του πρίσματος; Για το φως του Na $(\lambda = 589.2\text{nm})$ $n_o = 1.658$ και $n_e = 1.486$.

Υπόδειξη: Τακτική και έκτακτη διαταραχή θα πρέπει να έχουν την ίδια ταχύτητα φάσης και αυτό συμβαίνει όταν διαδίδονται κατά μήκος του οπτικού άξονα. Κάτω από αυτές τις συνθήκες βρίσκουμε ότι πρέπει να είναι: $\phi = 56^0$.

11) Στο επίπεδο του (σχ. 11.1) βλέπουμε τη διάταξη των κυρίων τομών δύο κρυστάλλων $(K_1),(K_2)$ από ασβεστίτη των οποίων οι οπτικοί άξονες είναι παράλληλοι.



(Σχ. 11.1)

Στον πρώτο κρύσταλλο προσπίπτει κάθετα στην πρώτη έδρα του (και παράλληλα με την κύρια τομή) μια δέσμη Laser φυσικού φωτός. Ανάμεσα στους δύο κρυστάλλους και κάθετα στη διεύθυνση της προσπίπτουσας δέσμης τοποθετείται ένας γραμμικός πολωτής Polaroid του οποίου ο άξονας διέλευσης έχει κλίση 45^0 ως προς την κατακόρυφη. Την εικόνα που βλέπουμε μετά τον δεύτερο κρύσταλλο, πάνω σ' ένα πέτασμα παράλληλο με το επίπεδο του πολωτή, είναι τρείς φωτεινές κηλίδες σε κατακόρυφη διεύθυνση και σε ίση απόσταση μεταξύ τους. Τα πάχη των κρυστάλλων είναι ίδια.

α) Να ερμηνευθεί το φαινόμενο με τη βοήθεια της σχεδίασης των διαδιδόμενων δεσμών δια μέσου των κρυστάλλων.

β) Ποια είναι η κατάσταση πόλωσης των τριών εξερχόμενων διαταραχών μετά το δεύτερο κρύσταλλο;

Υπόδειξη: α) Ήδη στο (Σχ. 11.1) φαίνεται η διάδοση τακτικής και έκτακτης διαταραχής δια μέσου του πρώτου κρυστάλλου και η πρόσπτωσή τους στον γραμμικό πολωτή. Μένει να διαδοθούν μέσω του γραμμικού πολωτή και του δευτέρου κρυστάλλου. β) Η πάνω κηλίδα αντιστοιχεί σε διαταραχή που είναι γραμμικά πολωμένη παράλληλα προς τους οπτικούς άξονες των κρυστάλλων. Η μεσαία κηλίδα αντιστοιχεί σε διαταραχή φυσικού φωτός. Και η κάτω κηλίδα αντιστοιχεί σε διαταραχή που είναι γραμμικά πολωμένη κάθετα προς τους οπτικούς άξονες των κρυστάλλων.

12) Μια επίπεδη επιφάνεια διαχωρίζει δύο διαφανή διηλεκτρικά υλικά των οποίων οι δ.δ. είναι n_1, n_2 με $n_1 < n_2$. α) Ν' αποδειχθεί ότι το άθροισμα των γωνιών Brewster θ_B, θ'_B για την εξωτερική και την εσωτερική ολική ανάκλαση είναι ίσο με 90^0. β) Να επιβεβαιωθεί το προηγούμενο για τη διαχωριστική επιφάνεια νερού με $n_1 = 1.333$ και γυαλιού με $n_2 = 1.532$.

Υπόδειξη: $\cos(a+b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

13) Επίπεδο μέτωπο κύματος φυσικού φωτός που προέρχεται από λυχνία Na, προσπίπτει σε επίπεδη επιφάνεια τετηγμένου Χαλαζία (πρόκειται για ισότροπο διαφανές διηλεκτρικό) με συνθήκες Brewster. Η μετρούμενη ανακλαστικότητα για την κάθετη συνιστώσα είναι $R_\sigma = 0.167$ (16.7%). Ποιες είναι οι τιμές των βαθμών πόλωσης P_σ, P_π της ανακλώμενης και της διαδιδόμενης διαταραχής.

Υπόδειξη: α) Οι συντελεστές ανακλαστικότητας και διαπερατότητας δίνονται από τις σχέσεις (Κεφ. 2: Η/Μ Κύματα, ΘΕΜΑ 1 (σχ. 1.1,3,2,4)):

$$\rho_\sigma = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)},\ \rho_\pi = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)},\ \tau_\sigma = \frac{2\sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)},\ \tau_\pi = \frac{2\sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)}$$

β) Οι τύποι που αφορούν τους βαθμούς πόλωσης P_σ, P_π δίνονται στην (Άσκ. 16- Λυμένη). γ) Βρίσκουμε τελικά: $P_\sigma = 1$ και $P_\pi = 0.092$.